

# *Chapitre 4*

## ***Matériaux sous contrainte fragilité/ductilité***

### **Plan**

#### **4.1. Résistance des matériaux fragiles**

**4.1.1. Résistance théorique et résistance réelle**

**4.1.2/ Zone de concentration de contrainte**

#### **4.2/ Limite d'élasticité des matériaux ductiles<sup>2</sup>**

**4.2.1/ Glissement cristallographique**

**4.2.2/ Cission critique théorique de glissement**

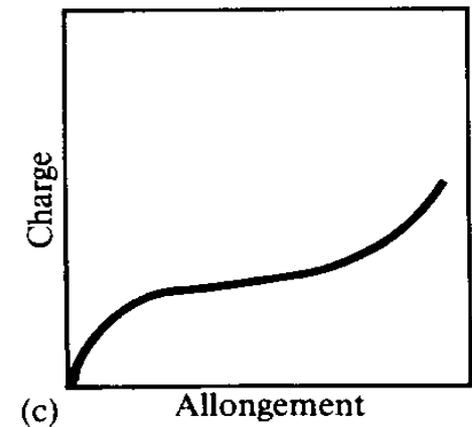
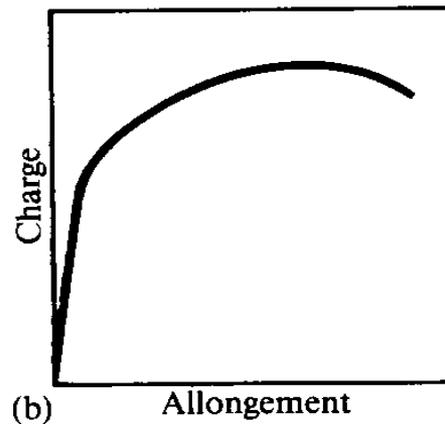
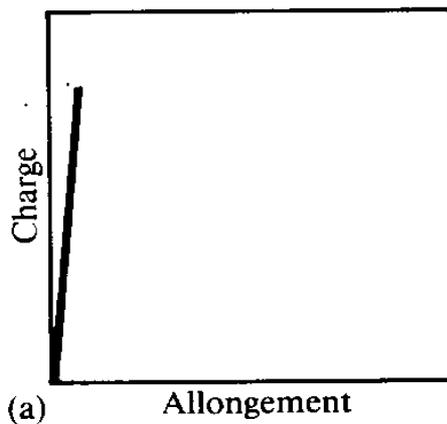
**4.2.3/ Dislocations et limite d'élasticité**

#### **4.3/ Ténacité**

**4.3.1/ Matériaux fragiles**

**4.3.2/ Ténacité des matériaux ductiles**

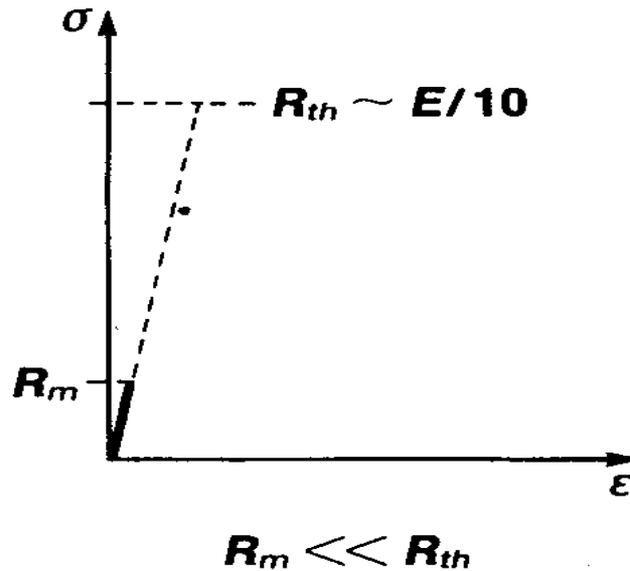
- Les modèles théoriques abordés au chapitre 2 laissent entendre que les matériaux se brisent tous de façon fragile. Or, certains matériaux sont ductiles.
- Un matériau est dit **fragile** lorsqu'il se rompt sans avertissement et de façon très **brutale**. Sa courbe contrainte déformation demeure linéaire jusqu'à la rupture où toute l'énergie **élastique** emmagasinée est libérée **d'un seul coup**.
- À l'opposé, un matériau est dit **ductile** s'il absorbe une bonne partie de l'énergie sous forme de **déformations plastiques**.



