

Chapitre 2

Cohésion et rigidité des matériaux

Plan

Rigidité des matériaux (strength of materials)

Energie élastique

L'élasticité et les atomes

Les liaisons

Les liaisons fortes...

Les liaisons faibles...

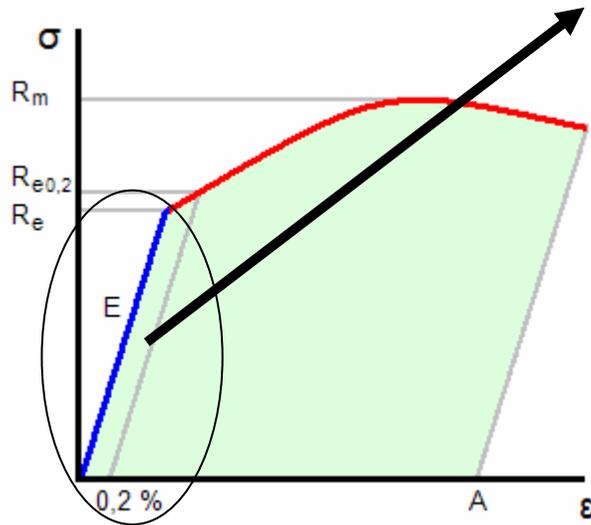
Forces de cohésion interne

Modèle électrostatique: élasticité, Dilatation thermique

Conductibilité électrique

Notion de limite d'élasticité

Rigidité des matériaux (*strength of materials*)



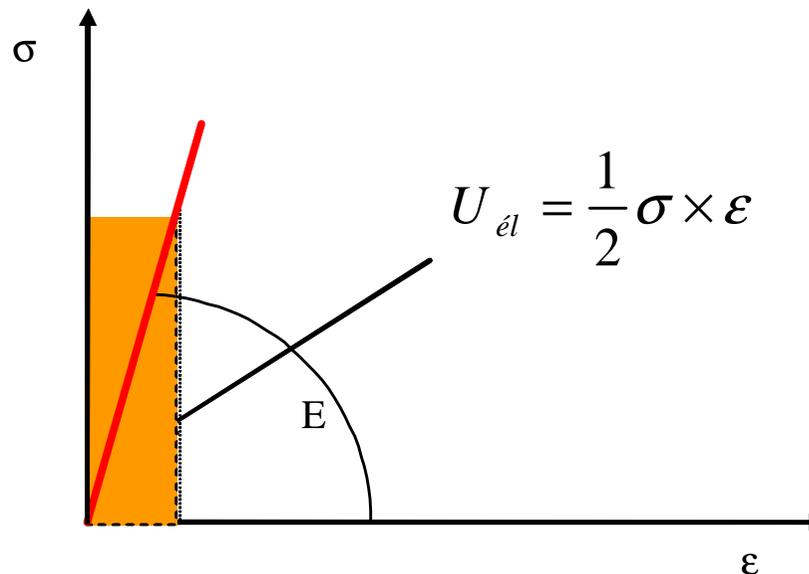
- La mesure de la rigidité du matériau est en fait la constante de proportionnalité E .
- Pour une valeur donnée de la contrainte, un matériau est d'autant plus rigide que sa déformation élastique est faible.
- En cas de cisaillement la rigidité $\rightarrow G$.
- La rigidité est fonction de l'intensité des liaisons qui existent entre les atomes.
- En général, la rigidité est une matrice qui lie la matrice déformation à la matrice contrainte.

