MECA2/S8 2018-2019 **Le 09.05.2019**

DS Mécanique des Fluides Avancée

Exercice 1

On considère un fluide visqueux en écoulement horizontal sur un plan de dimensions supposées infinies

Le profil de vitesse pour cet écoulement plan, est donné par :

$V_x = 2z^3 + 3z^2$.

$V_y = 0$

$V_z = 1$

1. Déterminer l'équation des lignes de courant.
2. Calculer la valeur de la contrainte de cisaillement :

- Au contact du fluide avec le plan.
- A 10 cm du contact du fluide avec le plan.
- A 15 cm contact du fluide avec le plan.

On donne la viscosité dynamique du liquide $\mu = 3{,}8.10^{-2}$ N.s/m^2.

Exercice 2

On considère un écoulement orthoradial d'axe polaire Oz appelé tourbillon tel que :

pour $r < a$, $\text{rot}[v(M)] = \gamma e_z$ où γ est une constante algébrique.

pour $r > a$, $\text{rot}[v(M)] = 0$

1. Etablir l'expression de v(M) en coordonnées polaire pour $r < a$ et $r > a$

Ce tourbillon est dit ponctuel dans le plan Oxy si l'on considère que si $a \to 0$ et $\gamma \to +\infty$ le produit $\pi a^2\gamma$ demeure égal à la valeur finie Γ que l'on nomme intensité du tourbillon.

2. Donner l'expression de v(M) en coordonnées polaires ($r > a$) avec Γ comme paramètre.

Exercice 3

Un fluide de viscosité dynamique μ et de masse volumique ρ, s'écoule en régime stationnaire et incompressible dans une conduite cylindrique d'axe O_z, de longueur L et rayon R.

Du fait des symétries du problème, on cherche en coordonnées cylindriques un champ des vitesses et un champ de pression de la forme : $\mathbf{V}(M) = V_z(r, z)\,\mathbf{e}_\theta$ et $P(M) = P(r, z)$

1. Montrer que $V_z(r, z)$ ne dépend pas de z.

2. On néglige la pesanteur.

2.a. Montrer que le champ des accélérations est nul.

2.b. Montrer que la pression P ne dépend pas de r.

3. On considère les conditions aux limites suivantes :

$V_z(R)= 0$; $P(0)= P_1$ et $P(L)= P_2$

3.a. Donner l'expression de P(z) et de $V_z(r)$

3.b. Donner l'expression du débit volumique D_v.

3.c. En déduire l'expression du débit massique D_m.

4. Calculer la chute de pression dans une artère de longueur L = 1m, de rayon R = 0, 5cm, où le débit volumique vaut $D_v = 80\text{cm}^3.\text{s}^{-1}$, sachant que la viscosité du sang vaut $\mu = 4.10^{-3}$ Pa.s.