## 4.1/ Résistance des matériaux fragiles

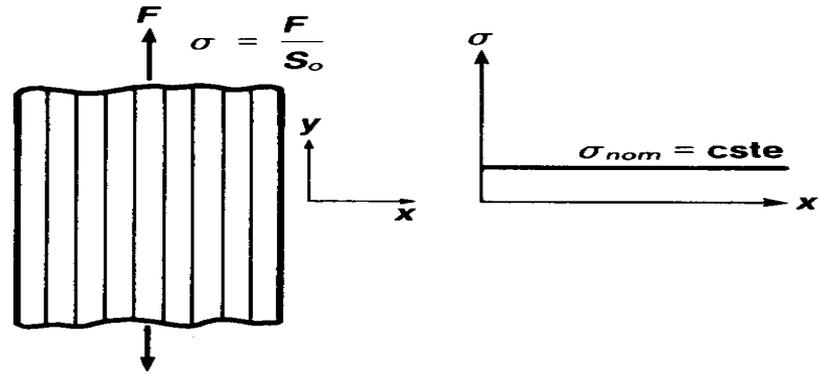
### 4.1.1. Résistance théorique et résistance réelle

- La résistance théorique à la traction des matériaux ( $R_{th} \approx E/10$ ) est de 10 à 1000 fois supérieure à la résistance expérimentale.