Energie élastique

L'énergie élastique de déformation stockée dans un solide élastique par unité de volume est l'aire sous la courbe du diagramme de traction

Donc il suffit d'intégrer la fonction $\sigma=f(\varepsilon)$ sur $d\varepsilon$.

$$U_{el} = \int_{(elastique)} \sigma \cdot d\varepsilon$$

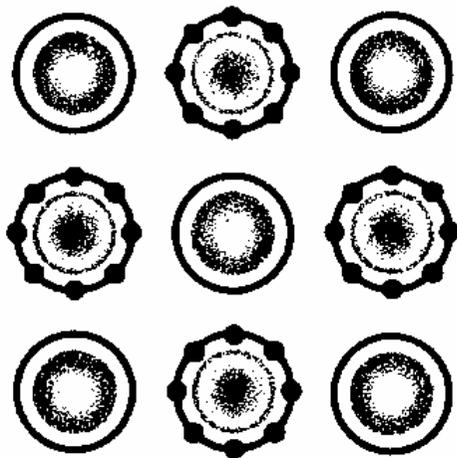


**La matière est composée d'atomes.
Dans un solide, les atomes sont liés
entre eux. Le type de liaison
déterminera en grande partie le
comportement macroscopique du
matériau solide.**

Les liaisons

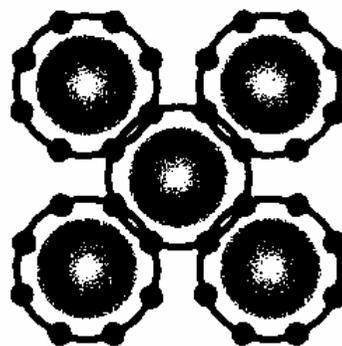
Les liaisons fortes

ionique



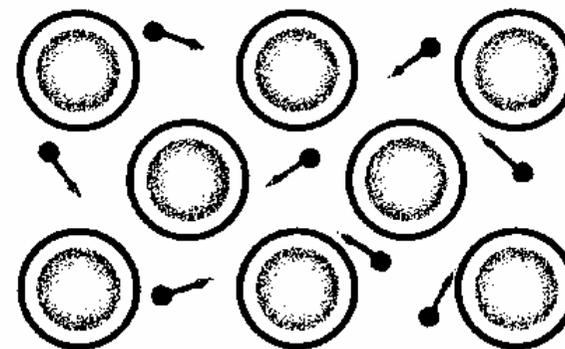
perte ou gain...

covalente



partage...

métallique



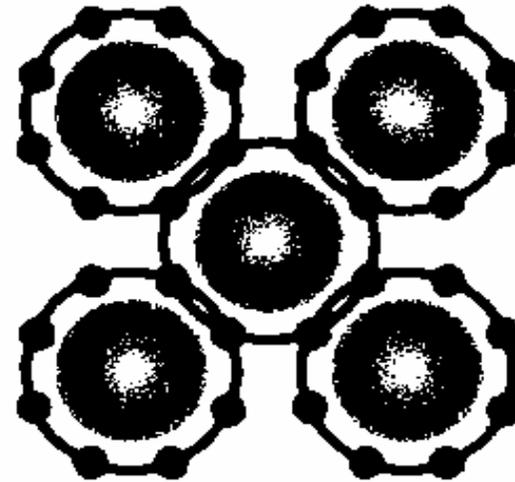
abandon...

... des électrons de valence

* *Liaison covalente*

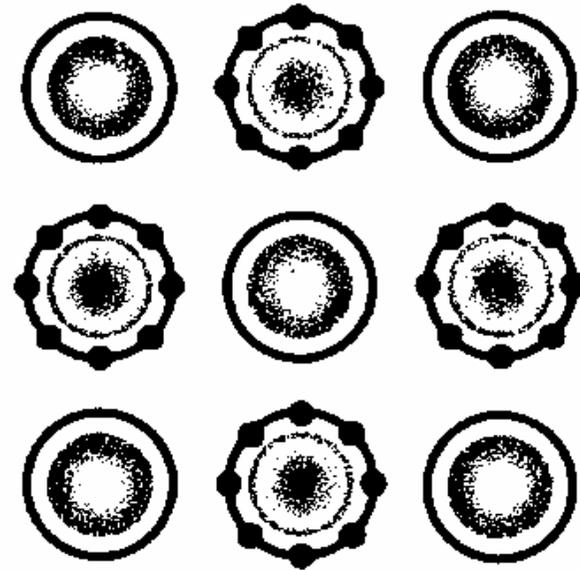
- partage d'électrons de valence entre 2 atomes
- liaison directionnelle et très stable
- la couche extérieure des éléments doit être au moins à moitié pleine
- la liaison est d'autant plus forte que les atomes périphériques sont près
- ex. : le diamant

