Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES
Nous innovons pour votre réussite !

Algèbre 1
Rattrapage

AU 2016-2017
CPI 1
Durée : 2h

Questions de cours :

1- Soit $f : E \to F$ une fonction. Sous quelles conditions f est-elle bijective ?
2- Soit $(G,*)$ un ensemble muni d'une LCI. Que doit vérifier $(G,*)$ pour qu'il soit un groupe.
3- Soit $(A,+,\times)$ un ensemble muni de deux LCI. Quand dit-on que $(A,+,\times)$ est un anneau commutatif.

Exercice 1 :

1. Donner la table de vérité de $A \Leftrightarrow B$.
2. Montrer que pour tout entier naturel n, $3\times5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ est divisible par 17.
3. Montrer que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

Exercice 2 :

Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

1- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :

$$(z+i)^n = (z-i)^n$$

2- Combien de solutions réelles trouve-t-on pour cette équation ?

Exercice 3 :

Soient f : E → F, g : F → G et h : G → H trois applications.
Montrer que si $g \circ f$ et $h \circ g$ sont bijectives, alors f, g et h sont bijectives.

Exercice 4 :

On définit la loi * sur $\mathbb{R}$ en posant : $x * y = x + y - xy$.

1. Etudier les propriétés de la loi $*$.
2. $(\mathbb{R},*)$ est-il un groupe ?
3. Montrer que $(\mathbb{R}\backslash\{1\},*)$ est un groupe abélien.
4. Pour tout x de $\mathbb{R}$ et tout n de $\mathbb{N}$, calculer $x^{*n} = x * x * x \cdots * x$ (n fois).