

(Documents et calculatrice non autorisés)

**Questions de cours : 3 points**

- ✗ Énoncez le théorème donnant la Formule de Taylor Young.
- ✗ Donnez la définition d'un développement limité d'une fonction  $f$  en un point  $a$  à l'ordre  $n$  :  $DL_n(f, a)$ .
- ✗ Donner le DL à l'ordre  $2n + 1$  de  $\cos(x)$  en 0.
- ✗ Donner le  $DL_n(\ln(1 + x), 0)$ .
- ✗ Donner le  $DL_n((1 + x)^\alpha, 0)$ .

**Exercice 1 : 1,5 points** : Donner une approximation de  $\sqrt{1,01}$  à  $10^{-6}$  près.

**Exercice 2 : 6 points**

Donner les développements limités en 0 des fonctions suivantes :

- ✗ a)  $\cos x \cdot \exp x$  à l'ordre 3.
- ✗ b)  $\sqrt{\cos(x)}$  à l'ordre 2
- ✗ c)  $\frac{\ln(1+x)-x}{\exp(x)-1}$  à l'ordre 2
- d)  $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)^{3/x^2}$  à l'ordre 2.

**Exercice 3 : 6 points**

Donner les développements limités suivantes :

- ✗ a)  $DL_2(e^x, 1)$
- ✗ b)  $DL_3(\ln(3 + 5x), 1)$
- ✗ c)  $DL_6(\arcsin(\ln(1 + x^2)), 0)$
- d)  $DL_6\left(\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x, +\infty\right)$ .

**Exercice 4 : 1,5 points**

✗ Calculer la limite suivante :  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos(x) - \sqrt{1-x^2}}{x^4} \right)$

**Exercice 5 : 2 points**

Soit  $f(x) = \exp(x) + \sin(x)$

Trouver en utilisant les développements limités, l'équation de la tangente à la courbe de  $f$  en 0 et la position de la courbe de  $f$  par rapport à sa tangente en 0.