



Questions de cours :

- 1- Donner les racines n -ième de l'unité dans \mathbb{C} .
- 2- Donner la définition d'une loi de composition interne sur un ensemble G .
- 3- Soit $(G,*)$ un ensemble muni d'une LCI.
 - a. Que doit vérifier $(G,*)$ pour qu'il soit un groupe abélien.
 - b. Soit H une partie de G . Quand dit-on que H est sous-groupe de $(G,*)$.

Exercice 1 :

- 1- Soit $-\pi \leq \varphi \leq \pi$. Calculer le module et l'argument des nombres complexes suivants :
 $z_1 = 1 + \cos \varphi + i \sin \varphi$
 $z_2 = \sin \varphi + i(1 + \cos \varphi)$.
- 2- Déterminer module et argument de $e^{i\theta} + 1$ et de $e^{i\theta} - 1$ pour $\theta \in \mathbb{R}$.

Exercice 2 :

Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

- 1- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation :
$$(z + 1)^n = (z - 1)^n$$
- 2- Combien de solutions réelles trouve-t-on pour cette équation ?

Exercice 3 :

Montrer que \mathbb{R} , muni de la loi $x * y = (x^3 + y^3)^{1/3}$ est un groupe.

Exercice 4 :

Montrer que l'ensemble $A = \{2^n / n \in \mathbb{Z}\}$ et l'ensemble $B = \left\{ \frac{1+2m}{1+2n} / n, m \in \mathbb{Z} \right\}$ sont des sous-groupes de (\mathbb{Q}^*, \times) .