15

École d'ingénierie

Contrôle en Statique

Durée (1 h : 30 mn)

Filière : génie civil

Prof. : A.Ramadane, Ph.D.

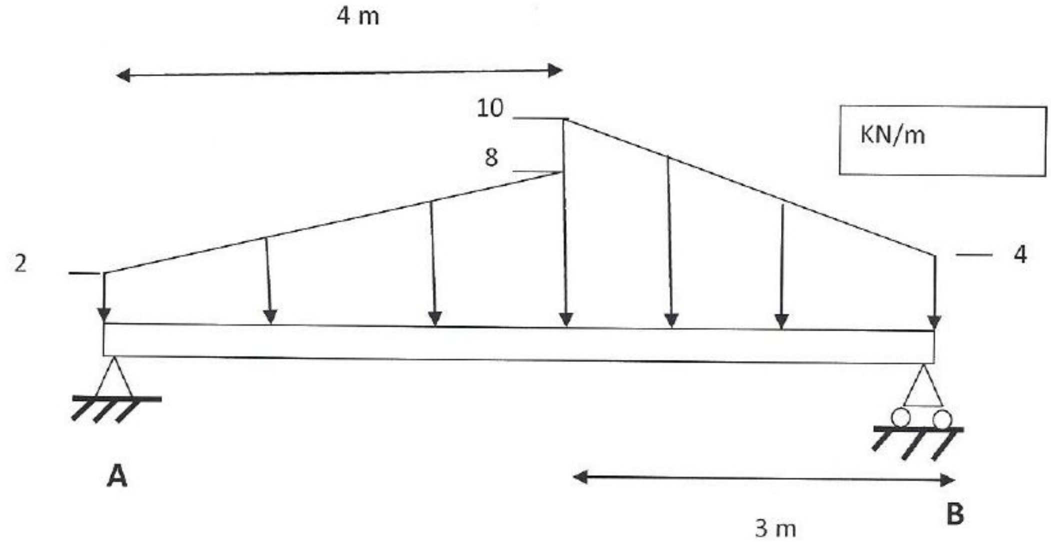
19-11-2013

Université Internationale
de Casablanca

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

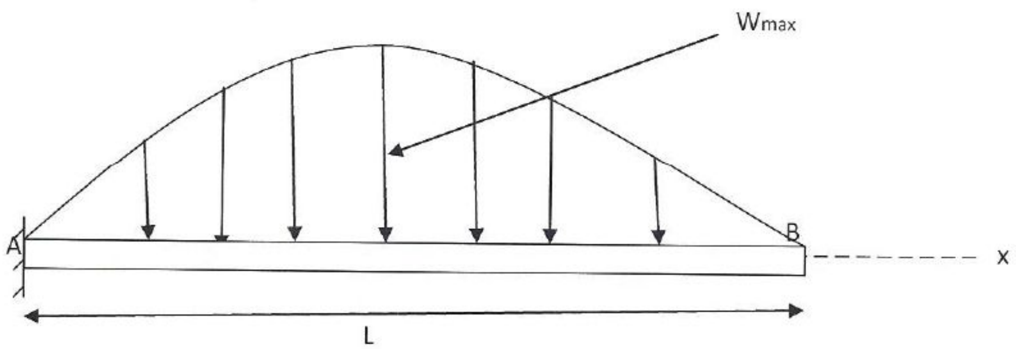
Exercice1 (6 points) :

a)



Calculer les réactions en A et B

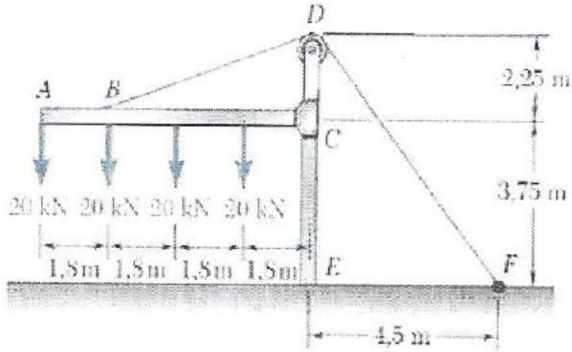
b) Calculer les réactions d'appui du porte -à-faux