Si, Ge, C, Fe



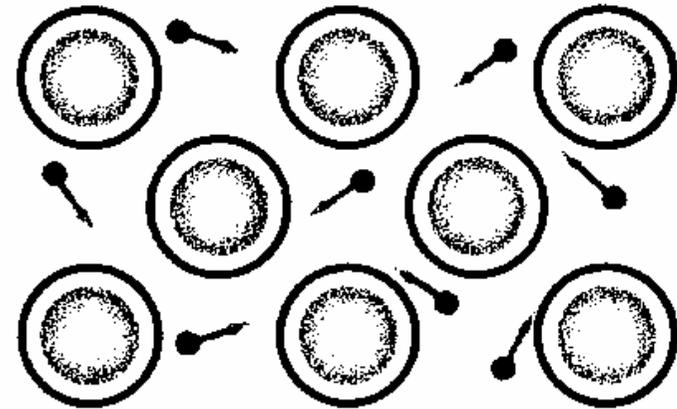
* *Liaison ionique*

- perte ou gain d'électrons de valence
- attraction entre les ions de signes différents
- liaison non-directionnelle
- très stable (couches remplies)
- liaison d'autant plus forte que les atomes périphériques sont près du noyau et que Δ électronégativité est \uparrow
- liaison entre les éléments qui ont beaucoup et peu d'électrons de valence
- ex.1: $\text{NaCl} \rightleftharpoons \text{Na}^+ + \text{Cl}^-$ *le sodium cède son é- au chlore*
- ex.2 : les oxydes métalliques (MgO , Al_2O_3 , Fe_2O_3 , etc.)



* *Liaison métallique*

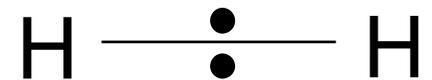
- abandon, délocalisation des électrons de valence
 - formation d'une structure d'ions + noyés dans un gaz d'électrons
 - concerne des éléments possédant peu d'é- de valence ou très éloignés du noyau
 - les é- mobiles expliquent les conductibilités thermique et électrique ↑ des métaux
- ex. : Ni, Fe, Cu, Al, etc.



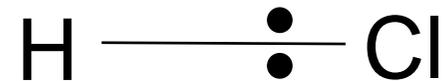
* *Note importante*

- en réalité, les liaisons sont mixtes

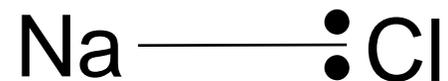
liaison covalente pure



liaison mixte



liaison ionique

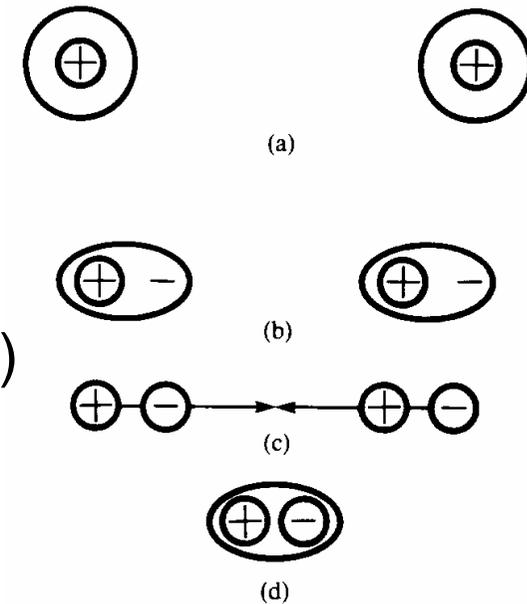


Les liaisons faibles

- * *Modification minime de la position des électrons*
- * *Les liaisons faibles sont créées par les interactions électrostatiques entre les dipôles électriques.*

