



FCG

EXAMEN FINAL : 1^{er} Année FCG

SESSION: AUTOMNE 2013
PROFESSEURS : NOURDDIN SAIDOU
: DAANOUNE
: BELMAHJOUB

Durée : 2HRS

Pondération : 60%

Documentation, calculatrices programmables non autorisée,

Toute tentative de fraude est assujettie aux règlements de L'UIC

Le sujet contient 9 exercices dont 4 sont à votre choix et obligatoires

EXERCICE 1

A) Soient les fonctions suivantes : Donner le domaine de définition des fonctions

a) $f(x) = \sqrt{(4x - 1)/(x + 5)}$ b) $g(x) = (-x^2 - 3x + 1)$.

B) Calculer la dérivée des fonctions suivantes:

a) $f(x) = (3x^5 - 4x - 1)^7$ b) $g(x) = (6x - 3)/(4x + 2)$.

b) Etudier la monotonie de $h(x) = 4x^2 + 8$ en dressant le tableau des variations.

c) Trouver les extremums de h s'il y en a lieu.

d) Etudier la concavité de h

EXERCICE 2

Soit U_n une suite de raison 10 et du premier terme $U_4 = 21$

1) Calculer U_{79}, U_{15}, U_{1000}

2) Calculez la somme $S = U_{22} + U_{24} + \dots + U_{520}$.

Soit V_n une suite géométrique de raison $q = 2$ du premier terme $V_8 = 10$

- 1) Calculer U_5, U_6, U_4
- 2) Calculer la somme $S = V_{115} + \dots + V_{123}$.

EXERCICE 3

Soient les suites $(u_n)_{n \geq 0}$ et $(v_n)_{n \geq 0}$ définies par :

$$u_n = \frac{3 \cdot 2^n - 4n + 3}{2} \quad \text{et} \quad v_n = \frac{3 \cdot 2^n + 4n - 3}{2}$$

On définit les suites $(w_n)_{n \geq 0}$ et $(t_n)_{n \geq 0}$ par

$$w_n = u_n + v_n \quad \text{et} \quad t_n = u_n - v_n$$

- 1) Montrer que $(w_n)_{n \geq 0}$ est géométrique. Donner sa raison et son premier terme.
- 2) Montrer que $(t_n)_{n \geq 0}$ est arithmétique. Donner sa raison et son premier terme.
- 3) Calculer $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
(Indication : remarquer que $w_n + t_n = 2u_n$)

EXERCICE 4

Soient les fonction suivantes :

$$f(x) = (x^7 + 8x^5 - x + 3e^x), \quad g(x) = 12x^3 \cdot (3x^4 - 6), \quad h(x) = (2x + 1) / (x^2 + x)^3$$

Calculer $\int f(x)dx, \quad \int g(x)dx, \quad \int_1^2 h(x)dx$

EXERCICE 5

- I. Déterminez le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2}$$

$$g(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 + x - 12}$$

- II. Calculez les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{2x}$$

- III. Donnez la dérivée des fonctions suivantes :

$$f(x) = \ln(x^3 - 7)$$

$$g(x) = \frac{x+3}{x^2-4}$$

- IV. Montrez que la fonction suivante admet une asymptote et donnez son équation :

$$f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{2x}$$

EXERCICE 6

I. Montrez que les suites suivantes sont convergentes (avec $n > 1$) :

$$U_n = \frac{6n+5}{4n-7} \qquad V_n = \frac{2^n - 3^n}{2^n + 3^n}$$

II. La production d'une entreprise est de 150000 unités la première année. Cette production augmente de 10000 unités par an.

- Quelle est la nature de cette série ?
- Combien produira-t-elle la 10^{ème} année ?
- Quelle sera la somme des productions de ces 10 premières années ?

EXERCICE 7

Soit le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ 2x + y - z = 1 \\ 3x + 2y + z = -1 \end{cases}$$

- Donnez une écriture matricielle du système.
- Utilisez la méthode de GAUSS pour résoudre le système linéaire.
- Déterminez l'inverse de la matrice du système linéaire.

EXERCICE 8

Calculer les limites suivantes :

(i) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} \right)$

(ii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^4 - 2}{x^4} \right)$

EXERCICE 9

On donne la fonction définie par :

$$f(x) = x^3 - 3x + 3$$

- Etudier la fonction f et donner son tableau de variation.
- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une racine sur son domaine de définition.
- Déterminer les extrémums locaux de la fonction f et préciser leur nature.

BONNE CHANCE

Automne 2012