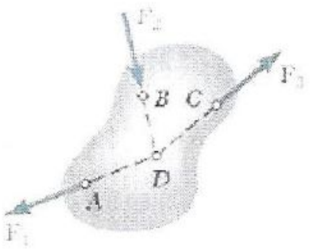
$W = W_{max} \sin(\pi\, x/L)$

Exercice 2 (4.5 points):

a) Une structure supporte une section du toit d'un petit édifice (voir figure). Sachant que la tension du câble BDF est de 150 KN, déterminez la réaction à l'encastrement E.



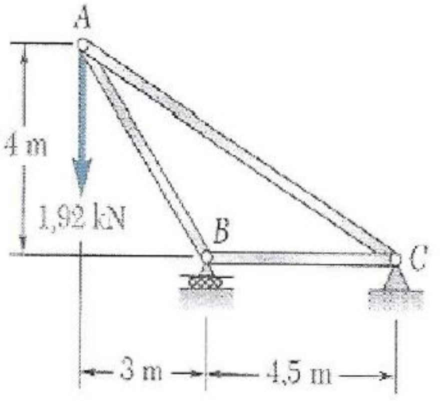
b) Montrer que les trois forces du corps rigide à l'équilibre sont concourantes.



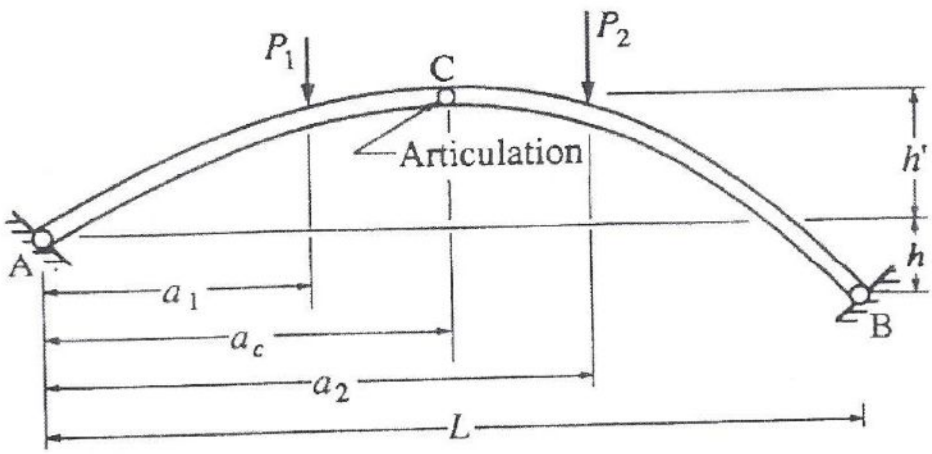
(c)

Exercice 3 (6.5 points):

a) Déterminer la force interne de chacun des membres du treillis illustré.

