École d'ingénierie

Examen en Algèbre linéaire

(Rattrapage)

Durée (2 h : 00 mn)

CPI2

Prof. : A.Ramadane

19-06-2017

Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Exercice1- (3 points-Questions de cours)

a) Discuter la résolution d'un système linéaire : A X =b
b) Les objectifs de la diagonalisation
c) Les objectifs des changements de base (bases orthonormales, application linéaire)

Exercice 2 : (5points)

Soit B=($\overrightarrow{b_1}, \overrightarrow{b_2}, \overrightarrow{b_3}$) une base de V^3 telle que

Soit $\overrightarrow{b_1} = 2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + \vec{k}$, $\overrightarrow{b_2} = -2\vec{\imath} - 8\vec{\jmath} + 2\vec{k}$ et $\overrightarrow{b_3} = 3\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + 6\vec{k}$ des vecteurs de V^3

a) Trouver la base orthonormale B'', obtenue à partir de B par le procédé de Gram-Schmidt
b) Donner la matrice de transition de B à B'', $_{B''}\mathbf{P}_B$
c) Donner la matrice de transition de C à B'', $_{B''}\mathbf{P}_C$. Avec C=($\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$)
d) Soit $\vec{U} = \vec{\imath} + \vec{\jmath} - 4\vec{k}$, Donner [$\vec{U}$]$_{B''}$.
e) Soit W = [$\overrightarrow{b_1}, \overrightarrow{b_2}$]. Exprimer $\vec{U}$ sous la forme $\vec{U} = \overrightarrow{W_1} + \overrightarrow{W_2}$ où $\overrightarrow{W_1} \in$ W et $\overrightarrow{W_2} \in W^{\perp}$

Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Exercice 3:(6 points)

Soit la matrice $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ et $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ est une matrice qui diagonalise A

a) Donner trois valeurs propres de A.

b) Donner la matrice diagonale D semblable à A. En déduire le polynôme caractéristique.

c) Donner une matrice M qui diagonalise A orthogonalement .

Exercice 4: (6 points)

Soit la matrice $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

a) Donner le polynôme caractéristique de A.

b) Vérifier que $[\,1 \;\; 1 \;\; 1]^t$ est un vecteur propre de A.

c) Donner les valeurs propres de A ainsi que leur multiplicité algébrique.

d) Pour chaque valeur propre de A, donner une base du sous-espace propre qui lui est associé.

e) Est-ce que A est diagonalisable ? si non, justifier. Si oui, donner une matrice P qui diagonalise A ainsi que la matrice diagonale D associée.