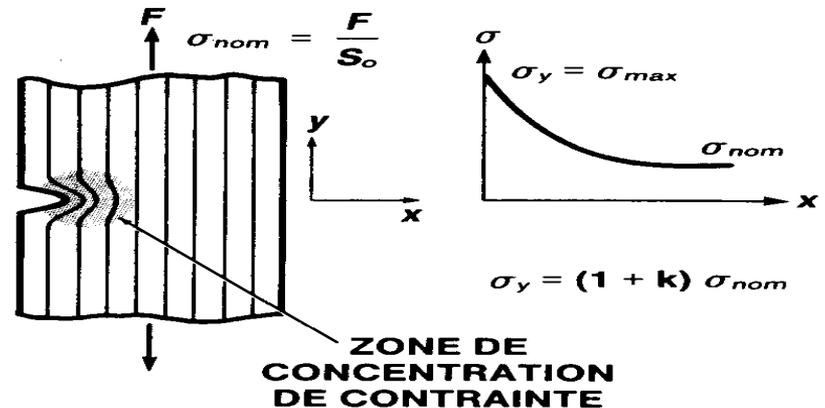


Explication: Cette divergence s'explique par la présence de **défauts**

Ce que l'on aurait pu avoir sans défaut



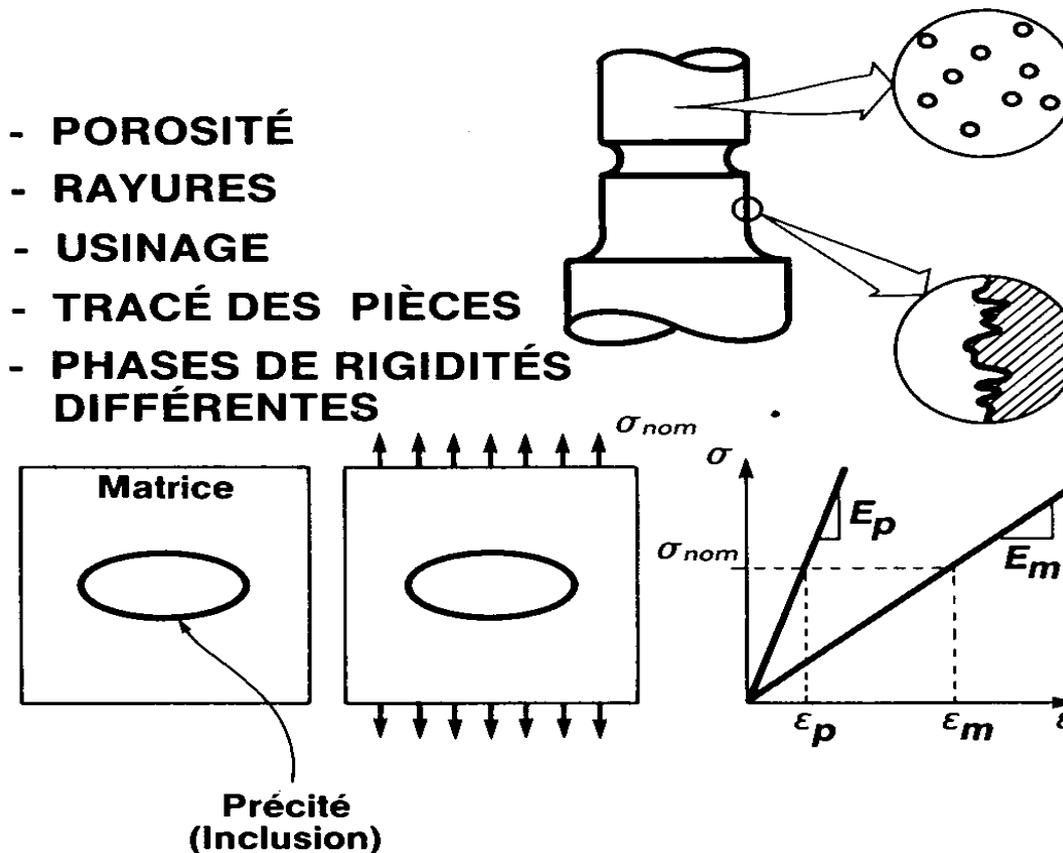
Ce que l'on obtient réellement



- **Tous** les matériaux contiennent des défauts qui donnent lieu à une zone de **concentration** de contrainte.
- La contrainte **locale** est plus élevée que la contrainte extérieure appliquée et approche la contrainte **théorique de rupture**.

# Origine de concentration de contraintes

- Les concentrations de contraintes sont de nature et d'origine multiples...



- Facteur de concentration de contrainte,  $K_t$

$$\sigma_y = K_t \sigma_{nom} \quad \longrightarrow$$

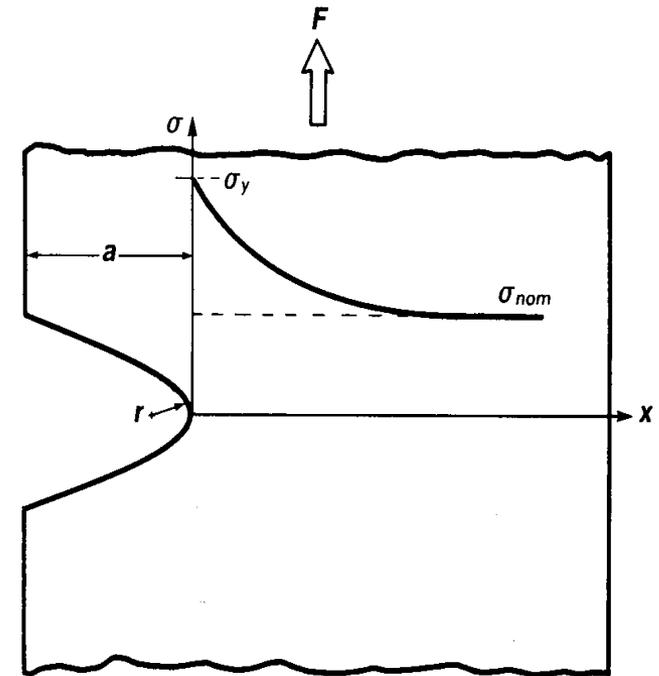
### Cas de rayures superficielles

$$K_t = 1 + k$$

$K_t$  est fonction de la géométrie du défaut.

**$K_t \uparrow$  quand  $a \uparrow$  et  $r \downarrow$**

Fissure pointue  $\rightarrow K_t$  élevé

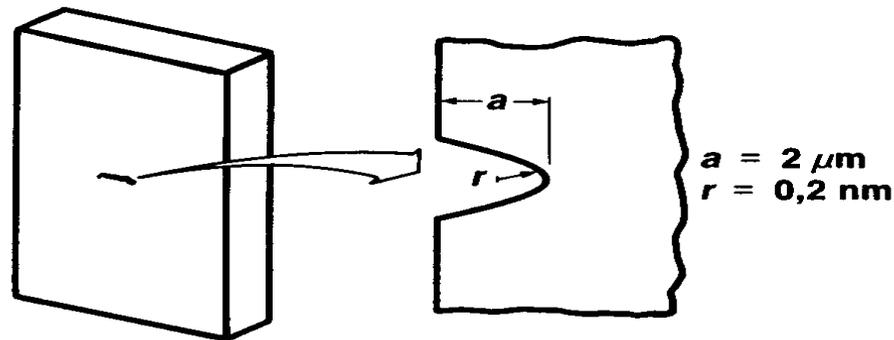


$$K_t = \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{r}}\right)$$

Si, à la racine du défaut, la contrainte théorique est atteinte, une réaction en chaîne se produit entraînant une ouverture de fissure jusqu'à la rupture de l'échantillon.