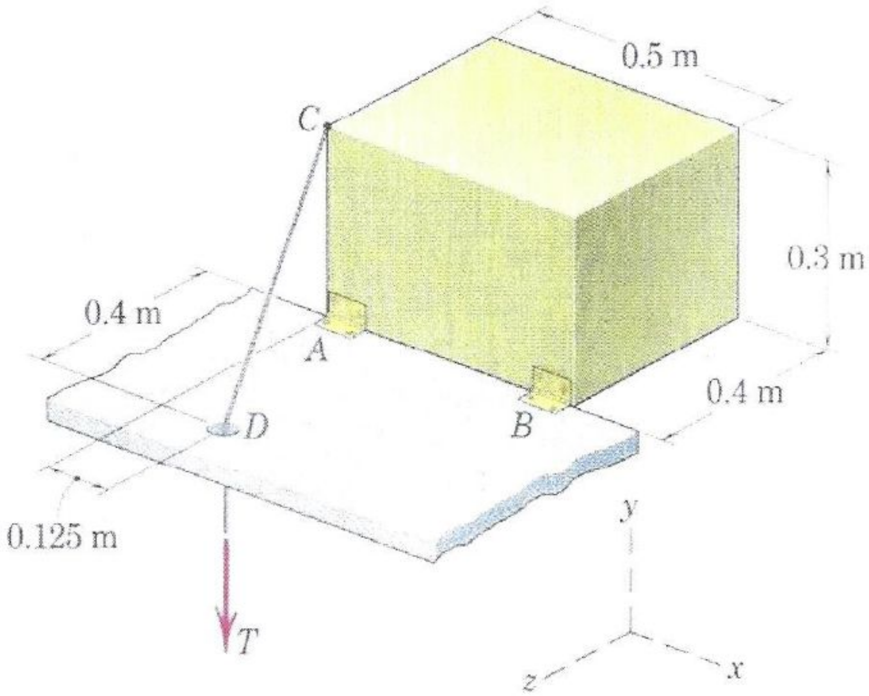


b) Calculer les réactions en A et B



Exercice 4 (3 points) :

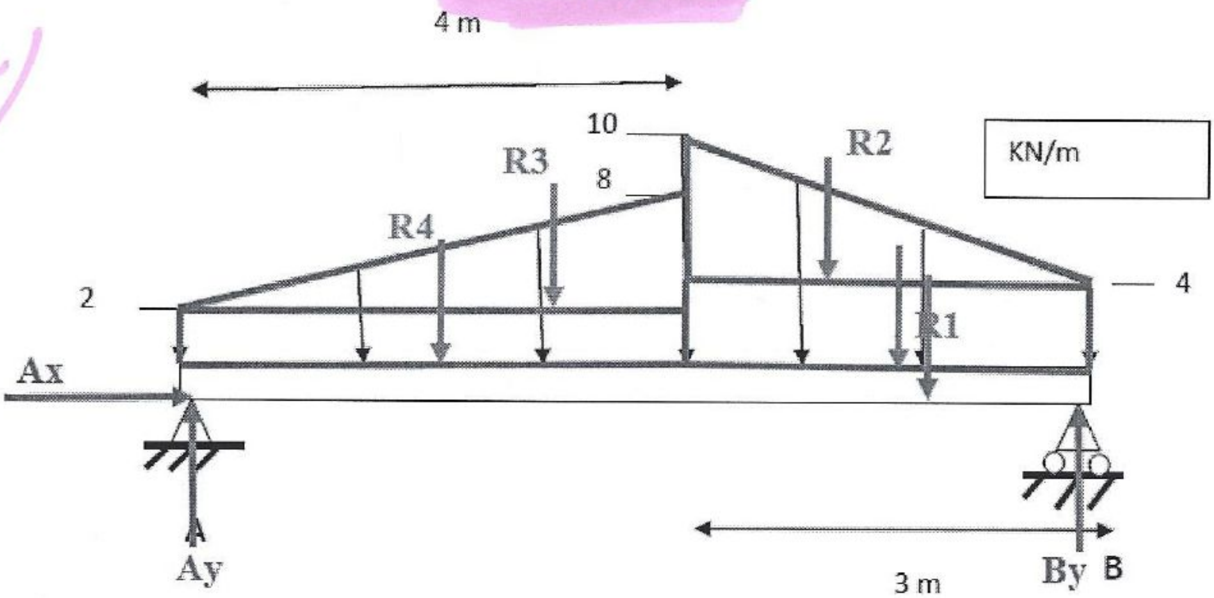
La masse du cube est 200 Kg (voir figure). Déterminer la tension dans le câble CD.



