Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES
Nous innovons pour votre réussite !

Algèbre 1
Test N° 1

AU 2015-2016
CPI 1
Durée : 2h

Exercice 1 :

Décrire les parties de ℝ aux lesquelles appartient x pour que les assertions suivantes soient vraies :

a) (x > -4 et x < 3) ou x = 2
b) x > 3 et x < 5 et x = 4
c) (x < 0 et x > 1) ou x = 4
d) x > -2 ⇒ x > 3.

Exercice 2 :

Montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}\{0,1\}, 1+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}>\frac{3n}{2n+1}$$

Exercice 3 :

Soient E un ensemble et $f : E \to E$ telle que $f \circ f \circ f = f$.
Montrer que f est injective <u>si, et seulement si</u>, f est surjective.

Exercice 4 :

Soit A une partie d'un ensemble E.
On associe à A l'application 1_A, de E vers $\{0,1\}$, définie par :

$$1_A(x)=\begin{cases}1 \text{ si } x \in A\\ 0 \text{ si } x \notin A\end{cases}$$

Montrer que $f: A \mapsto 1_A$ est une bijection de $\mathcal{P}(E)$ vers $\mathcal{F}(E,\{0,1\})$.

Exercice 5 :

Soit $n \in \mathbb{N}^*$.
Résoudre dans ℂ l'équation :

$$(z+i)^n=(z-i)^n$$

Observer que celle-ci admet exactement $n-1$ solutions, chacune réelle.

Exercice 6 :

Déterminer module et argument de $e^{i\theta}+1$ et de $e^{i\theta}-1$ pour $\theta \in \mathbb{R}$.
Déterminer module et argument de $e^{i\theta}+e^{i\theta'}$ pour $\theta, \theta' \in \mathbb{R}$.