

Examen de Mathématiques

Semestre 1

Exercice 1

Soient les suites  $(u_n)_{n \geq 0}$  et  $(v_n)_{n \geq 0}$  définies par :

$$u_n = \frac{3 \cdot 2^n - 4n + 3}{2} \quad \text{et} \quad v_n = \frac{3 \cdot 2^n + 4n - 3}{2}$$

On définit les suites  $(w_n)_{n \geq 0}$  et  $(t_n)_{n \geq 0}$  par

$$w_n = u_n + v_n \quad \text{et} \quad t_n = u_n - v_n$$

- (i) Montrer que  $(w_n)_{n \geq 0}$  est géométrique. Donner sa raison et son premier terme.
- (ii) Montrer que  $(t_n)_{n \geq 0}$  est arithmétique. Donner sa raison et son premier terme.
- (iii) Calculer  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$   
( Indication : remarquer que  $w_n + t_n = 2u_n$  )

Exercice 2

Calculer les limites suivantes :

(i)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} \right)$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^4 - 2}{x^4} \right)$

Exercice 3

Soit  $f$  la fonction définie par :

$$f(x) = x^3 - 3x + 3$$

- (i) Etudier la fonction  $f$  et donner son tableau de variation.
- (ii) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet au moins une racine sur son domaine de définition.
- (iii) Déterminer les extrémums locaux de la fonction  $f$  et préciser leur nature.