EX MACHINA

Exercice 1 :

a)



Calculons d'abord les résultantes :

Calcul de R1 :

$$R1 = 4 \times 3 = 12\ kN$$

Point d'application : $x1 = 4 + 3/2 = 7{,}5\ m\ de\ point\ A$

Calcul de R2 :

$$R2 = (10 - 4) \times 3 \times \frac{1}{2} = 9\ kN$$

Point d'application : $x2 = 4 + \frac{3}{3} = 5\ m\ de\ point\ A$

Calcul de R3 :

$$R3 = (8 - 2) \times 4 \times \frac{1}{2} = 12\ kN$$

Point d'application : $x3 = 2 \times \frac{4}{3} = \frac{8}{3}\ m\ de\ point\ A$

Calcul de R4 :

$$R4 = 2 \times 4 = 8\ kN$$

Point d'application : $x4 = 2\ m\ de\ point\ A$

Les réactions :

$$\sum M_A = 0 \iff By \times 7 - R1 \times 7{,}5 - R2 \times 5 - R3 \times \frac{8}{3} - R4 \times 2$$

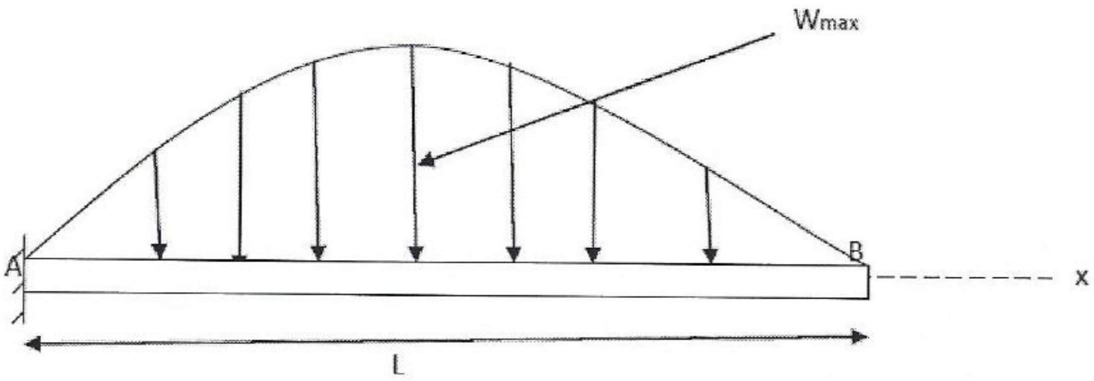
$$\Rightarrow By = 26{,}14\ kN$$

$$\sum F_y = 0 \iff Ay + By - R1 - R2 - R3 - R4 = 0$$

$$\Rightarrow Ay = 14{,}86\ kN$$

Et $Ax = 0$

b/



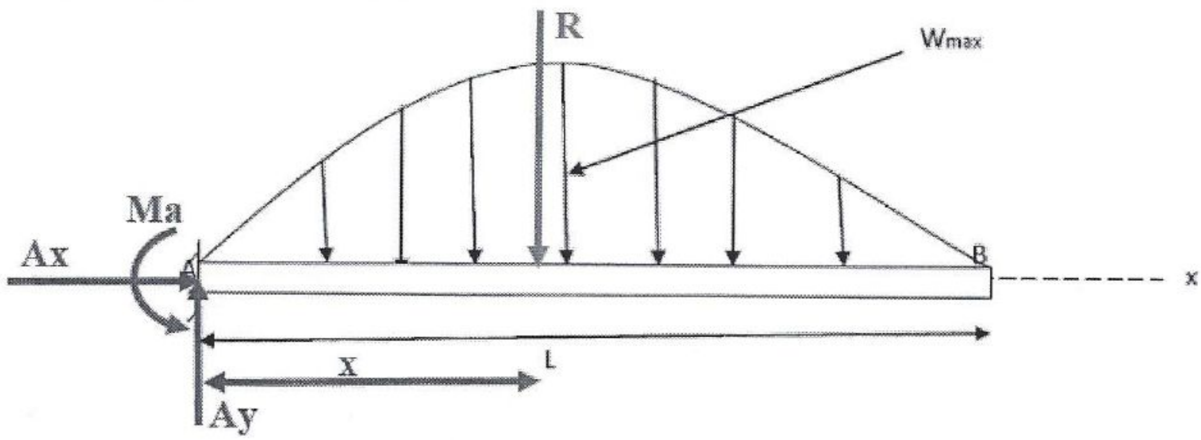
W = W_{max} sin(π x/L)

