



École d'ingénierie

Contrôle en Statique

Durée (2 h : 00 mn)

Prof. : A.Ramadane, Ph.D.

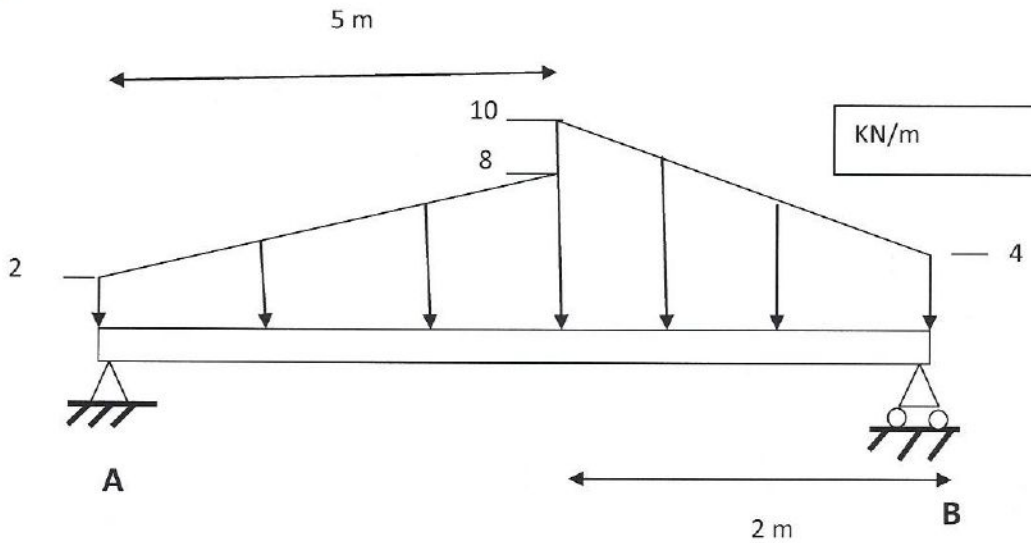


**Université Internationale
de Casablanca**

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

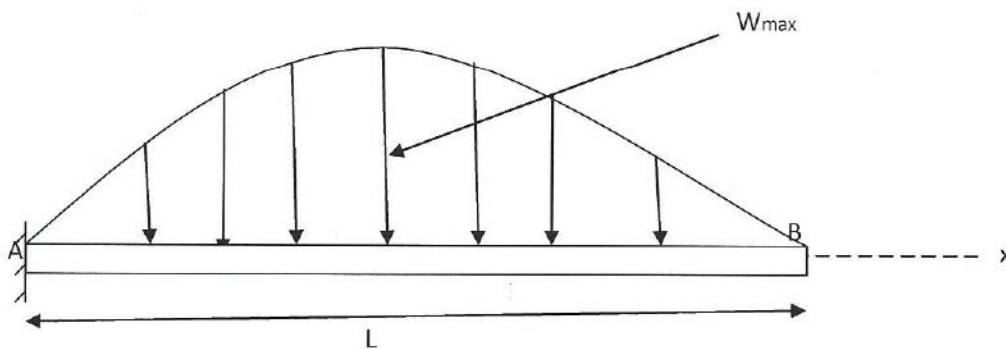
Exercice 1 (6 points) :

a)