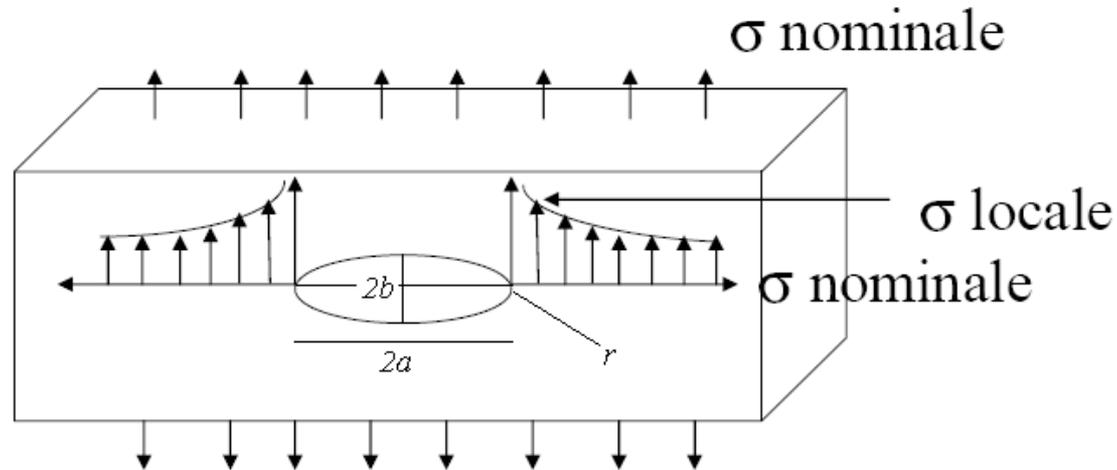
*Exemple*

### RAYURES SUPERFICIELLES



$$\begin{aligned} 1+k &= 1+2\sqrt{\frac{a}{r}} \\ &= 1+2\sqrt{\frac{2 \times 10^{-6}}{0,2 \times 10^{-9}}} \\ &= 201 \\ &\sim 200 \end{aligned}$$

## Défauts elliptiques



Le rayon de courbure à ses extrémités est :  $r = \sqrt{\frac{b^2}{a}}$

$$\sigma_y = K_t \sigma_{nom} \quad \text{avec} \quad K_t = \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{r}}\right) = \left(1 + 2\frac{a}{b}\right)$$

# Défauts elliptiques et marches

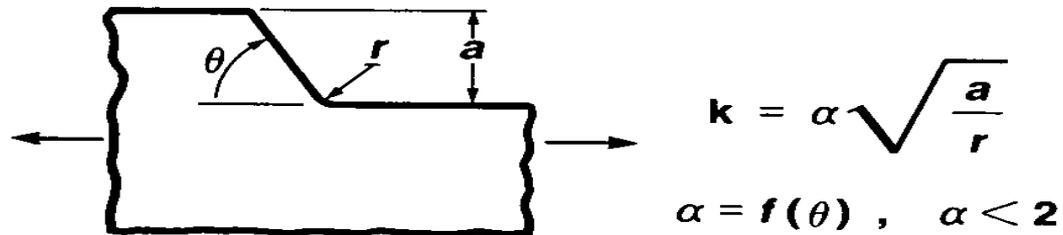
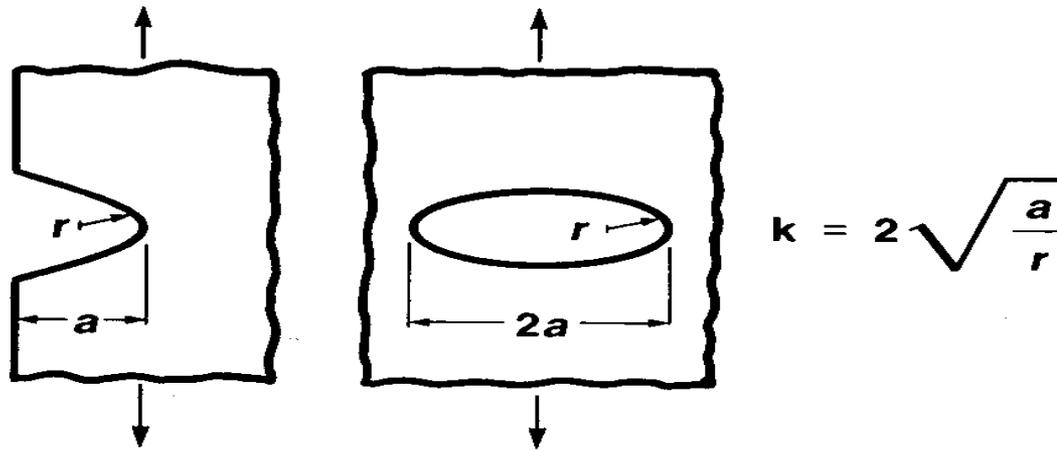
$$\sigma_y = (1 + k) \sigma_{nom}$$

$$(1 + k) = K$$

**k: facteur de concentration de contrainte**

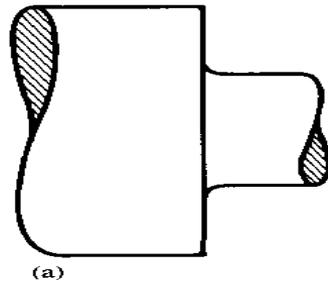
$$(1 + k) = \frac{\sigma_y}{\sigma_{nom}}$$