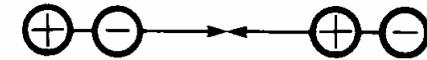
- * *Dipôle électrique*

- dans une molécule, le centre des charges + n'est pas confondu avec celui des charges -
- (1) création d'un dipôle *induit* (a, b et c)
- (2) dipôle *permanent* (d)



* *Liaison de Van der Waals*

- liaison entre 2 molécules polarisées
- ex.: les polymères, le graphite



* *Pont hydrogène*

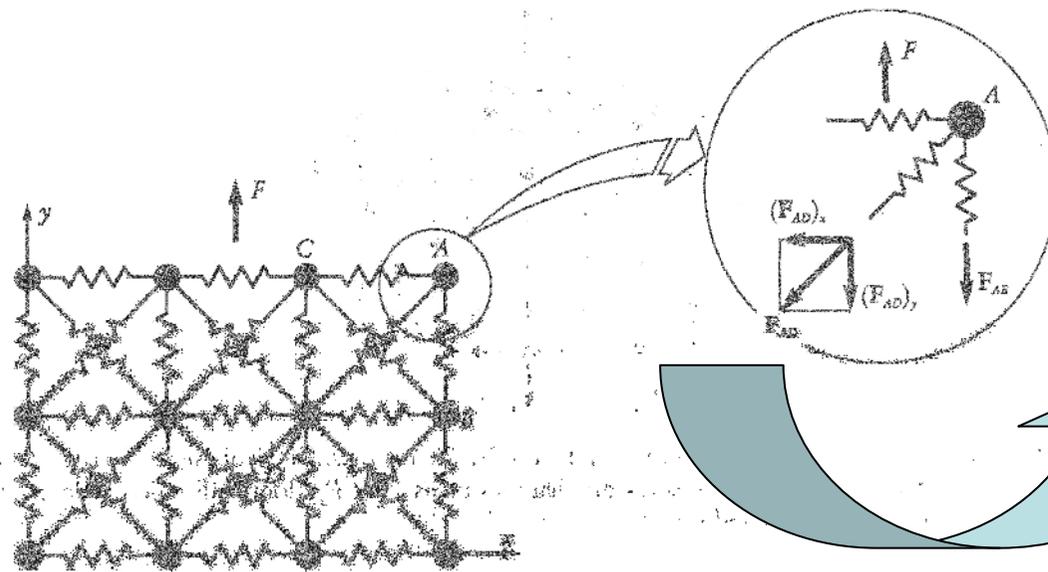
- cas particulier, lorsque l'hydrogène est impliqué
- ex.: formation de glace

* *Conséquences des différentes liaisons*

	Liaisons			
Propriétés	Covalente	Ionique	Métallique	Van der Waals
<i>Rigidité Module d'Young</i>	↗	↗	↗	↘
<i>Température de fusion</i>	↗	↗	↗	↘
<i>Coefficient de dilatation</i>	↘	↘	↘	↗
<i>Conductibilité</i>	0	≈0 ↘	↗	0

Forces et énergie de cohésion interne

* *Modèle des ressorts*



$$R_{th} \geq 2 \sqrt{\frac{E \gamma_s}{a_0}}$$

ou

$E/10$

Figure 2.5 Origine de la contraction latérale en traction simple.