Calculer les réactions en A et B

b) Calculer les réactions d'appui du porte-à-faux



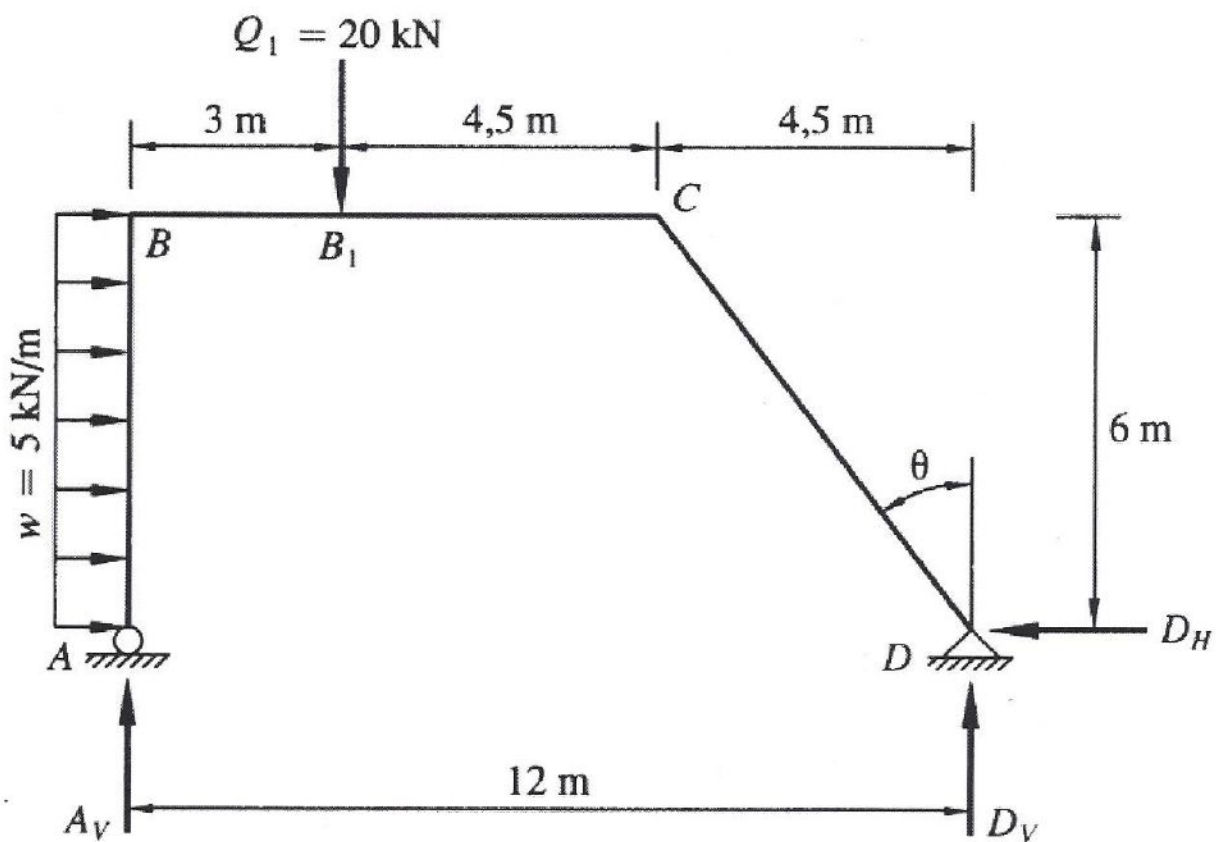
**Université Internationale
de Casablanca**

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

$$W = W_{\max} \sin(\pi x/L)$$

Exercice 2 (5 points):

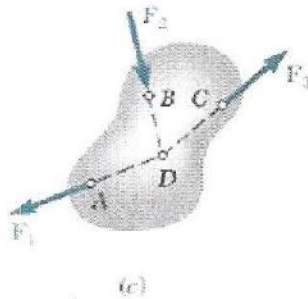
Déterminer les réactions aux appuis du portique suivant.
(Tiré de A. Samikiam).



**Université Internationale
de Casablanca**

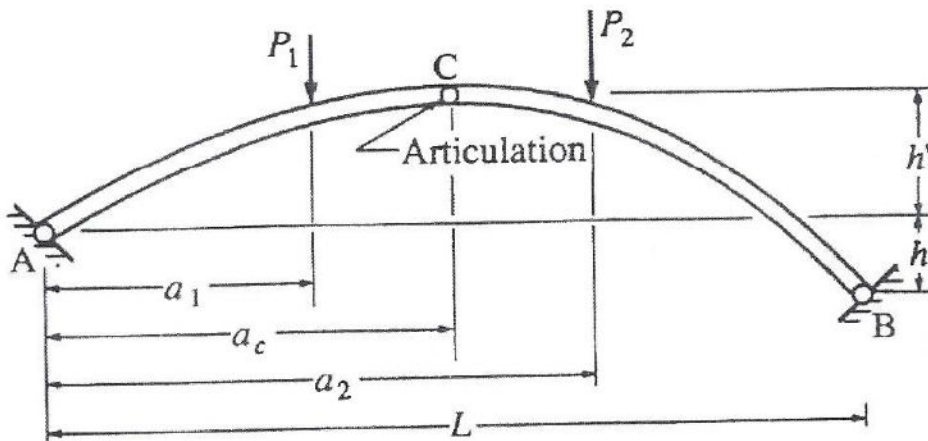
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

a) Montrer que les trois forces du corps rigide à l'équilibre sont concourantes.