Calcul de la résultante :

$$R = \int_0^L W dx = \int_0^L W_{max} \sin(\pi \frac{x}{L}) dx$$

$$R = int\left(Wmax \cdot \sin\left(\frac{Pi \cdot x}{L} \right), x = 0 .. L \right);$$

$$R = \frac{2\ Wmax\ L}{\pi}$$



$$\sum Fy = 0 \Leftrightarrow Ay - R = 0$$

$$\Rightarrow Ay = \frac{2LW_{max}}{\pi}$$

$$Ma = R \times x = \frac{2LW_{max}}{\pi} \times \frac{L}{2} = \frac{L^2 W_{max}}{\pi}$$

Exercice 2 :

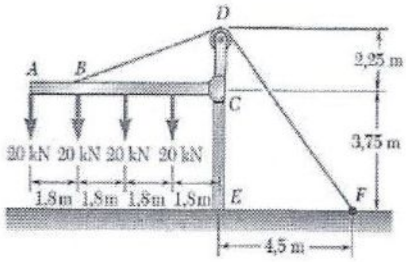


Diagramme du corps libre. On trace le diagramme du corps libre de la structure et du câble BDF. On représente la réaction au point E par les composantes $\mathbf{E}_x$, $\mathbf{E}_y$ et le couple $\mathbf{M}_E$. Les autres forces en présence agissant sur le corps libre sont les quatre charges de 20 kN et la tension appliquée à l'extrémité du câble au point F.

Équations d'équilibre. Sachant que $DF = \sqrt{(4,5 \text{ m})^2 + (6 \text{ m})^2} = 7,5$ m, on écrit

$\stackrel{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0$: $\quad E_x + \frac{4,5}{7,5}(150 \text{ kN}) = 0$

$E_x = -90,0 \text{ kN} \qquad \mathbf{E}_x = 90,0 \text{ kN} \leftarrow$ ◀

$+\uparrow\Sigma F_y = 0$: $\quad E_y - 4(20 \text{ kN}) - \frac{6}{7,5}(150 \text{ kN}) = 0$

$E_y = +200 \text{ kN} \qquad \mathbf{E}_y = 200 \text{ kN} \uparrow$ ◀

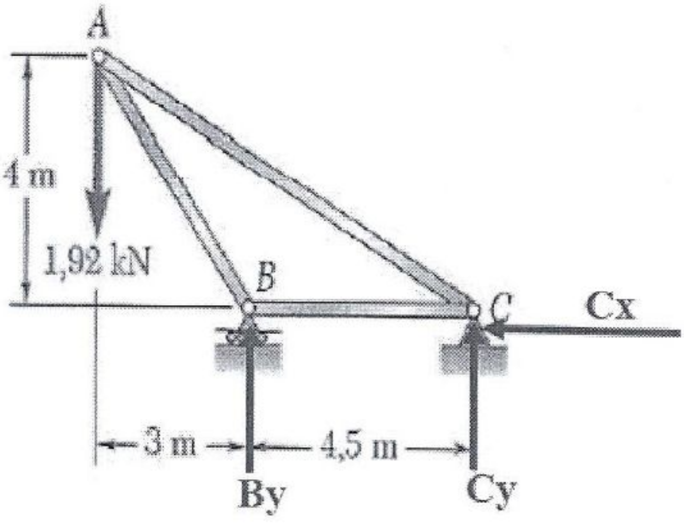
$+\circlearrowleft\Sigma M_E = 0$: $\quad (20 \text{ kN})(7,2 \text{ m}) + (20 \text{ kN})(5,4 \text{ m}) + (20 \text{ kN})(3,6 \text{ m})$

$+ (20 \text{ kN})(1,8 \text{ m}) - \frac{6}{7,5}(150 \text{ kN})(4,5 \text{ m}) + M_E = 0$

$M_E = +180,0 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad \mathbf{M}_E = 180,0 \text{ kN}\cdot\text{m} \circlearrowleft$ ◀

