Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES
Nous innovons pour votre réussite !

Algèbre 1
Test N° 2

AU 2015-2016
CPI 1
Durée : 2h

Questions de cours :

1- Donner la définition d'une loi de composition interne sur un ensemble G.

2- Soit $(G,*)$ un ensemble muni d'une LCI.
   a. Que doit vérifier $(G,*)$ pour qu'il soit un groupe abélien.
   b. Soit H une partie de G. Quand dit-on que H est sous-groupe de$(G,*)$.

3- Soit $(A,+,\times)$ un ensemble muni de deux LCI.
Quand dit-on que $(A,+,\times)$ est un anneau commutatif.

4- Soit $(K,+,\times)$ un ensemble muni de deux LCI.
Quand dit-on que $(K,+,\times)$ est un corps.

Exercice 1 :

Soit $G =]-1,1[$. On définit une loi $*$ par :

$$\forall x,y \in G, x * y = \frac{x+y}{1+xy}$$

1- Monter que $*$ est un loi de composition interne sur G.
2- Etudier les propriétés de la loi $*$ (commutativité, associativité), monter qu'elle admet un élément neutre et déterminer les éléments symétrisables dans G.
3- Montrer que $(G,*)$ est un groupe abélien.

Exercice 2 :

Montrer que $\mathbb{R}$, muni de la loi $x * y = (x^3 + y^3)^{1/3}$ est un groupe.

Exercice 3 :

Soit $(A,+,\times)$un anneau et $C = \{x \in A, \forall\, y \in A, xy = yx\}$
(on dit que C est le centre de A).
Montrer que C est un sous-anneau de $(A,+,\times)$.