Exercice 3 (6 points):

a) Calculer les réactions en A et B

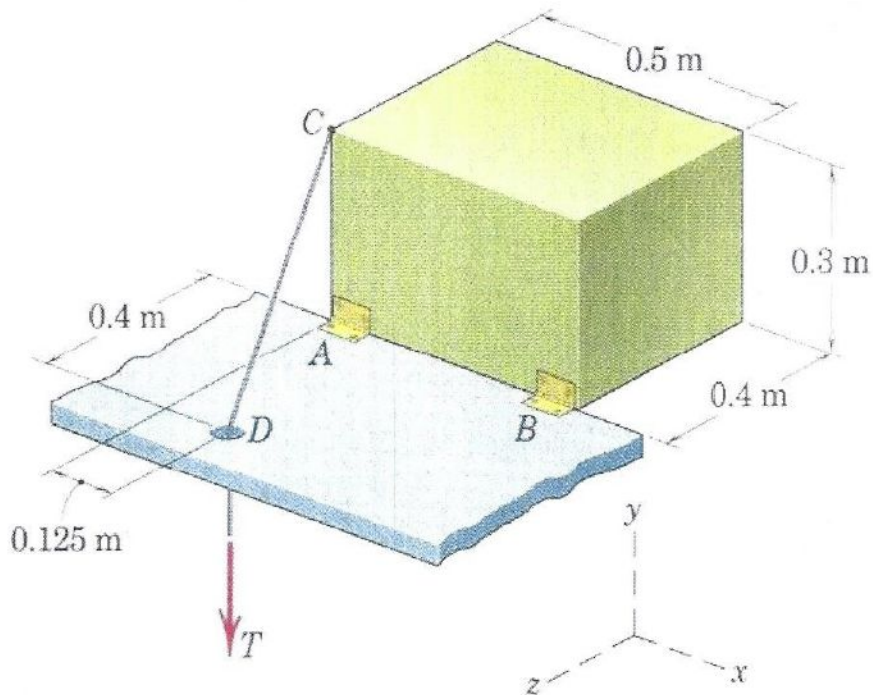


**Université Internationale
de Casablanca**

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Exercice 4 (3 points) :

La masse du cube est 200 Kg (voir figure). Déterminer la tension dans le câble CD.