Exercice 3 :

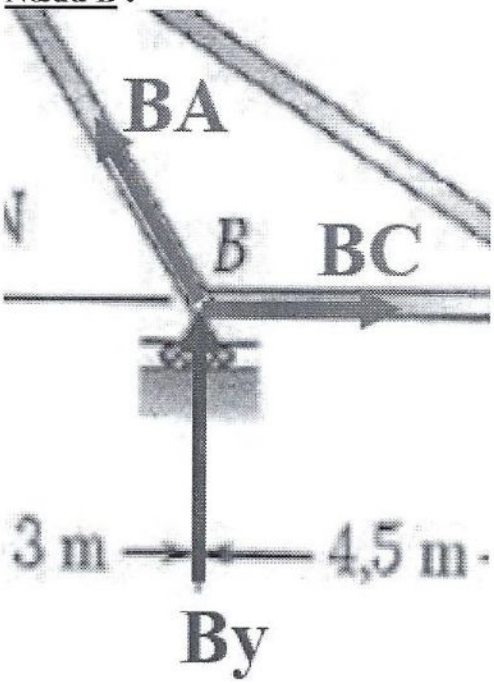
DCL global :



$$\sum M_C = 0 \Leftrightarrow 1,92 \times (3 + 4,5) - By \times 4,5 = 0$$
$$\Rightarrow By = 3,2 \ kN$$
$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow By + Cy - 1,92 = 0$$

$$\Rightarrow Cy = -1{,}28\ kN$$
$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow Cx = 0$$

<u>Nœud B</u> :

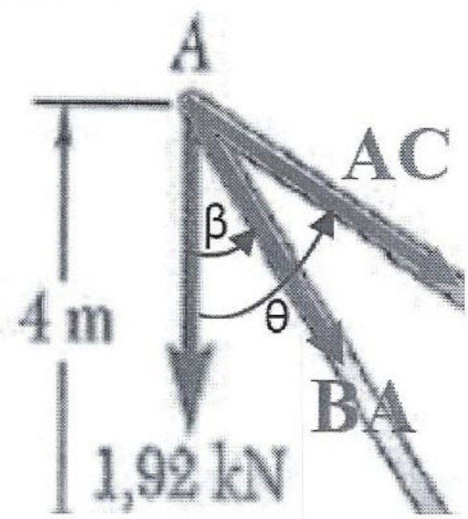


$$(1): \sum Fx = 0 \Leftrightarrow BC - BA \times cos\alpha = 0$$
$$(2): \sum Fy = 0 \Leftrightarrow By + BA \times sin\alpha = 0$$

$$tan\alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = 53.13$$

$$(2) \Rightarrow : BA = \frac{-By}{sin\alpha} = -4\ kN$$
$$(1) \Rightarrow BC = BA \times cos\alpha = -2{,}4\ kN$$

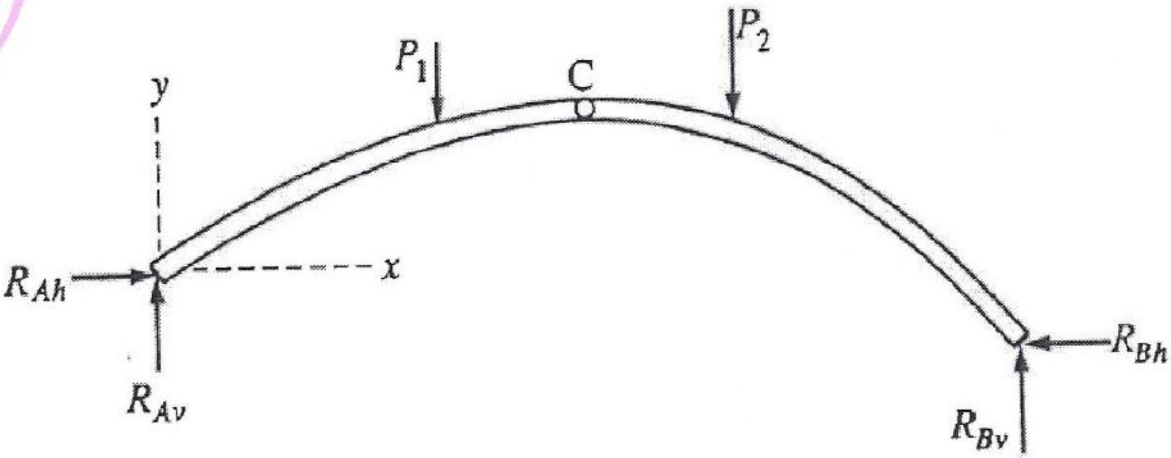
<u>Nœud A</u> :



