Ecole d'Ingénierie
UIC
Génie Mécanique
4ème année
Vendredi 29/11/2019

Elasticité et Plasticité
Devoir surveillé
Durée 2h

Questions de cours :

1- Montrer qu'en élasticité plane (pas de déformations dans la direction 3), σ_1 ; σ_2 et σ_3 étant les contraintes principales en un point, on a :

$$\sigma_3 = \nu.(\sigma_1 + \sigma_2)$$; ν étant le coefficient de Poisson.

2- Montrer qu'en plasticité plane (pas de déformations dans la direction 3), on a : $\sigma_3 = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$

Ecrire dans cette hypothèse de déformations planes le critère de plasticité de Von Misès.

3- En utilisant le fait que la déformation plastique se fait à volume constant, montrer qu'en symétrie cylindrique, on a

$$d\varepsilon_r = -\frac{1}{2} d\varepsilon_3$$ et que : $d\varepsilon_r = d\varepsilon_\theta$

4- Déduire de la question 3 et en utilisant la loi de Levy-Misès que : $\sigma_r = \sigma_\theta$

et écrire le critère de Von Misès dans ces conditions.

5- Montrer que le tenseur des contraintes $\bar{\bar{\sigma}}$ et le tenseur déviateur $\bar{\bar{\sigma}}_d$ ont les mêmes directions principales.

Si σ désigne la contrainte principale correspondant à la direction $\vec{n}$, donner la contrainte principale σ_d du tenseur déviateur de la direction $\vec{n}$ en fonction de σ.

6- Montrer que le tenseur des contraintes $\bar{\bar{\sigma}}$ et le tenseur des déformations $\bar{\bar{\varepsilon}}$ ont mêmes directions principales. Donner l'expression de σ en fonction ε : σ et ε sont les contraintes principales de $\bar{\bar{\sigma}}$ et de $\bar{\bar{\varepsilon}}$ dans la direction $\vec{n}$.

7- Montrer que $Tr\,\bar{\bar{\varepsilon}} = \frac{1-2\nu}{E} . Tr\,\bar{\bar{\sigma}}$

Quelle conclusion peut-on en tirer en plasticité?

<u>Rappel</u> : $\begin{cases} \text{Loi de Hooke} : \bar{\bar{\varepsilon}} = \frac{1+\nu}{E}\bar{\bar{\sigma}} - \left(\frac{\nu}{E} Tr\,\bar{\bar{\sigma}}\right)\bar{\bar{\delta}} \; ; \; \bar{\bar{\delta}} : \text{matrice identité} \\ \text{Loi de Lamé} : \bar{\bar{\sigma}} = 2\mu\,\bar{\bar{\varepsilon}} + \left(\lambda\, Tr\,\bar{\bar{\varepsilon}}\right)\bar{\bar{\delta}} \end{cases}$

<u>Exercice</u> :

Une éprouvette parallélépipédique est soumise aux contraintes σ_x et σ_y comme l'indique la figure. On impose à σ_x et σ_y d'être proportionnelles :

$$\sigma_y = 3\,\sigma_x$$

L'objet de cette application est de tracer la courbe d'écrouissage

$$\bar{\sigma} = f(\bar{\varepsilon})$$

$\bar{\sigma}$ étant la contrainte équivalente et $\bar{\varepsilon}$ étant la déformation équivalente données par les formules:

$$\begin{cases} \bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2\right]} \\ \text{et} \\ d\bar{\varepsilon} = \frac{1}{3}\sqrt{2\left[(d\varepsilon_x - d\varepsilon_y)^2 + (d\varepsilon_y - d\varepsilon_z)^2 + (d\varepsilon_z - d\varepsilon_x)^2\right]} \end{cases}$$

1- Calculer le tenseur des contraintes $\bar{\bar{\sigma}}$ et le tenseur déviatorique $\bar{\bar{\sigma}}_d$.

2- Montrer que : $\bar{\varepsilon} = 2\sqrt{7}\,.\,\varepsilon_x$

3- Calculer $\bar{\sigma}$ et montrer qu'elle vaut : $\bar{\sigma} = \sqrt{7}\,.\sigma_x$

4- Indiquer le mode opératoire pour tracer : $\bar{\sigma} = f(\bar{\varepsilon})$