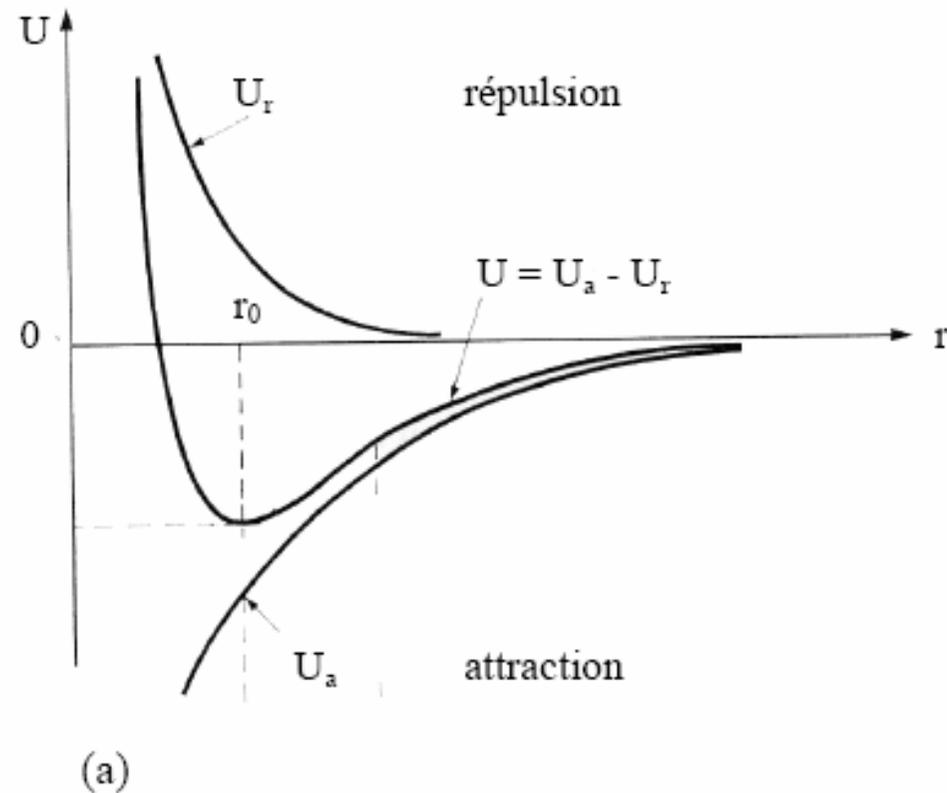
Contraction latérale en traction

→ coefficient de Poisson

Forces et énergie de cohésion interne

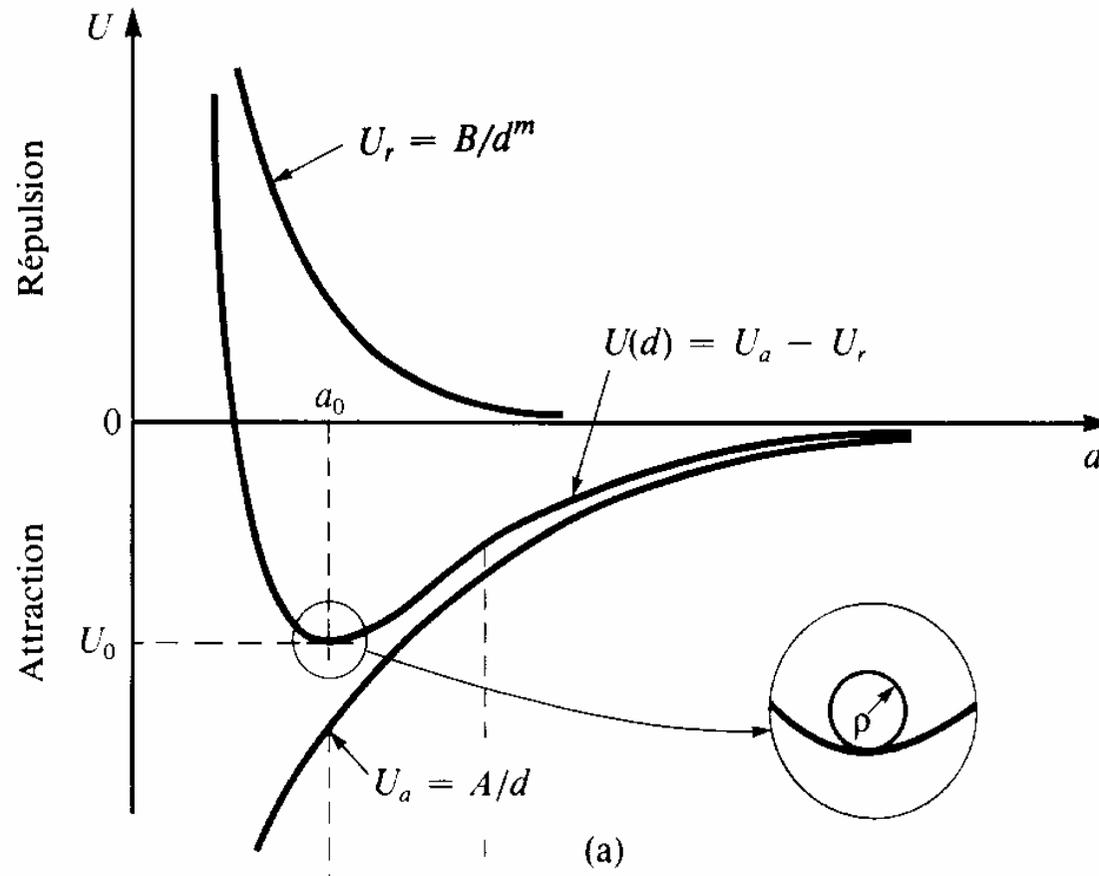
* *Modèle électrostatique*

$$E = -\frac{A}{r^m} + \frac{B}{r^n}$$