**k est fonction de la géométrie du défaut**



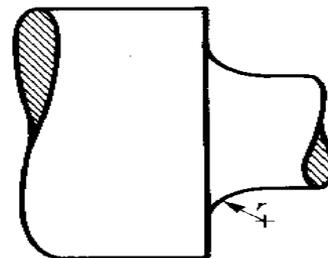
- On peut toutefois atténuer certaines zones de concentration de contrainte

*Exemple : usinage d'une pièce*



(a)

*Mauvais*

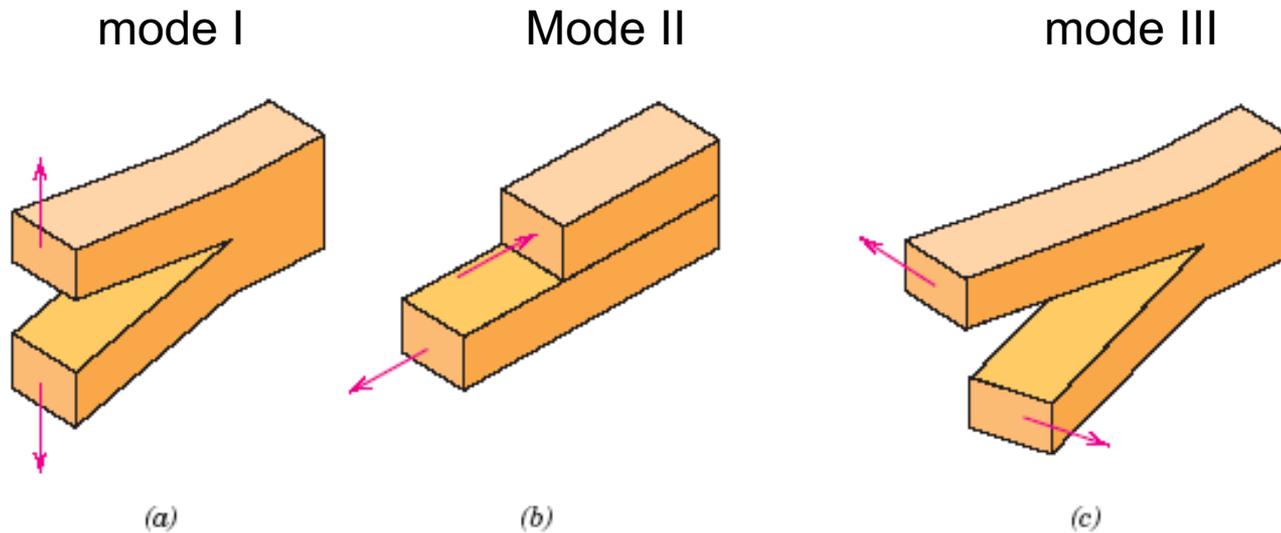


(b)

*Bon*

*On a avantage à obtenir un fini de surface progressif:  
→ rayon plus grand possible*

## Modes de rupture:

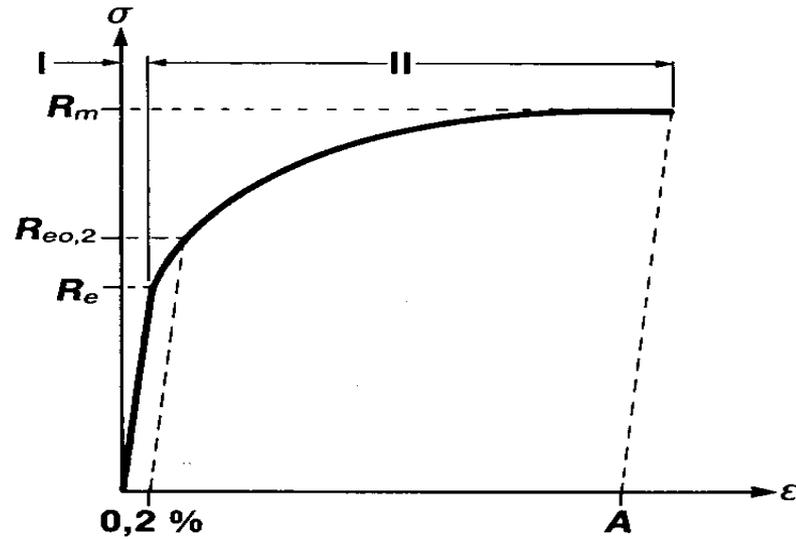


On peut classer les modes de rupture en trois catégories selon la direction de la contrainte externe par rapport à la géométrie de la fissure:

- mode I, ouverture ou mode de traction
- mode II, mode de cisaillement
- mode III, mode de torsion.

