Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES
Nous innovons pour votre réussite !

Algèbre 2
EXAMEN FINAL

AU 2016-2017
CPI 1
Durée : 2h

Questions de cours :

1- Donner les polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$.

2- Donner une méthode pour calculer $pgcd(a,b)$ et $ppcm(a,b)$ en fonction des décompositions en nombres premiers de a et b.

3- Soit $Q \in \mathbb{K}(X)$:

   a. Définir les pôles de multiplicité n de Q.

   b. Définir les racines de multiplicité m de Q.

Exercice 1 :

1. Soient a, b, d ∈ Z. Montrer l'équivalence :
   $(\exists u, v \in \mathbb{Z}, au + bv = d) \Leftrightarrow pgcd(a, b)|d$.
2. Montrer que le pgcd($2n$+4,$3n$+3) ne peut être que 1, 2, 3 ou 6.
3. Soient a et b premiers entre eux et $c \in \mathbb{Z}$.
   Montrer que $pgcd(a,bc) = pgcd(a,c)$.

Exercice 2 :

1. Soient $a \in \mathbb{K}$et $P \in \mathbb{K}[X]$.
   Exprimer le reste de la division euclidienne de P par $(X - a)^2$ en fonction de $P(a)$ et $P'(a)$.
2. Factoriser dans C[X] puis dans R[X] les polynômes suivants :
   $P = X^4 - 1$; $Q = X^5 - 1$.

Exercice 3 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $8x^3 - 42x^2 + 63x - 27 = 0$ sachant que $x_1x_2 = x_3^2$

Exercice 4 :

Décomposer en éléments simples dans $\mathbb{C}$ les fractions suivantes :

1. $\frac{X^2+2X+5}{X^2-3X+2}$.
2. $\frac{X^2+1}{(X-1)(X-2)(X-3)}$.
3. $\frac{4}{(X^2+1)^2}$.