Université Internationale de Casablanca
École d'Ingénierie de l'UIC

Mécanique des Milieux Continus

Contrôle de connaissance

Mercredi 2/1/2019 – Durée : 2 heures

Documents non autorisés

(I) a) En un point M d'une structure, on peut définir de façon unique le vecteur contrainte $\vec{T}(M)$

vrai ou faux (justifier)

b) En un point M d'une structure, on peut définir de façon unique le vecteur déformation $\vec{u}(M)$

vrai ou faux (justifier)

c) Les colonnes du tenseur des contraintes $\bar{\bar{\sigma}}$ représentent les vecteurs contraintes pour les facettes parallèles aux vecteurs de la base.

vrai ou faux (justifier)

d) Le tenseur des déformations $\bar{\bar{\varepsilon}}$ porte sur sa diagonale principale les dilatations dans les directions des vecteurs de la base vrai ou faux (justifier)

e) un terme non diagonal représente le glissement de l'angle formé par deux vecteurs de la base.

vrai ou faux (justifier)

f) Peut-on tracer le tricercle de Mohr par la connaissance des 3 contraintes principales ?

vrai ou faux (justifier)

g) $\vec{u}\begin{vmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{vmatrix}$ étant le vecteur déplacement

laquelle des 3 formules est la bonne et justifier :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \quad ; \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i}\right) \; ; \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} - \frac{\partial U_j}{\partial X_i}\right)$$

(II) – a) Soit le tenseur des contraintes suivant :

$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Montrer que les vecteurs : $\vec{n}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{n}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{n}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

sont des directions principales. Donner la matrice de ce tenseur dans la base principale. Tracer le tricercle de Mohr et donner la valeur du cisaillement maximum.

b) Un tenseur $\overline{\overline{\sigma}}$ est tel que :

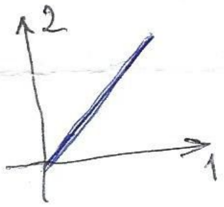
$\sigma_m = \sigma_p$

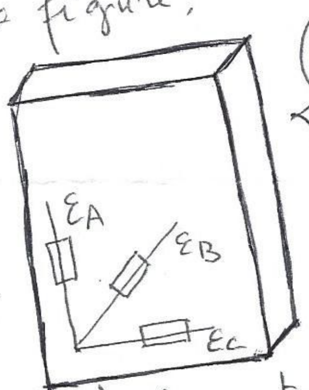
$$\begin{cases} Tr(\overline{\overline{\sigma}}) = 9 \\ \det(\overline{\overline{\sigma}}) = 24 \\ \text{une des contrainte principale est égale à la moyenne des 2 autres} \end{cases}$$

Déterminer les trois contraintes principales de ce tenseur.

(III) On place sur une plaque une rosette à 3 jauges à 45° comme indiqué sur la figure ;

la jauge A donne la valeur de ε_A
" " B " " ε_B
" " C " " ε_C





Soit $\overline{\overline{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} \end{pmatrix}$ la matrice représentant le tenseur des déformations

1) Calculer ε_{11} ; ε_{22} et ε_{12} en fonction de ε_A, ε_B et ε_C

2) Dessiner sur le cercle de Mohr les positions des points des vecteurs $\vec{T}_A$, $\vec{T}_B$ et $\vec{T}_C$ (justifie votre réponse).

3) Calculer en fonction de ε_A, ε_B et ε_C :
- les coordonnées du centre Ω du cercle de Mohr.
- le rayon du cercle de Mohr.

4) Donner les expressions des déformations principales ε_1 et ε_2 en fonction de ε_A, ε_B et ε_C

$R = \frac{2,907 - 0,792}{2}$