

Consignes :

Écrivez vos nom et prénom avant de commencer une nouvelle double feuille.

Tracez et laissez une marge de 1 cm environ à gauche de chaque page.

Encadrez la réponse définitive sous forme de formule.

Documents, Calculatrice et Téléphone: non autorisés

Attention : aucun échange ne sera autorisé entre étudiants (stylo, règle, effaceur, etc.)

Soignez votre écriture : cela en facilitera la lecture et en accélèrera la correction.

Durée : 1h 30

Questions de cours (3 pts)

Soit un solide S en mouvement par rapport aux référentiels absolu et relatif.

- $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ est le référentiel absolu.
- $\mathcal{R}'(O', \vec{e}'_x, \vec{e}'_y, \vec{e}'_z)$ est le référentiel relatif.
- $\mathcal{R}''(O'', \vec{e}''_x, \vec{e}''_y, \vec{e}''_z)$ est un référentiel lié au solide S.

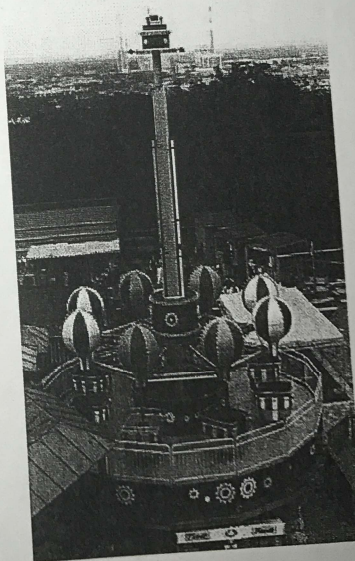
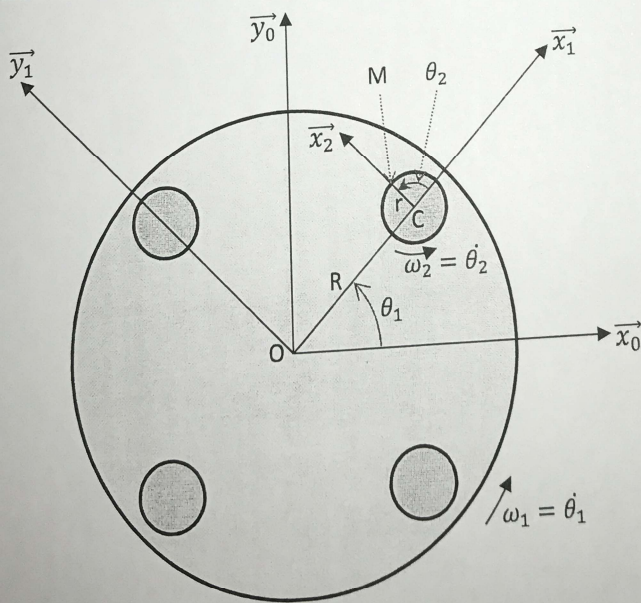
Nous noterons les vitesses de rotations suivantes ainsi :

- $\vec{\Omega}_e = \vec{\Omega}(\mathcal{R}'/\mathcal{R})$ est la vitesse de rotation d'entraînement
- $\vec{\Omega}_r = \vec{\Omega}(S/\mathcal{R}')$ est la vitesse de rotation relative
- $\vec{\Omega}_a = \vec{\Omega}(S/\mathcal{R})$ est la vitesse de rotation absolue

Exprimer les formules suivantes, où M est un point du solide S :

1. La vitesse de rotation absolue $\vec{\Omega}_a$
2. La vitesse d'entraînement $\vec{V}_e(M)$
3. La vitesse relative $\vec{V}_r(M)$
4. L'accélération d'entraînement $\vec{a}_e(M)$
5. L'accélération de Coriolis $\vec{a}_c(M)$
6. L'accélération relative $\vec{a}_r(M)$

Exercice 1 (7 pts) :



Un manège d'enfants, comportant quatre capsules, tourne à une vitesse de rotation $\vec{\Omega}_1 = \omega_1 \vec{z}$, avec $\omega_1 = \dot{\theta}_1$. Sur la plateforme, les quatre capsules tournent également autour de leurs axes respectifs

(C, \vec{z}) à une vitesse de rotation par rapport au manège $\vec{\Omega}_2 = \omega_2 \vec{z}$, avec $\omega_2 = \dot{\theta}_2 > 0$. Les angles sont définis ainsi : $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ et $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$.

Les axes (C, \vec{z}) sont situés à une distance R de O , telle que $\vec{OC} = R\vec{x}_1$. Les enfants s'installent à quatre par capsule. Soit un enfant installé dans une capsule de centre C en M , tel que $\vec{CM} = r\vec{x}_2$.

Attention : ω_1 et ω_2 ne sont pas nécessairement constants.

Nous utiliserons les trois référentiels suivants :

- $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$: lié à la Terre
- $\mathcal{R}_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$: lié au manège tournant
- $\mathcal{R}_2(C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})$: lié à la capsule centrée en C

Questions :

1. Donner la chaîne cinématique
2. En déduire les expressions des vecteurs vitesses de rotation entre les 3 référentiels
3. Écrire les vecteurs de \mathcal{R}_1 par rapport à \mathcal{R}_0
4. Écrire les vecteurs de \mathcal{R}_2 par rapport à \mathcal{R}_1
5. Calculer la vitesse d'entraînement de M
6. Calculer la vitesse relative de M
7. Calculer l'accélération d'entraînement de M
8. Calculer l'accélération de Coriolis de M
9. Calculer l'accélération relative de M

Exercice 2 (10 pts) :

On considère un hélicoptère (figure ci-dessous) se déplaçant à vitesse uniforme non nécessairement constante $\vec{V} = v\vec{e}_x$ le long de l'axe (O, \vec{e}_x) fixe dans le référentiel terrestre. Les 3 pales de l'hélice ont

une longueur R et tournent à la vitesse angulaire $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ également variable dans le temps. Soit un point M situé en bout de pale.

Nous utiliserons les trois référentiels suivants :

- $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ est le référentiel absolu, lié à la Terre.
- $\mathcal{R}'(A, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ est le référentiel relatif, lié à l'hélicoptère.
- $\mathcal{R}''(A, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ est un référentiel lié aux pales de l'hélicoptère.

Questions :

1. Donner la chaîne cinématique
2. En déduire les expressions des vecteurs vitesses de rotation entre les 3 référentiels
3. Écrire les vecteurs de \mathcal{R}' par rapport à \mathcal{R}
4. Écrire les vecteurs de \mathcal{R}'' par rapport à \mathcal{R}'
5. Calculer la vitesse d'entraînement de M
6. Calculer la vitesse relative de M
7. Calculer l'accélération d'entraînement de M
8. Calculer l'accélération de Coriolis de M
9. Calculer l'accélération relative de M



