

Questions de cours :

- Donner le principe de la démonstration par absurde et par contraposée.
- Donner la table de vérité de $A \Rightarrow B$.
- Donner la définition d'une Application ou Fonction de E vers F .
- Soit $f : E \rightarrow F$ une fonction.
 - Sous quelles conditions f est-elle injective ?
 - Sous quelles conditions f est-elle surjective ?

Exercice 1 :

Montrer que :

- $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \text{ ou } B)$.
- $(A \text{ ou } (B \text{ et } C)) \Leftrightarrow ((A \text{ ou } B) \text{ et } (A \text{ ou } C))$.

Exercice 2 :

- Soit x un irrationnel positif ($x \geq 0$ et $x \notin \mathbb{Q}$). Montrer que \sqrt{x} est irrationnel.
- Soit n un entier, montrer que si n^2 est pair alors n est pair.
- Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} ; U_n = 3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ est divisible par 17.

Exercice 3 :

Soient E, F, G trois ensembles, $f : E \rightarrow F$ et $g_1, g_2 : F \rightarrow G$ des fonctions.

On suppose que f est surjective et que $g_1 \circ f = g_2 \circ f$.

Montrer que $g_1 = g_2$.

Exercice 4 :

Soient a, b et c trois réels tels que : $c \neq 0$ et $a^2 + bc \neq 0$.

On considère la fonction $f : \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{a}{c} \right\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{a}{c} \right\}$ définie par :

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx - a}$$

- Montrer que f est bien définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{a}{c} \right\}$.
- Montrer que f est injective et surjective.
- Calculer $f \circ f$.