

**Calculatrices, Documents et Téléphones NON AUTORISÉS**

<b>0,5 points</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Laisser une <b>MARGE à gauche</b></li> <li>• <b>NUMEROTER vos feuilles doubles</b></li> <li>• Inscrire votre <b>GROUPE</b></li> </ul>
-------------------	--

**Exercice 1 : 3,5 points**

Considérons les suites  $(a_n)_{n \geq 1}$  et  $(b_n)_{n \geq 1}$  de termes généraux :

$$a_n = \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{1}{k} \quad \text{et} \quad b_n = \sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k}$$

- a) Montrer que ces deux suites sont adjacentes.
- b) Qu'en déduit-on ?

**Exercice 2 : 4,5 points**

Calculer :

- a)  $DL_4(x^2 \cdot e^{2x}, 0)$
- b)  $DL_3(th(x), 0)$
- c)  $DL_3\left(x \cdot (\sqrt{1 + \sin(x)})^3, 0\right)$

**Exercice 3 : 4,5 points**

Calculer, en utilisant les équivalents, les limites suivantes :

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\arcsin(x))}{\ln(1+x^2)}$
- b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) \cdot \ln(1 + \ln(1 + x))$
- c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\cos(\frac{3}{x}))}{\ln(\cos(\frac{5}{x}))}$  (attention  $+\infty$ )

**Exercice 4 : 4,5 points**

Soit  $f$  définie par  $f(x) = \arctan(\ln(x))$

- a) Donner le domaine de définition de  $f$ .
- b) Montrer que  $f$  est bijective.
- c) Notons  $g = f^{-1}$ . Calculer  $g(1)$ .
- d) En déduire  $g'(1)$ .

**Exercice 5 : 2,5 points**

Soient  $x$  et  $y$  deux réels avec  $0 < x < y$ . Montrer en utilisant le Théorème des Accroissements Finis que :

$$x < \frac{y - x}{\ln(y) - \ln(x)} < y$$