## 4.2/ Limite d'élasticité des matériaux ductiles

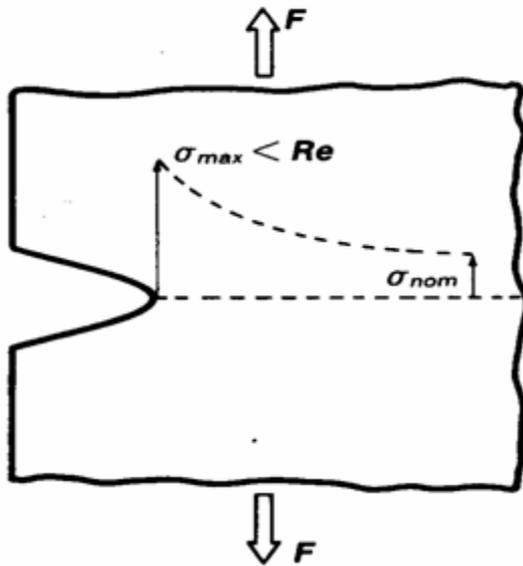
### *Comportement des matériaux ductiles*



- I - Domaine de déformation élastique**
- II - Domaine de déformation plastique**

- Que se passe-t-il à l'approche de la limite élastique à la proximité d'un défaut?

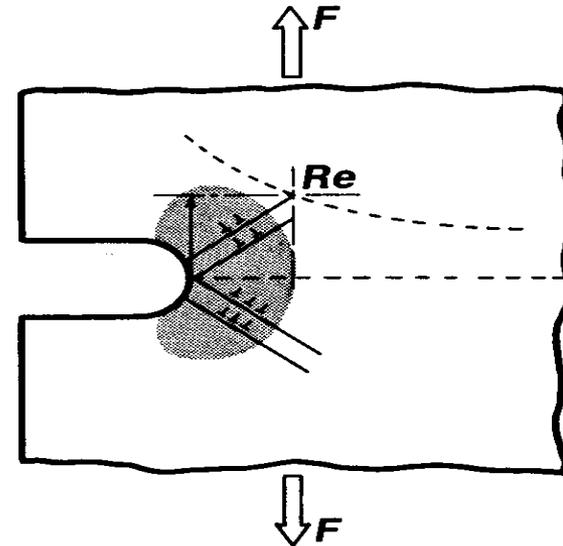
**TANT QUE  $\sigma_{max} < Re$   
TOUT SE PASSE COMME PRÉVU**



**QUAND  $\sigma_{max} > Re$ :**

$$\sigma_{max} = \sigma_{nom} f\left(\sqrt{\frac{\ell}{r}}\right)$$

- Déformation plastique en fond de fissure
- Augmentation de  $r$
- Diminution de  $(1 + k)$



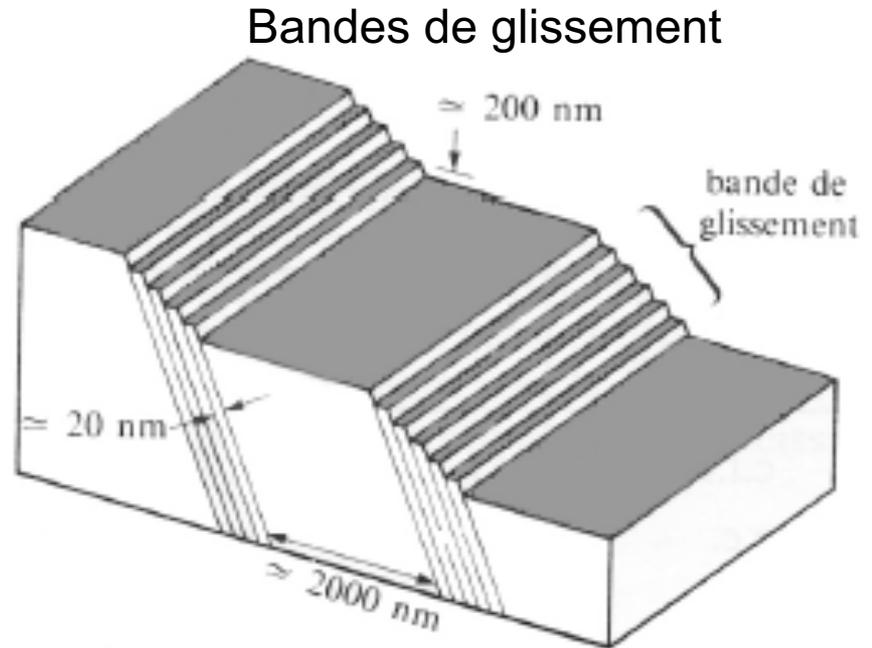
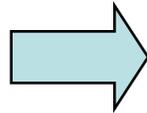
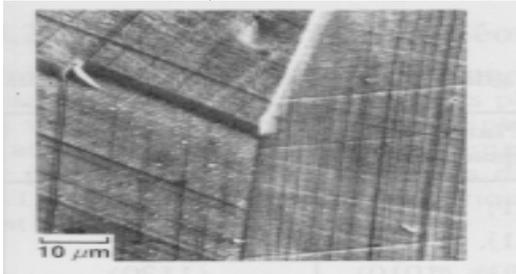
$$\sigma = R^{th}$$