($n=8$ à 12) et m dépend du type de liaison (de 1 à 8 selon le type de liaison)

* *Modèle électrostatique*



U_0 énergie de cohésion atomique

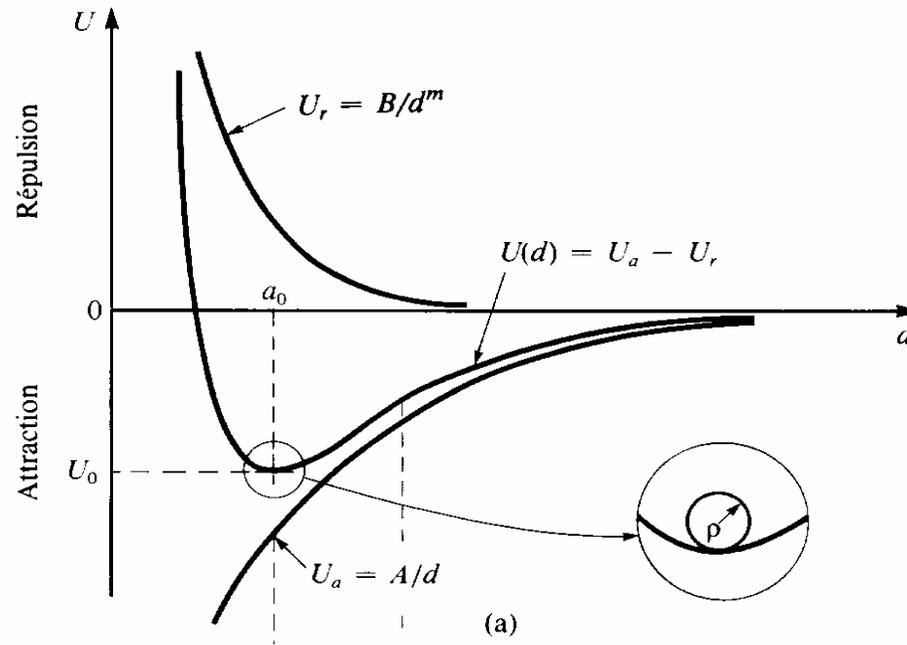
a_0 distance inter-atomique au zéro absolu

