Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES
Nous innovons pour votre réussite !

Algèbre 1
Examen de rattrapage

AU 2015-2016
CPI 1
Durée : 2h

Exercice 1 :

Soit (un) la suite réelle déterminée par :
$u_0 = 2$, $u_1 = 3$ et $\forall n \in \mathrm{IN}$, $u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$
Montrer que $\forall n \in \mathrm{IN}$, $u_n = 2^n + 1$

Exercice 2 :

Soient $f : E \to F$, $g : F \to G$ et $h : G \to H$ trois applications.
Montrer que si $g \circ f$ et $h \circ g$ sont bijectives, alors f, g et h sont bijectives.

Exercice 3 :

Soit $n \in \mathbb{N}^*$.
Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation :

$$(z + i)^n = (z - i)^n$$

Observer que celle-ci admet exactement $n - 1$ solutions, chacune réelle.

Exercice 4 :

Soit $(A, +,\times)$un anneau et $C = \{x \in A, \forall\, y \in A, xy = yx\}$
(on dit que C est le centre de A).
Montrer que C est un sous-anneau de $(A, +,\times)$.

Exercice 5 :

Soient $a, b \in \mathbb{R}$, on pose :

$$a \perp b = a + b - 1 \quad \text{et} \quad a * b = ab - a - b + 2$$

Montrer que $(R, \perp, *)$ est un corps.