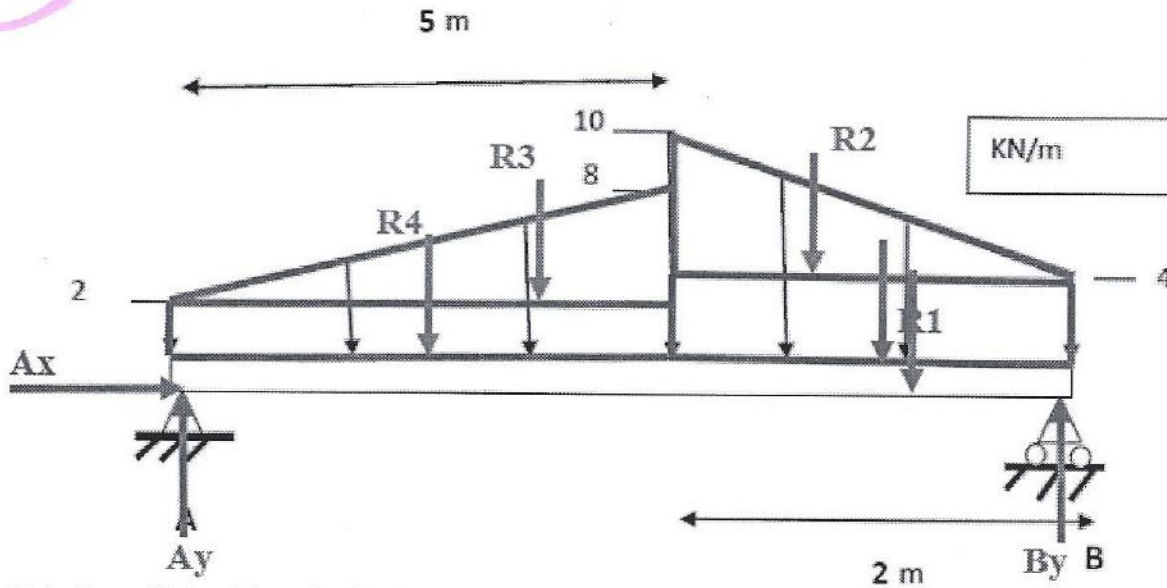


**Université Internationale
de Casablanca**

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Exercice 1 :

a/
a)



Calculons d'abord les résultantes :

Calcul de R1 :

$$R1 = 4 \times 2 = 8 \text{ kN}$$

Point d'application : $x1 = 5 + 2/2 = 6 \text{ m de point A}$

Calcul de R2 :

$$R2 = (10 - 4) \times 2 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ kN}$$

Point d'application : $x2 = 5 + \frac{2}{3} = 5,66 \text{ m de point A}$

Calcul de R3 :

$$R3 = (8 - 2) \times 5 \times \frac{1}{2} = 15 \text{ kN}$$

Point d'application : $x3 = 2 \times \frac{5}{3} = \frac{10}{3} \text{ m de point A}$

Calcul de R4 :

$$R4 = 2 \times 5 = 10 \text{ kN}$$

Point d'application : $x4 = 2,5 \text{ m de point A}$

Les réactions :

$$\sum M_A = 0 \Leftrightarrow By \times 7 - R1 \times 6 - R2 \times 5,66 - R3 \times \frac{10}{3} - R4 \times 2,5$$

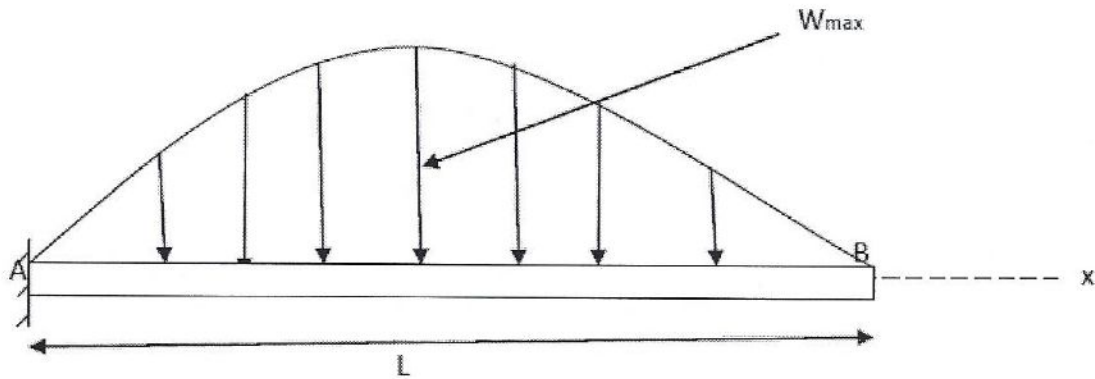
$$\Rightarrow By = 22,42 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow Ay + By - R1 - R2 - R3 - R4 = 0$$

