Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES
Nous innovons pour votre réussite !

Algèbre 2
CC N° 2

AU 2015-2016
CPI 1
Durée : 2h

Questions de cours :

1- Définir un polynôme irréductible dans $\mathbb{K}[X]$.
2- Quant peut-on dire que a est une racine de multiplicité m d'un polynôme P (donner deux définitions).
3- Donner la forme générale des expressions symétriques élémentaires σ_k.
4- Donner la forme de la décomposition en éléments irréductibles d'un polynôme P dans $\mathbb{R}$ et dans $\mathbb{C}$.

Exercice 1 :

1. En réalisant une division euclidienne, donner une condition sur $(\lambda, \mu) \in \mathbb{K}^2$ pour que $X^2 + 2$ divise $X^4 + X^3 + \lambda X^2 + \mu X + 2$.
2. Trouver tous les polynômes U et V tels que $(X-1)^3 U + (X+1)^2 V = 1$.

Exercice 2 :

Soit P ∈ K [X].

1. Montrer que $P(X) - X$ divise $P(P(X)) - P(X)$.
2. En déduire que $P(X) - X$ divise $P(P(X)) - X$.
3. On note $P^{(n)} = P \circ \dots \circ P$ (composition n fois).
   Montrer que $P(X) - X$ divise $P^{(n)}(X) - X$

Exercice 3 :

Résoudre dans $\mathbb{C}$:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 1 \\ xyz = -4 \end{cases}$$

Exercice 4 :

Résoudre $x^3 - 8x^2 + 23x - 28 = 0$ sachant que la somme de deux des racines est égale à la troisième ($x_1 + x_2 = x_3$).