les liaisons atomiques sont étirées au maximum.

$$\sigma > R^{th}$$

pour déformer le matériau il faut déplacer les atomes.

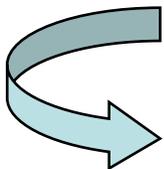
Déformation plastique de Cu à 10%, on observe



Les bandes de glissement dans certaines directions

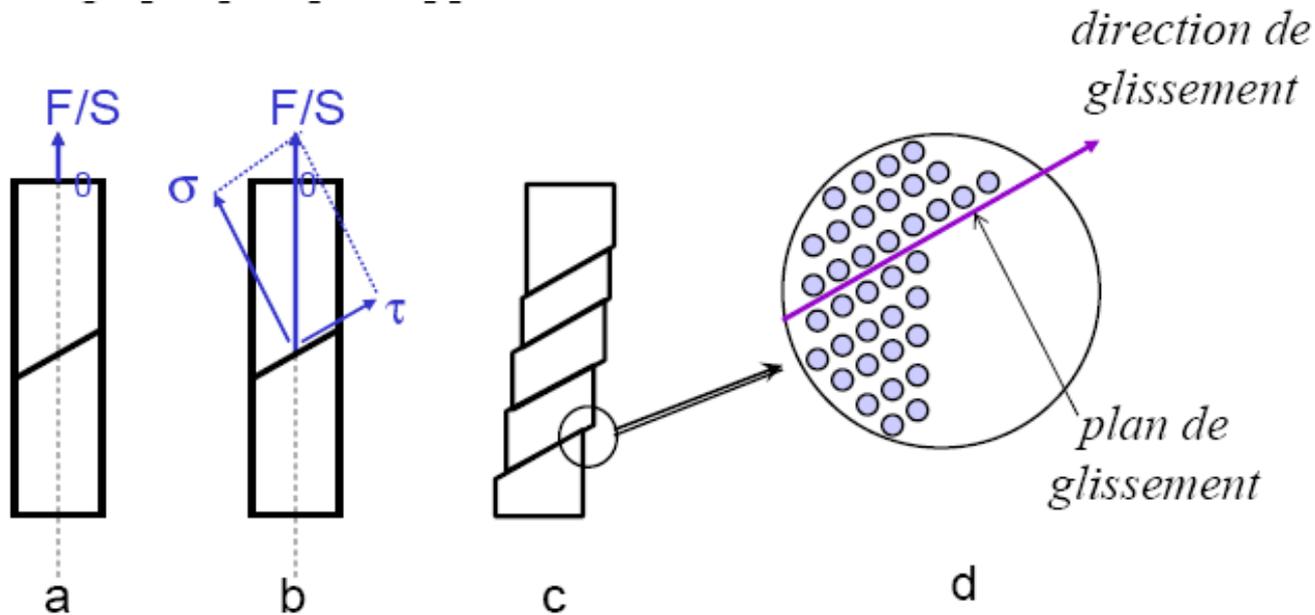


plans cristallographiques.



Déformation plastique est due au glissement de certains plans cristallographiques les uns par rapport aux autres.

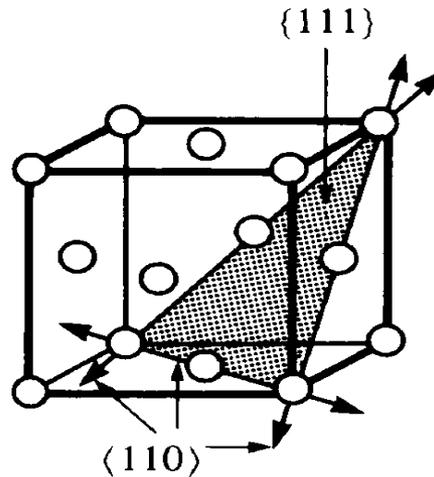
# Mécanisme du glissement dans la déformation plastique



- (a) cristal avant essai;
- (b) décomposition en  $\sigma$  et  $\tau$ ;
- (c) cristal après déformation plastique
- (d) représentation schématique d'une marche de glissement.