$$\Rightarrow Ay = 16,58 \text{ kN}$$

$$\text{Et } Ax = 0$$

b/



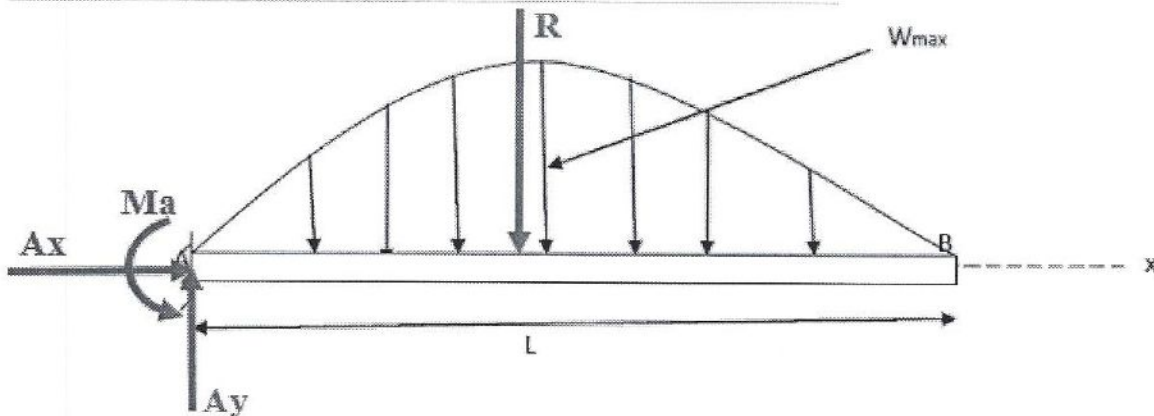
$$W = W_{\max} \sin(\pi x/L)$$

Calcul de la résultante :

$$R = \int_0^L W dx = \int_0^L W_{\max} \sin\left(\pi \frac{x}{L}\right) dx$$

$$R = \text{int}\left(W_{\max} \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), x=0..L\right);$$

$$R = \frac{2 W_{\max} L}{\pi}$$



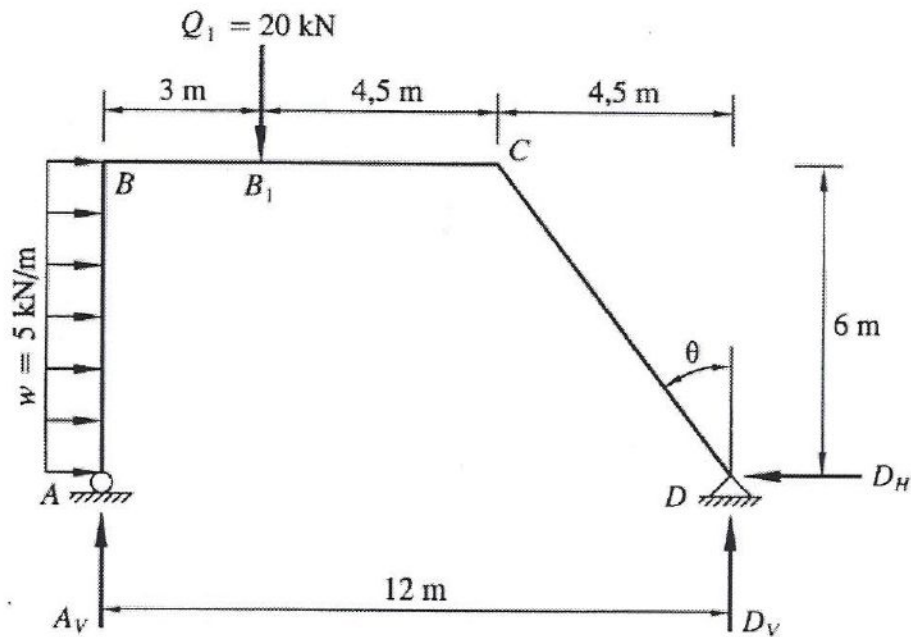
$$W = W_{\max} \sin(\pi x/L)$$

$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow Ay - R = 0$$

$$\Rightarrow Ay = \frac{2LW_{\max}}{\pi}$$

$$Ma = R \times x = \frac{2LW_{\max}}{\pi} \times \frac{L}{2} = \frac{L^2 W_{\max}}{\pi}$$

Exercice 2 :



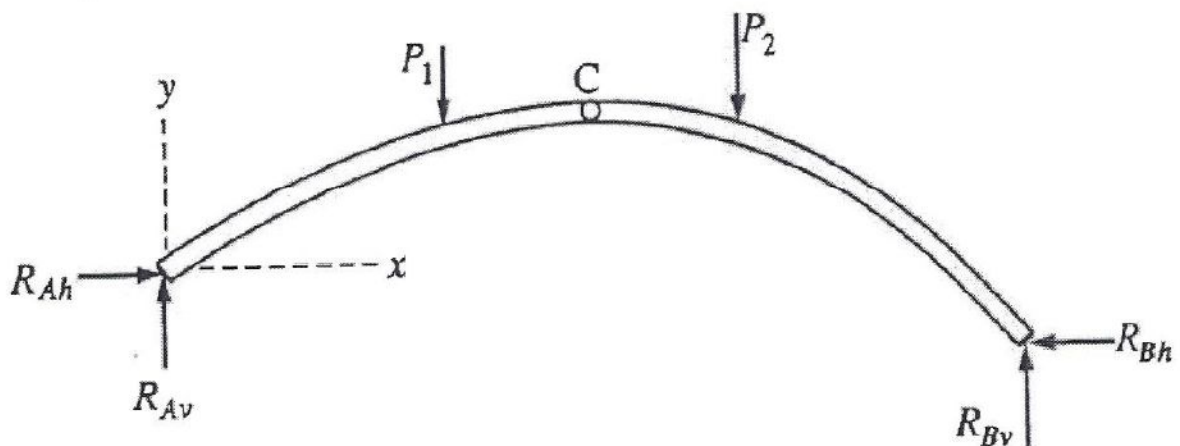
$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow w \times (6m) - D_H = 0 \Rightarrow D_H = 30 \text{ kN}$$

$$\sum M_D = 0 \Leftrightarrow Q_1 \times (4,5 + 4,5) - A_V \times 12 - w \times 6 \times \frac{6}{2} = 0 \Rightarrow A_V = 7,5 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow A_V + D_V - Q_1 = 0 \Rightarrow D_V = 12,5 \text{ kN}$$

Exercice 3 :

DCL global :

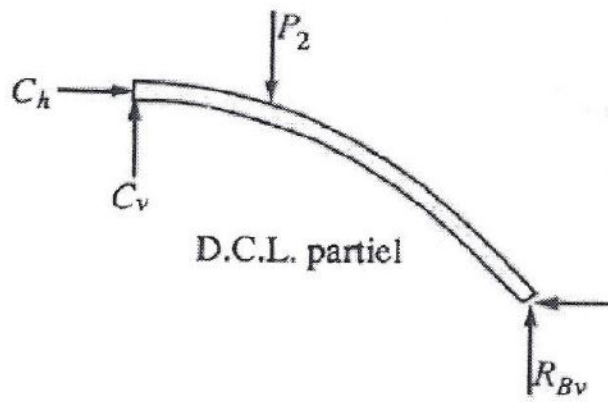


$$(1): \sum F_x = 0 \Leftrightarrow R_{Ah} - R_{Bh} = 0$$

$$(2): \sum F_y = 0 \Leftrightarrow R_{Av} + R_{Bv} - P_1 - P_2 = 0$$

$$(3): \sum M_A = 0 \Leftrightarrow -R_{Bh} \times h + R_{Bv} \times L - P_1 \times a_1 - P_2 \times a_2 = 0$$

Il faut chercher une quatrième équation, donc on fait un DCL local sur la partie CB et on obtient :



$$\begin{aligned} (4): \sum M_C &= 0 \\ &\Leftrightarrow -R_{Bh} \times (h + h') \\ &\quad + R_{Bv} \times \frac{L}{2} \\ &\quad - P_2 \times (a_2 - a_C) = 0 \end{aligned}$$

restart;

$$\text{equ1} := R_{ah} - R_{bh} = 0;$$

$$\text{equ2} := R_{av} + R_{bv} - P1 - P2 = 0;$$

$$\text{equ3} := R_{bv} \cdot L - R_{bh} \cdot h - P1 \cdot a1 - P2 \cdot a2 = 0;$$

$$\text{equ4} := \frac{R_{bv} \cdot l}{2} - R_{bh} \cdot (h + H) - P2 \cdot (a2 - ac) = 0;$$

$$\text{equ1} := R_{ah} - R_{bh} = 0$$

$$\text{equ2} := R_{av} + R_{bv} - P1 - P2 = 0$$

$$\text{equ3} := R_{bv}L - P1a1 - P2a2 - R_{bh}h = 0$$

$$\text{equ4} := \frac{R_{bv}l}{2} - R_{bh}(h + H) - P2(a2 - ac) = 0$$

solve({equ4, equ3}, {Rbv, Rbh});

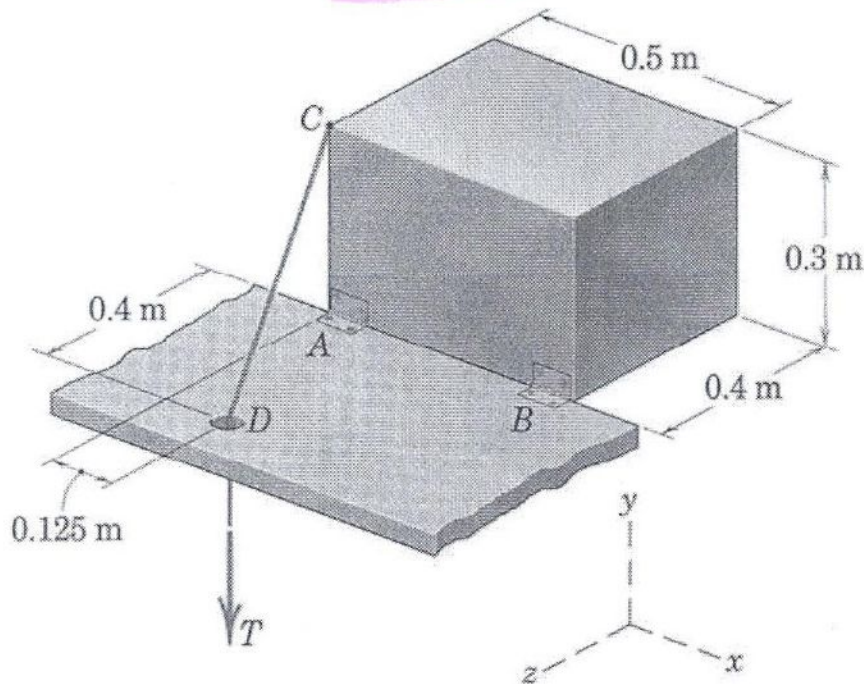
$$\left\{ R_{bh} = -\frac{2LP2a2 - 2LP2ac - P1a1l - P2a2l}{2HL + 2Lh - hl}, R_{bv} = \frac{2(HP1a1 + HP2a2 + P1a1h + P2ach)}{2HL + 2Lh - hl} \right\}$$

Cherchons les réactions au point A :

$$R_{ah} = -\frac{2LP2a2 - 2LP2ac - P1a1l - P2a2l}{2HL + 2Lh - hl}$$

$$R_{av} = \frac{2HLP1 + 2HLP2 - 2HP1a1 - 2HP2a2 + 2LP1h + 2LP2h - 2P1a1h - P1hl - 2P2ach - P2hl}{2HL + 2Lh - hl}$$

Exercice 4 :



$$C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } D = \begin{pmatrix} 0,125 \\ 0 \\ 0,4 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{CD} = 0,125 \vec{i} - 0,3 \vec{j} + 0,4 \vec{k}$$

$$\text{et } CD = \sqrt{0,125^2 + 0,3^2 + 0,4^2} = 0,515$$

$$\vec{T} = T \overrightarrow{\lambda_{CD}} = T \frac{\overrightarrow{CD}}{CD}$$

$$\Rightarrow \vec{T} = T \left(\frac{0,125 \vec{i} - 0,3 \vec{j} + 0,4 \vec{k}}{0,515} \right) = (0,242 \times T) \vec{i} - (0,582 \times T) \vec{j} + (0,776 \times T) \vec{k}$$

Afin de trouver la tension, on calcule la somme des moment suivant l'axe Ox :

$$\sum M_{Ox} = 0 \Leftrightarrow 0,3 \times Tz - 0,2 \times W = 0 \text{ avec } Tz = 0,776 \times T$$
$$\Rightarrow T = \frac{0,2 \times W}{0,3 \times 0,776} = \frac{0,2 \times 200 \times 9,81}{0,3 \times 0,776} = 1685,56 \text{ N}$$