Consignes :

Écrivez vos nom et prénom avant de commencer une nouvelle double feuille.
Tracez et laissez une marge de 1 cm environ à gauche de chaque page.
Encadrez la réponse définitive qui devra être sous forme de formule. Vous écrirez ensuite l'application numérique, précédée par « A.N. : », le cas échéant.
Documents et Calculatrice : autorisés
Téléphone (même en remplacement de la calculatrice) : non autorisé
Attention : aucun échange ne sera autorisé entre étudiants (stylo, effaceur, calculatrice, etc.)
Soignez votre écriture : cela en facilitera la lecture et en accélèrera la correction.
Barème : 30 points, la note étant ramenée sur 20 par la règle de trois.
Durée : 2h00

Exercice 1 (16 pts) :

Un cylindre de section $S = 1000\ cm^3$ fermé par un piston $\mathcal{P}_1$ de masse négligeable est divisé en deux compartiments A et B au moyen d'une paroi mobile $\mathcal{P}_2$ de masse négligeable pouvant se déplacer librement.

Les parois du cylindre et du piston $\mathcal{P}_1$ sont adiabatiques alors que la paroi $\mathcal{P}_2$ initialement adiabatique peut être rendue conductrice de la chaleur au moyen d'un dispositif approprié.

Dans l'état initial le compartiment A contient $n_A = 2$ moles d'hélium (gaz monoatomique), le compartiment B contient $n_B = 1$ mole d'oxygène (diatomique). Les deux gaz que l'on supposera parfaits sont à la même température $T_{A0} = T_{B0} = T_0 = 300$ K et le système est en équilibre sous l'action d'une force extérieure $F_0 = 10$ kN s'exerçant sur $\mathcal{P}_1$.

1. Calculer les volumes V_{A0} et V_{B0} occupés par chaque gaz.

On modifie lentement la force extérieure F_0 jusqu'à la valeur $F_1 = 100$ kN. La compression est donc adiabatique réversible (= isentropique) pour chacun des 2 compartiments qui restent, à chaque instant, en équilibre mécanique.

2. Calculer les volumes V_{A1} et V_{B1} occupés par chaque gaz.
3. Calculer les températures T_{A1} et T_{B1} de chaque gaz.
4. Calculer le travail W_A reçu par le gaz en A, en utilisant le premier principe.
5. Calculer le travail W_B reçu par le gaz en B, en utilisant le premier principe.
6. En déduire le travail W reçu par le système dans son ensemble.
7. Calculer, pour le gaz en A, la variation d'entropie ΔS_A et l'entropie échangée $Sé_A$, puis en déduire l'entropie créée Sc_A.
8. Calculer, pour le gaz en B, la variation d'entropie ΔS_B et l'entropie échangée $Sé_B$, puis en déduire l'entropie créée Sc_B.

Le système étant dans l'état initial (F_0, T_0) on rend la paroi $\mathcal{P}_2$ conductrice et on réalise à nouveau une compression infiniment lente de F_0 à F_1. La compression est donc réversible pour chacun des deux gaz et adiabatique pour l'ensemble, donc globalement isentropique. Les deux gaz restent ainsi, à chaque instant, en équilibre mécanique et en équilibre thermique. On notera donc, à chaque instant : $T = T_A = T_B$, $P = P_A = P_B$, V_A', V_B', $dU' = dU_A' + dU_B'$ et $dS' = dS_A' + dS_B'$.

9. Calculer la température d'équilibre finale T_1', en intégrant l'égalité de Clausius sous sa forme différentielle pour l'ensemble des deux gaz.
10. En déduire le travail W' reçu par le système dans son ensemble.

11. Calculer V_A' et V_B' en fonction de n_A, n_B, T et P, à chaque instant.
12. En déduire une relation entre W_A', W_B', n_A et n_B.
13. Exprimer et calculer W_A' et W_B' en fonction de W'.
14. Comparer ces résultats à ceux en 3.
15. Calculer, pour le gaz en A, la variation d'entropie $\Delta S_A'$ et l'entropie créée Sc_A', puis en déduire l'entropie échangée $Sé_A'$.
16. Calculer, pour le gaz en B, la variation d'entropie $\Delta S_B'$ et l'entropie créée Sc_B', puis en déduire l'entropie échangée $Sé_B'$.

Exercice 2 (8 pts) :

Un gaz parfait (n moles) passe de l'état A (V_0, T_0) à un état B ($2V_0$, T_0) par une transformation réversible en n'échangeant de la chaleur qu'avec une seule source de chaleur à la température T_0. L'ensemble est isolé.

1. Exprimer le travail élémentaire δW reçu par le gaz parfait et en déduire le transfert thermique Q échangé avec la source en fonction des données.
2. Exprimer la variation d'entropie du gaz seul ΔS.
3. Exprimer l'entropie échangée Sé et en déduire l'entropie créée Sc.

On peut retrouver l'état B en effectuant une série de trois transformations, en échangeant de la chaleur avec une autre source de chaleur à la température $T_S > T_0$:

- Transformation adiabatique réversible de l'état A (V_0, T_0) à l'état E (V_1, $T_1 = T_S$)
- Transformation isotherme réversible à la température T_S de l'état E à l'état F (V_2, $T_2 = T_S$)
- Transformation adiabatique réversible de l'état F à l'état B ($2V_0$, T_0)

4. Exprimer V_1 et V_2 en fonction de V_0, T_0 et T_S.
5. Représenter ces deux chemins (4 transformations) sur un diagramme de Clapeyron.
6. Donner la variation d'entropie du gaz seul, $\Delta S'$, fonction d'état.
7. En déduire Q' sans calculer les travaux.
8. Comparer avec Q et justifier.

Exercice 3 (6 pts) :

Calculer la variation d'énergie interne et la variation d'entropie pour chacune des transformations du cycle réversible d'une mole d'un gaz parfait dont on a tracé le graphe en coordonnées de Clapeyron : AB isochore de (P_A, T_A) à $P_B > P_A$; BC isotherme ; CA isobare. Les résultats seront donnés en fonction de T_A, P_A, P_B et $\gamma = Cp/Cv$ supposé indépendant de la température.

1. ΔU_{AB}
2. ΔS_{AB}
3. ΔU_{BC}
4. ΔS_{BC}
5. ΔU_{CA}
6. ΔS_{CA}