$$(3): \sum Fx = 0$$
$$\Leftrightarrow AC \times sin\theta + BA \times sin\beta = 0$$
$$tan\beta = \frac{3}{4} \Rightarrow \beta = 36{,}86$$
$$tan\theta = \frac{7{,}5}{4} \Rightarrow \theta = 61.92$$
$$(3) \Rightarrow AC = \frac{-BA \times sin\beta}{sin\theta} = 2{,}72\ kN$$

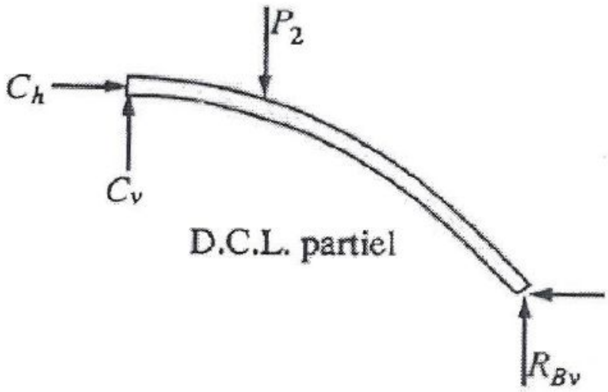
b/ DCL global :

b)



$$(1): \sum Fx = 0 \Leftrightarrow R_{Ah} - R_{Bh} = 0$$
$$(2): \sum Fy = 0 \Leftrightarrow R_{Av} + R_{Bv} - P_1 - P_2 = 0$$
$$(3): \sum M_A = 0 \Leftrightarrow -R_{Bh} \times h + R_{Bv} \times L - P_1 \times a_1 - P_2 \times a_2 = 0$$

Il faut chercher une quatrième équation, donc on fait un DCL local sur la partie CB et on obtient :



$$(4): \sum M_C = 0$$
$$\Leftrightarrow -R_{Bh} \times (h + h')$$
$$+ R_{Bv} \times \frac{L}{2}$$
$$- P_2 \times (a_2 - a_C) = 0$$

```
restart;
```

$equ1 := Rah - Rbh = 0;$
$equ2 := Rav + Rbv - P1 - P2 = 0;$
$equ3 := Rbv \cdot L - Rbh \cdot h - P1 \cdot a1 - P2 \cdot a2 = 0;$
$equ4 := \frac{Rbv \cdot l}{2} - Rbh \cdot (h + H) - P2 \cdot (a2 - ac) = 0;$

