Université Internationale de Casablanca 13 avril 2016

Pr. Morad Lakhssassi **Contrôle continu d'Analyse 2 – Durée 2h** **CPI1**

(Documents et calculatrice non autorisés)

Exercice 1 : 6 points

Calculer une primitive de :

a) $(t^3 - t^2 + t).cos(t)$ b) $arcsin(t)$ c) $t^2.ln(t)$ d) $\cos(x).e^x$

Exercice 2 : 3 points

Calculer les intégrales suivantes :

$$a) \int_1^e \frac{dt}{t\sqrt{\ln(t)+1}} \qquad b) \int_0^1 \frac{dt}{e^t+1}$$

Exercice 3 : 4 points

a) En effectuant le changement de variable $x = \tan(t)$, calculer l'intégrale suivante :

$$\int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^2}\,dx$$

b) En effectuant le changement de variable $x = 1/t$, calculer l'intégrale suivante :

$$\int_1^2 \frac{\ln(1+t) - \ln(t)}{t^2}\,dt$$

Exercice 4 : 4 points

Cacluler les limites lorsque $n \longrightarrow +\infty$ des sommes suivantes :

$$a) \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k+n} \qquad b) \sum_{k=1}^{n} \sin\left(\frac{k}{n}\right)\frac{k}{n^2}$$

Exercice 5 : Intégrales de Wallis - 3 points

Soit pour $n \in \mathbb{N}$:

$$I_n = \int_0^{\pi/2} (\sin(x))^n\,dx$$

a) Montrer que $I_{n+2} = \frac{n+1}{n+2} I_n$

b) Expliciter I_n en fonction de n.