ρ rayon de courbure

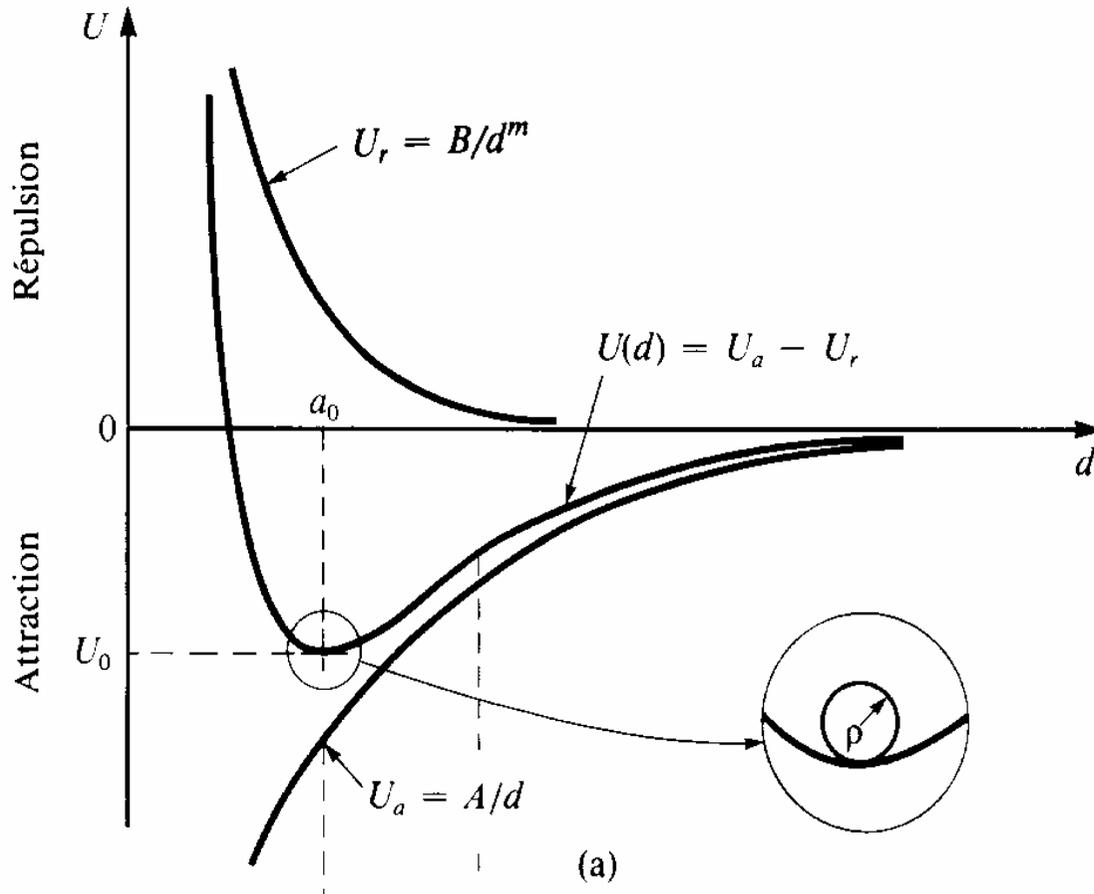
U_a potentiel électrostatique d'attraction

U_r potentiel électrostatique de répulsion

* *Modèle électrostatique*



- ***pic pointu, profondeur U_0 élevée, pente raide***
 - liaisons covalentes, ioniques, métalliques
- ***pic évasé, profondeur U_0 faible, courbe évasée***
 - force de Van der Waals



Explication de la résistance à la traction théorique, de la rigidité, de la dilatation thermique et de la température de fusion / sublimation

Minimum de $U(r)$

$$\left. \frac{dE}{dr} \right|_{r=r_0} = m \frac{A}{r_0^{m+1}} - n \frac{B}{r_0^{n+1}} = 0$$



$$r_0 = \left(\frac{nB}{mA} \right)^{1/n-m}$$



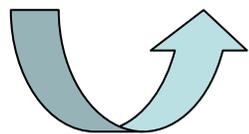
$$E_{\min} = -\frac{A}{r_0^m} + \frac{B}{r_0^n}$$