$$equ1 := Rah - Rbh = 0$$

$$equ2 := Rav + Rbv - P1 - P2 = 0$$

$$equ3 := Rbv\,L - P1\,a1 - P2\,a2 - Rbh\,h = 0$$

$$equ4 := \frac{Rbv\,l}{2} - Rbh\,(h + H) - P2\,(a2 - ac) = 0$$

$solve(\{equ4, equ3\}, \{Rbv, Rbh\});$

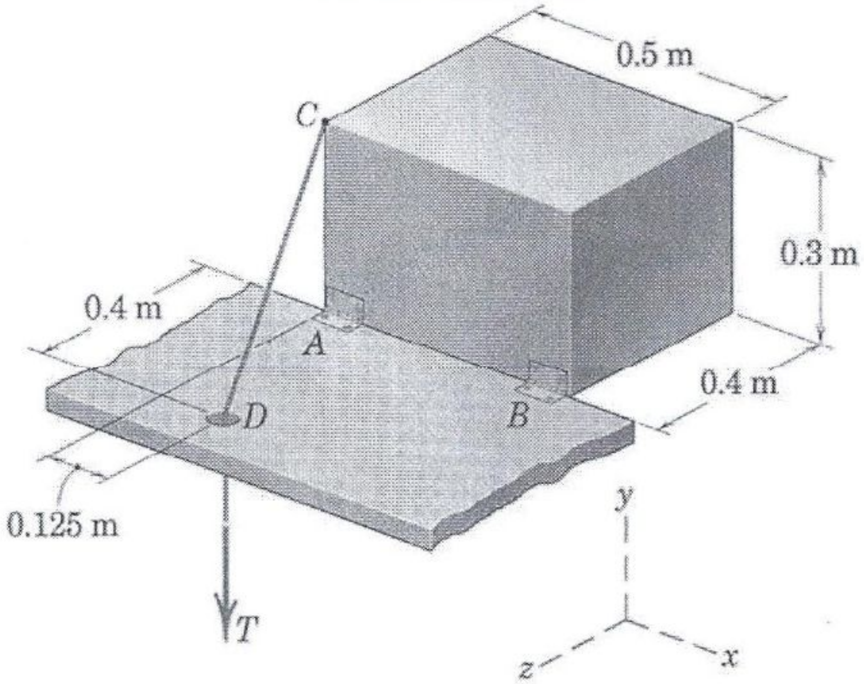
$$\left\{Rbh = -\frac{2\,L\,P2\,a2 - 2\,L\,P2\,ac - P1\,a1\,l - P2\,a2\,l}{2\,HL + 2\,L\,h - hl}, Rbv = \frac{2\,(HP1\,a1 + HP2\,a2 + P1\,a1\,h + P2\,ac\,h)}{2\,HL + 2\,L\,h - hl}\right\}$$

Cherchons les réactions au point A :

$$Rah = -\frac{2\,L\,P2\,a2 - 2\,L\,P2\,ac - P1\,a1\,l - P2\,a2\,l}{2\,HL + 2\,L\,h - hl}$$

$$Rav = \frac{2\,HL\,P1 + 2\,HL\,P2 - 2\,HP1\,a1 - 2\,HP2\,a2 + 2\,L\,P1\,h + 2\,L\,P2\,h - 2\,P1\,a1\,h - P1\,hl - 2\,P2\,ac\,h - P2\,hl}{2\,HL + 2\,L\,h - hl}$$

Exercice 4 :



$$C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0{,}3 \\ 0 \end{pmatrix} \; et \; D = \begin{pmatrix} 0{,}125 \\ 0 \\ 0{,}4 \end{pmatrix} \; donc \; \overrightarrow{CD} = 0{,}125\,\vec{\imath} - 0{,}3\,\vec{\jmath} + 0{,}4\,\vec{k}$$

$$et \; CD = \sqrt{0{,}125^2 + 0{,}3^2 + 0{,}4^2} = 0{,}515$$

$$\vec{T} = T\overrightarrow{\lambda_{CD}} = T\frac{\overrightarrow{CD}}{CD}$$

$$\Rightarrow \vec{T} = T\left(\frac{0,125\,\vec{\imath} - 0,3\,\vec{\jmath} + 0,4\,\vec{k}}{0,515}\right) = (0,242 \times T)\,\vec{\imath} - (0,582 \times T)\vec{\jmath} + (0,776 \times T)\vec{k}$$

Afin de trouver la tension, on calcule la somme des moment suivant l'axe Ox :

$$\sum M_{Ox} = 0 \Leftrightarrow 0,3 \times Tz - 0,2 \times W = 0 \quad avec\, Tz = 0,776 \times T$$

$$\Rightarrow T = \frac{0,2 \times W}{0,3 \times 0,776} = \frac{0,2 \times 200 \times 9,81}{0,3 \times 0,776} = 1685,56\,N$$