

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Les candidats sont invités à encadrer, dans la mesure du possible, les résultats de leurs calculs. Le contrôle continu est composé d'une page, de deux exercices indépendants et peuvent être traités dans l'ordre souhaité par le candidat.

Durée du contrôle : 2h - Exercice 1 (10 points), Exercice 2 (10 points).

Exercice 1

On cherche à résoudre par un schéma de type différences finies le problème suivant :

$$(P) \begin{cases} -u''(x) + (1+x)u'(x) + xu(x) = \cos x, & \forall x \in]0, 1[\\ u(0) = 1, \\ u(1) = -1, \end{cases}$$

On discrétise le domaine $]0, 1[$ en N noeuds. ($h = \frac{1}{N}$) et on note $u_i \simeq u(x_i)$ pour $0 \leq i \leq N$.

1. Ecrire l'algorithme obtenu en utilisant la méthode des différences finies au problème (P).
2. Dédurre que le problème obtenu est équivalent à résoudre le système linéaire $AX = B$, déterminer A , X et B .

Exercice 2

On cherche à résoudre par un schéma de type différences finies le problème suivant :

$$(P) \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) = e^{-t} \cos x, & \forall x \in]0, 1[, \forall t \in]0, T[\\ u(0, t) = te^{-t}, \quad u(1, t) = e^{-t}, & \text{pour } t \in]0, T[\\ u(x, 0) = 1 + \sin x, & \text{pour } x \in]0, 1[\end{cases}$$

On discrétise le domaine $[0, 1]$ en $(N+1)$ noeuds. ($h = \frac{1}{N+1}$) et $[0, T]$ en $(M+1)$ noeuds. ($k = \frac{T}{M+1}$) on note $u_{ij} \simeq u(x_i, t_j)$ pour $0 \leq i \leq N+1, 0 \leq j \leq M+1$.

1. Ecrire un schéma explicite permettant de résoudre numériquement le problème (P).
2. Ecrire un schéma implicite permettant de résoudre numériquement le problème (P).
3. Ecrire un schéma de CRANK-NICOLSON permettant de résoudre numériquement le problème (P).