L'existence de ce minimum a plusieurs conséquences

- r_0 est l'état le plus stable
Liaison ionique (NaCl : $r_0 = 5.63 \text{ \AA}$)
Liaison Van der Waals $r_0 \sim 100 \text{ nm}$.
- Si m augmente $\rightarrow r_0$ diminue. Plus la liaison est forte, plus le matériau est dense.
- Si m diminue, valeur absolue de E_{\min} diminue \rightarrow l'énergie à fournir pour séparer les atomes est plus faible \rightarrow température de fusion ou de transition vitreuse plus faible

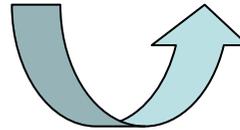
Modèle électrostatique et élasticité

- Pour étudier l'origine du comportement élastique il est fondamental d'étudier les différents types de liaisons
- Deux atomes séparés par r_0 ,
- Une section unité (1m^2) il y a r_0^{-2} atomes ($1/r_0^2$).
- Soient deux demi-cristaux face à face séparés de r (différent de r_0).
- Le système étant hors de l'équilibre une force extérieure doit être appliquée.
- Supposons qu'au voisinage de r_0 existe une relation $F = k(r-r_0)$ avec k raideur.



$$k = dF/dr$$

$$F = dU/dr$$



$$k = \frac{dF}{dr} = \frac{d^2U}{dr^2}$$

divisant F par la section unité r_0^2 on obtient la contrainte moyenne.

$$F = k(r - r_0) \implies F \frac{1}{r_0^2} = \sigma = \frac{k}{r_0} \frac{r - r_0}{r_0} = \frac{k}{r_0} \epsilon$$

Dilatation thermique selon le modèle électro-statique

- Terme d'énergie cinétique $W \leftrightarrow$ lié à l'agitation thermique.
- un atome vibre entre deux positions
- la courbe $U(r)$ n'étant pas symétrique (m et n sont différents) on obtient une variation de la position d'équilibre des atomes lorsque l'on modifie la température.
- C'est l'origine de la dilatation thermique α .
- Plus importante pour une faible énergie de liaison à l'équilibre
- corrélation entre module d'élasticité et coefficient de dilatation thermique

Conductibilité électrique

- **Les cristaux covalents et ioniques sont isolants car tous les électrons sont liés**
- **Par contre les métaux ont un nuage d'électrons de valence qui peuvent se déplacer : un courant électrique traverse le métal.**

- Le maximum en terme d'effort est atteint pour une distance r_{\max} correspondant à une déformation ε_0 avec

$$\varepsilon_0 = \ln\left(\frac{r_{\max}}{r_0}\right)$$

Si F et σ sont telles qu'elles dépassent ce r_{\max} pour chaque liaison, la rupture est inévitable

hypothèse $\sigma = \sigma_0 \sin\left(\frac{\pi \varepsilon}{2 \varepsilon_0}\right)$

On obtient alors $E = \left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon = 0}$

La déformation critique ε_0 est typiquement de l'ordre de 0,25, ce qui donne :

$$\frac{\sigma_0}{E} \approx \frac{1}{2\pi}$$

la contrainte maximale supportable par le réseau supposé parfait?

Celle-ci correspond au point d'inflexion de la courbe $U(r)$ entre le point $U(r_0)$ et $U(\infty)$.

Pour U de la forme:

$$U = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} + \frac{B}{r^n} \quad \Rightarrow \quad \sigma = E \left\{ \left(\frac{n+1}{2} \right)^{\frac{1}{n-1}} - 1 \right\}$$

Si $n \sim 4 \rightarrow \sigma \sim E$

Dans la pratique $\sigma \sim E/1000$.



D'autres mécanismes interviennent pour expliquer déformations permanentes et contraintes de ruptures.

* *En résumé...*

- les différentes liaisons
- caractère mixte des liaisons
- exemples

