

Contrôle 2 en Analyse 3

Durée (2 h : 00 mn)

Prof. A.Ramadane, Ph.D.

Exercice 1 (5 points) :

Estimer la valeur de

$$f(x) = \int_0^1 y^2 e^{-y^2} dy$$

avec une erreur d'au plus 0,05.

Exercice 2 (5 points) :

a) Donner le développement de Taylor de degré 3 de la fonction  $f(x) = \frac{\sin(x)}{1-x}$  centré en  $x=0$  ;

b) Exprimer la valeur de  $f(x) = \int_0^1 \ln(1+y^2) dy$  avec une erreur de 1/100



Université Internationale  
de Casablanca  
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES



Université Internationale  
de Casablanca  
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

**Exercice 3 (5 points):**

Soit

$$f(x) = \ln(1+x) \text{ pour } x > -1.$$

- Donnez la série de Taylor de  $f(x)$ , autour de  $a > -1$  quelconque.
- Pour  $a > -1$  quelconque, déterminez l'intervalle et le rayon de convergence de la série trouvés en a).
- Pour calculer  $\ln(3)$ , autour de quels points  $a$  devrait-on développer  $f(x)$ ? Justifiez!

**Exercice 4 (5 points):**

Considérons la fonction  $f(x) = \int_1^x \frac{\sin(t-1)}{t-1} dt$ .

- Donnez  $T(x)$  la série de Taylor de  $f(x)$  autour de  $a = 1$ .
- Donnez le rayon  $R$  et l'intervalle de convergence  $I$  de  $T(x)$ .
- Soit  $T_n(x)$  le polynôme de Taylor de degré  $n$  de  $f$  autour de  $a = 1$ . Déterminez le degré minimum  $n$  de  $T_n(x)$  pour que

$$|f(2) - T_n(2)| \leq \frac{1}{100}.$$

