

**Consignes :**

Écrivez vos nom et prénom avant de commencer une nouvelle double feuille.

Tracez et laissez une marge de 1 cm environ à gauche de chaque page.

Encadrez la réponse définitive sous forme de formule.

Documents, Calculatrice et Téléphone: non autorisés

Attention : aucun échange ne sera autorisé entre étudiants (stylo, règle, effaceur, etc.)

Soignez votre écriture : cela en facilitera la lecture et en accélèrera la correction.

Durée : 1h 30

**Questions de cours (3 pts)**

Soit un solide S en mouvement par rapport aux référentiels absolu et relatif.

- $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  est le référentiel absolu.
- $\mathcal{R}'(O', \vec{e}'_x, \vec{e}'_y, \vec{e}'_z)$  est le référentiel relatif.
- $\mathcal{R}''(O'', \vec{e}''_x, \vec{e}''_y, \vec{e}''_z)$  est un référentiel lié au solide S.

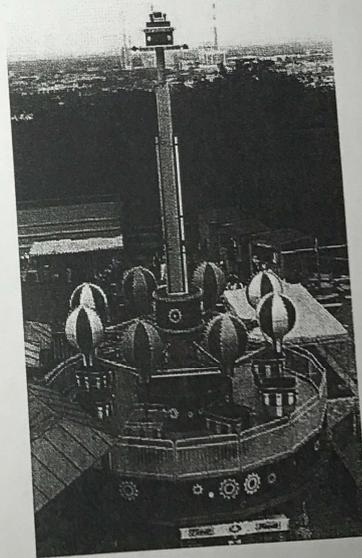
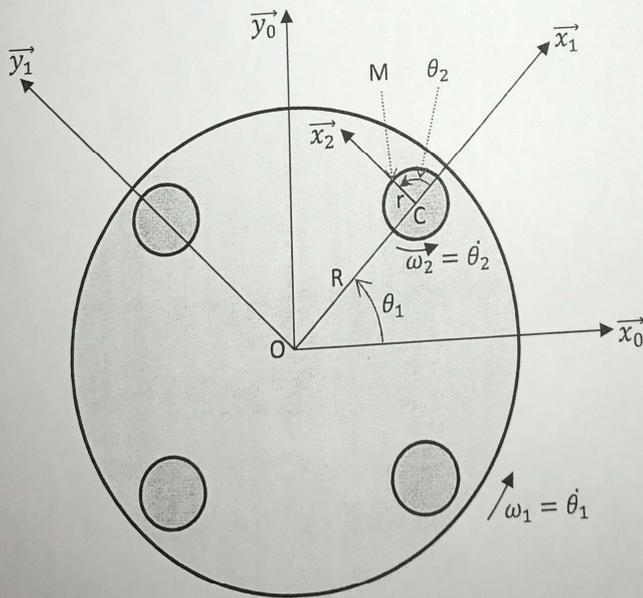
Nous noterons les vitesses de rotations suivantes ainsi :

- $\vec{\Omega}_e = \vec{\Omega}(\mathcal{R}'/\mathcal{R})$  est la vitesse de rotation d'entraînement
- $\vec{\Omega}_r = \vec{\Omega}(S/\mathcal{R}')$  est la vitesse de rotation relative
- $\vec{\Omega}_a = \vec{\Omega}(S/\mathcal{R})$  est la vitesse de rotation absolue

Exprimer les formules suivantes, où M est un point du solide S :

1. La vitesse de rotation absolue  $\vec{\Omega}_a$
2. La vitesse d'entraînement  $\vec{V}_e(M)$
3. La vitesse relative  $\vec{V}_r(M)$
4. L'accélération d'entraînement  $\vec{a}_e(M)$
5. L'accélération de Coriolis  $\vec{a}_c(M)$
6. L'accélération relative  $\vec{a}_r(M)$

**Exercice 1 (7 pts) :**



Un manège d'enfants, comportant quatre capsules, tourne à une vitesse de rotation  $\vec{\Omega}_1 = \omega_1 \vec{z}$ , avec  $\omega_1 = \dot{\theta}_1$ . Sur la plateforme, les quatre capsules tournent également autour de leurs axes respectifs

$(C, \vec{z})$  à une vitesse de rotation par rapport au manège  $\vec{\Omega}_2 = \omega_2 \vec{z}$ , avec  $\omega_2 = \dot{\theta}_2 > 0$ . Les angles sont définis ainsi :  $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$  et  $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ .

Les axes  $(C, \vec{z})$  sont situés à une distance  $R$  de  $O$ , telle que  $\vec{OC} = R\vec{x}_1$ . Les enfants s'installent à quatre par capsule. Soit un enfant installé dans une capsule de centre  $C$  en  $M$ , tel que  $\vec{CM} = r\vec{x}_2$ .

Attention :  $\omega_1$  et  $\omega_2$  ne sont pas nécessairement constants.

Nous utiliserons les trois référentiels suivants :

- $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$  : lié à la Terre
- $\mathcal{R}_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$  : lié au manège tournant
- $\mathcal{R}_2(C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})$  : lié à la capsule centrée en  $C$

Questions :

1. Donner la chaîne cinématique
2. En déduire les expressions des vecteurs vitesses de rotation entre les 3 référentiels
3. Écrire les vecteurs de  $\mathcal{R}_1$  par rapport à  $\mathcal{R}_0$
4. Écrire les vecteurs de  $\mathcal{R}_2$  par rapport à  $\mathcal{R}_1$
5. Calculer la vitesse d'entraînement de  $M$
6. Calculer la vitesse relative de  $M$
7. Calculer l'accélération d'entraînement de  $M$
8. Calculer l'accélération de Coriolis de  $M$
9. Calculer l'accélération relative de  $M$

**Exercice 2 (10 pts) :**

On considère un hélicoptère (figure ci-dessous) se déplaçant à vitesse uniforme non nécessairement constante  $\vec{V} = v\vec{e}_x$  le long de l'axe  $(O, \vec{e}_x)$  fixe dans le référentiel terrestre. Les 3 pales de l'hélice ont

une longueur  $R$  et tournent à la vitesse angulaire  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  également variable dans le temps. Soit un point  $M$  situé en bout de pale.

Nous utiliserons les trois référentiels suivants :

- $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  est le référentiel absolu, lié à la Terre.
- $\mathcal{R}'(A, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  est le référentiel relatif, lié à l'hélicoptère.
- $\mathcal{R}''(A, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$  est un référentiel lié aux pales de l'hélicoptère.

Questions :

1. Donner la chaîne cinématique
2. En déduire les expressions des vecteurs vitesses de rotation entre les 3 référentiels
3. Écrire les vecteurs de  $\mathcal{R}'$  par rapport à  $\mathcal{R}$
4. Écrire les vecteurs de  $\mathcal{R}''$  par rapport à  $\mathcal{R}'$
5. Calculer la vitesse d'entraînement de  $M$
6. Calculer la vitesse relative de  $M$
7. Calculer l'accélération d'entraînement de  $M$
8. Calculer l'accélération de Coriolis de  $M$
9. Calculer l'accélération relative de  $M$



