

Examen en méthode numérique

Durée (2h : 00 mn)

Prof. A.Ramadane, Ph.D.



**Université Internationale
de Casablanca**

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Exercice 1 (4 points) :

Soit les valeurs expérimentales suivantes, que l'on a obtenues en mesurant la vitesse en (Km/h) d'un véhicule toutes les 5 secondes :

t(s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
v(km/h)	55	60	58	54	55	60	54	57	52	49

Donner une valeur réaliste de la vitesse à 42.5 s, Justifier votre réponse d'une manière très rigoureuse.

Exercice 2 (6 points)

Considérons l'intégrale

$$I = \int_{-3}^5 e^{-x^2} dx$$

- Calculer une approximation de I en appliquant la méthode du trapèze composée avec 5 intervalles.
- Pour cette méthode, quel est le nombre minimal d'intervalles à utiliser pour obtenir une approximation qui a une erreur d'au plus 10^{-3} ?
- Refaire la question a pour la méthode de Simpson.
- Utiliser la méthode de quadrature de Gauss à 4 nœuds pour trouver une approximation de I

Exercice3 (6 points)



**Université Internationale
de Casablanca**

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Obtenir l'ordre de précision de l'approximation de la dérivée:

$$f''(x) \simeq \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$

- Obtenir l'ordre de cette approximation en utilisant les développements de Taylor appropriés (détailler les calculs).
- Utiliser cette formule de différences pour obtenir une approximation de $f''(3,0)$ pour la fonction tabulée suivante, en prenant d'abord $h = 0, 2$, ensuite $h = 0, 1$.

x	f(x)
2.8	1,587 7867
2.9	1,641 8539
3.0	1,693 1472
3.1	1,741 9373
3.2	1,788 4574

- Soit l'approximation de la dérivée première

$$f'(x) \simeq \frac{-f(x+2h) + 4f(x+h) - 3f(x)}{2h}$$

A l'aide de développements de Taylor de degré approprié, obtenir l'ordre de cette approximation.

- Sachant que



**Université Internationale
de Casablanca**

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

$$f(0,2) = 0,9798652;$$

$$f(0,4) = 0,9177710;$$

$$f(0,6) = 0,8080348;$$

$$f(0,8) = 0,6386093;$$

$$f(1,0) = 0,3843735,$$

Evaluer $f'(0,2)$ avec $h=0,4$.

Exercice 4 (4 points)

On a mesuré toutes les 10 secondes la vitesse (en m/s) d'écoulement de l'eau dans une conduite cylindrique. On a calculé à l'aide de ces données la table de différences divisées suivante:

i	t_i	$f(t_i)$	$f[t_i, t_{i+1}]$	$f[t_i, \dots, t_{i+2}]$	$f[t_i, \dots, t_{i+3}]$
0	0	2,00	$-1,1 \times 10^{-2}$		
1	10	1,89	$-1,7 \times 10^{-2}$?	
2	20	1,72	$-2,8 \times 10^{-2}$?	?
3	30	1,44			

- Compléter la table.
- Trouver l'approximation de la vitesse (en m/s) à $t = 15$ s avec le polynôme de Newton de degré 2.
- Donner une approximation de l'erreur commise sur la vitesse calculée en (b).



**Université Internationale
de Casablanca**

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES