



## Examen final de Statistiques

Professeur : A. Bouamaine

Durée : 2 H

Instructions : Documents non autorisés

### Exercice 1

On a interrogé 3 villes sur leur appréciation de 3 stations de radio. Le croisement de ces 2 variables donne le tableau de contingence suivant :

Villes	Ville 1	Ville 2	Ville 3
Stations			
Radio 1	15	25	20
Radio 2	16	18	22
Radio 3	34	24	26

Peut-on dire à partir de ces données qu'il y a indépendance entre l'appréciation des stations et les villes au seuil de confiance 1 % =  $\alpha$

### Exercice 2

Un institut de consommation a noté la pesée d'un échantillon non exhaustif de 10 boîtes de conserves qui devrait peser 80 g. Les résultats des pesées en grammes sont les suivants :

80 – 81 – 78 – 82 – 77 – 78 – 80 – 79 – 80 – 75

1. Déterminer le poids net moyen des boîtes et son écart-type de cet échantillon.
2. Peut-on admettre, au risque 5 %, que le poids moyen des boîtes vendues est égal à 80 g.
3. Peut-on admettre, au risque 5 %, que l'écart-type est de 2 g.
4. Les boîtes sur-dosées sont une source de perte pour l'entreprise qui décide de tester au risque 5%, si les poids des boîtes est supérieur à 80 g. Il prélève un échantillon de 101 boîtes qui donnent un poids moyen de 84 g et un écart-type de 3 g. Que conclure ?

5. Les boîtes de ce produit conditionnées par cette entreprise sont quotidiennement soumises à un contrôle de qualité. La proportion des boîtes qui ne satisfont pas aux exigences de qualité ne doit pas excéder 2%. Un échantillon de 200 boîtes donne 5 boîtes dont la qualité n'est pas suffisante. Que conclure au seuil de risque 5%.

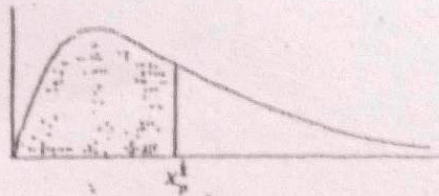
### Exercice 3

Soit  $X$  une variable aléatoire de densité de probabilité  $f$  définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^2} x e^{-\frac{1}{\theta}x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Déterminer un estimateur  $T$  au sens du maximum de vraisemblance du paramètre  $\theta$
2. Quelles sont les qualités de l'estimateur  $T$  (sans biais, convergent, efficace)
3. Déterminer la quantité d'information de Fisher apporté par l'estimateur  $T$

VALEURS DES CENTILES ( $\chi_p^2$ )  
 pour la  
 DISTRIBUTION du CHI-DEUX  
 en fonction du nombre  $\nu$  de degrés de liberté  
 (aire en grisé =  $p$ )



$\nu$	$\chi_{0,995}^2$	$\chi_{0,99}^2$	$\chi_{0,975}^2$	$\chi_{0,95}^2$	$\chi_{0,90}^2$	$\chi_{0,75}^2$	$\chi_{0,50}^2$	$\chi_{0,25}^2$	$\chi_{0,10}^2$	$\chi_{0,05}^2$	$\chi_{0,025}^2$	$\chi_{0,01}^2$	$\chi_{0,005}^2$
1	7,88	6,63	5,02	3,84	2,71	1,82	0,455	0,102	0,0158	0,0039	0,0010	0,0002	0,0000
2	10,6	9,21	7,38	5,99	4,61	2,77	1,39	0,676	0,211	0,103	0,0608	0,0201	0,0100
3	12,8	11,8	9,95	7,81	6,25	4,11	2,87	1,21	0,584	0,352	0,216	0,116	0,072
4	14,9	18,3	11,1	9,49	7,78	5,99	3,96	1,92	1,06	0,711	0,484	0,297	0,207
5	16,7	16,1	12,8	11,1	9,24	6,53	4,36	2,67	1,61	1,16	0,831	0,554	0,412
6	18,5	16,8	14,4	12,6	10,6	7,84	5,26	3,46	2,20	1,84	1,24	0,872	0,676
7	20,3	18,5	16,0	14,1	12,0	9,04	6,36	4,25	2,83	2,17	1,69	1,24	0,909
8	22,0	20,1	17,6	15,5	13,4	10,2	7,84	5,07	3,49	2,73	2,18	1,66	1,84
9	23,6	21,7	19,0	16,9	14,7	11,4	8,84	5,90	4,17	3,33	2,70	2,09	1,73
10	25,2	23,2	20,5	18,3	16,0	12,5	9,34	6,74	4,87	3,94	3,26	2,50	2,10
11	26,8	24,7	21,9	19,7	17,3	13,7	10,3	7,68	5,68	4,57	3,82	3,06	2,60
12	28,3	26,2	23,3	21,0	18,6	14,8	11,3	8,44	6,30	5,23	4,40	3,57	3,07
13	29,8	27,7	24,7	22,4	19,8	16,0	12,3	9,30	7,04	5,89	5,01	4,11	3,57
14	31,3	29,1	26,1	23,7	21,1	17,1	13,3	10,2	7,70	6,57	5,63	4,66	4,07
15	32,8	30,6	27,5	25,0	22,3	18,2	14,3	11,0	8,56	7,26	6,26	5,23	4,60
16	34,3	32,0	28,8	26,3	23,6	19,4	15,3	11,9	9,31	7,96	6,91	5,81	5,14
17	35,7	33,4	30,2	27,6	24,8	20,6	16,3	12,8	10,1	8,67	7,56	6,41	5,70
18	37,2	34,8	31,5	28,9	26,0	21,6	17,3	13,7	10,9	9,39	8,23	7,01	6,26
19	38,6	36,2	32,9	30,1	27,2	22,7	18,3	14,6	11,7	10,1	8,91	7,63	6,84
20	40,0	37,6	34,2	31,4	28,4	23,8	19,3	15,5	12,4	10,9	9,60	8,26	7,43
21	41,4	38,9	35,5	32,7	29,6	24,9	20,3	16,3	13,2	11,6	10,3	8,90	8,03
22	42,8	40,3	36,8	33,9	30,8	26,0	21,3	17,2	14,0	12,3	11,0	9,54	8,64
23	44,2	41,6	38,1	35,2	32,0	27,1	22,3	18,1	14,8	13,1	11,7	10,2	9,26
24	45,6	43,0	39,4	36,4	33,2	28,2	23,3	19,0	15,7	13,8	12,4	10,9	9,89
25	46,9	44,3	40,6	37,7	34,4	29,3	24,3	19,9	16,5	14,6	13,1	11,6	10,5
26	48,3	45,6	41,9	38,9	35,6	30,4	25,3	20,8	17,3	15,4	13,8	12,2	11,2
27	49,6	47,0	43,2	40,1	36,7	31,5	26,3	21,7	18,1	16,2	14,5	12,9	11,8
28	51,0	48,3	44,5	41,3	37,9	32,6	27,3	22,7	18,9	16,9	15,2	13,6	12,6
29	52,3	49,6	45,7	42,6	39,1	33,7	28,3	23,6	19,8	17,7	16,0	14,3	13,1
30	53,7	50,9	47,0	43,8	40,3	34,8	29,3	24,5	20,6	18,5	16,8	15,0	13,8
40	66,8	63,7	59,3	56,8	51,8	45,6	39,3	33,7	29,1	26,5	24,4	22,2	20,7
50	79,5	76,2	71,4	67,5	63,2	56,3	49,3	42,9	37,7	34,8	32,4	29,7	28,0
60	92,0	88,4	83,3	79,1	74,4	67,0	59,3	52,3	46,5	42,2	40,5	37,5	35,5
70	104,2	100,4	95,0	90,5	85,5	77,6	69,3	61,7	55,3	51,7	48,8	45,4	43,3
80	116,3	112,3	106,6	101,9	96,6	88,1	79,3	71,1	64,3	60,4	57,2	53,5	51,2
90	128,3	124,1	118,1	113,1	107,6	98,0	89,9	80,6	73,3	69,1	66,6	61,0	59,2
100	140,2	135,8	129,6	124,3	118,5	109,1	99,3	90,1	82,4	77,9	74,2	70,1	67,3

D'après Catherine M. Thompson, *Table of percentage points of the chi-square distribution*, Blomstedt, vol. 33, 1941

Table de la Fonction Intégrale de la Loi de Laplace-Gauss  
ou Table de  $\Pi(t)$

Probabilité d'une valeur inférieure à t

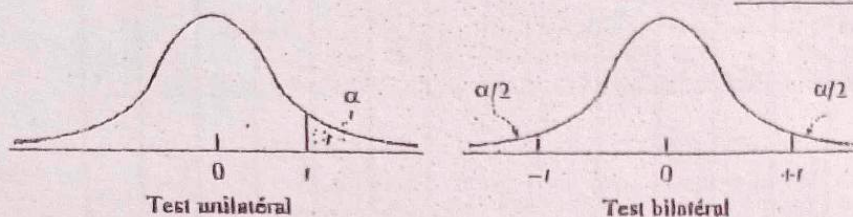
t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

Table pour les grandes valeurs de t

t	3,00	3,10	3,20	3,30	3,40	3,50	3,60	3,80	4,00	4,50
$\Pi(t)$	0,99865	0,99903	0,99931	0,99952	0,99966	0,99977	0,99984	0,99993	0,99997	0,999997

Si  $N \geq 10$

La valeur  $t = \rho \sqrt{\frac{N-2}{1-\rho^2}}$  est distribuée selon la loi de Student à  $v = N-2$  degrés de liberté



Seuil de signification pour le test unilatéral									
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.01	.005	.0005
Seuil de signification pour le test bilatéral									
df	.50	.40	.30	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.620
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.716	3.106	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.343	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.496
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
∞	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

Table de la loi de Student