

**CONTROLE CONTINU 2 – Durée 2h**

**Calculatrices, Documents et Téléphone NON AUTORISES**

<b>0,5</b> points	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Laissez une <b>MARGE de 2 cm à GAUCHE</b></li> <li>• Inscrivez votre <b>GROUPE</b></li> </ul>
<b>0,5</b> points	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Soignez l'écriture</li> <li>• <b>NUMEROTEZ</b> vos feuilles doubles</li> </ul>

**Justifiez vos réponses !**

**Questions de cours : 4 points**

- a) Soient  $x, y \in \mathbb{R}$ . Linéariser  $\cos(x) \cdot \cos(y)$  (démontrer)
- b) Soit  $a \in \mathbb{R}$ . Démontrer la formule de  $\tan(a)$  en fonction de  $\tan\left(\frac{a}{2}\right)$  puis donner le domaine de validité de cette formule.
- c) Soient  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  et  $\varphi : D' \rightarrow \mathbb{R}$  telles que  $f(D) \subset D'$ . Montrer que si  $f$  et  $\varphi$  sont respectivement  $k$  et  $k'$ -lipschitziennes, alors  $\varphi \circ f$  est  $k \cdot k'$ -lipschitzienne.

**Exercice 1 : 6 points**

- a) Linéariser  $\cos^3(x)$ .
- b) Résoudre sur  $\mathbb{R}$  :     b.1)  $\cos(5x) = \cos\left(\frac{2\pi}{3} - x\right)$      b.2)  $\cos^4(x) - \sin^4(x) = 1$
- c) Résoudre sur  $] -\pi, \pi[$  l'équation suivante et placer les solutions sur le cercle trigonométrique :  
 $\cos(3x) = \sin(x)$

**Exercice 2 : 2 points**

Montrer analytiquement, et en utilisant la définition d'une fonction strictement croissante, que la fonction *tangente* est strictement croissante sur  $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ .

**Exercice 3 : 4 points**

Trouvez  $D_h$ , puis définissez les fonctions  $f$  et  $g$  pour que les fonctions  $h$  suivantes soient bien définies :

a)  $h(x) = g \circ f(x) = \sqrt{\frac{1-2x}{5+4x}}$      b)  $h(x) = g \circ f(x) = \tan\left(\frac{x}{2} + 1\right)$      c)  $h(x) = g \circ f(x) = \frac{1}{\sqrt{\cos(x)}}$

**Exercice 4 : 3 points**

- a) Montrer que la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (-1)^{E(x)} \cdot (x - E(x))$  est périodique et donner sa période.
- b) Tracer son graphique.