# Systemes de glissement

- Les matériaux cristallins étant **anisotropes**, les glissements se produisent selon certains plans et directions cristallographiques.
- Les plans et directions de glissement sont ceux ayant la plus **forte densité atomique**.



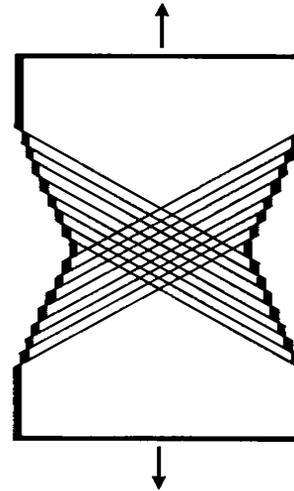
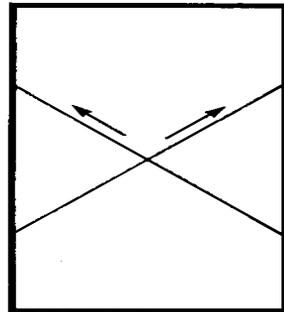
# Caractère cristallographique du glissement pour quelques métaux

## Systèmes de glissement actifs

Structure cristalline	Plans de glissement	Directions de glissement	Exemples de métaux
cfc	{111}	$\langle 110 \rangle$	Al, Fe $\gamma$ , Cu, Ni, Au, Ag
cc	{110}, {112}, {123}	$\langle 111 \rangle$	Fe $\alpha$ , Nb, Mo
hc	{0001}, {10 $\bar{1}$ 0}	$\langle 11\bar{2}0 \rangle$	Mg, Ti, Zn, Zr $\alpha$ , Be

# Conséquences

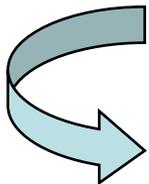
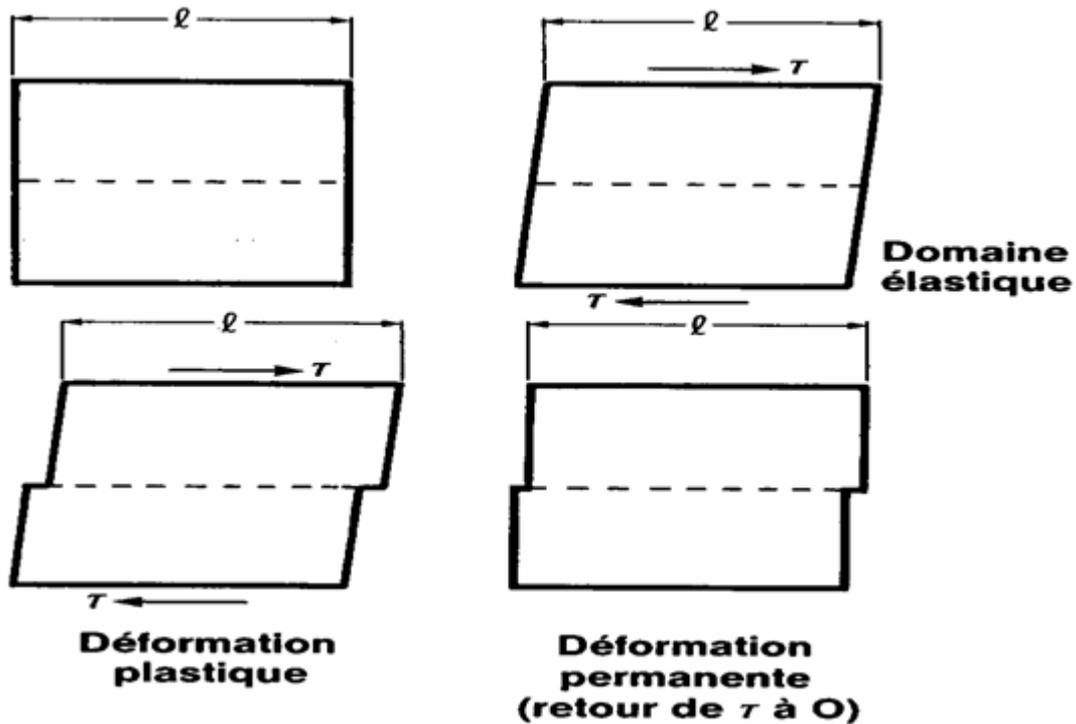
- Le nombre de systèmes de glissement est une première indication sur le degré de ductilité.
- Pour avoir une déformation homogène, un matériau doit posséder un minimum de 5 systèmes de glissement indépendant.



- La possibilité de mettre en évidence des systèmes de glissement n'est cependant pas suffisant pour déduire qu'il y a ductilité.

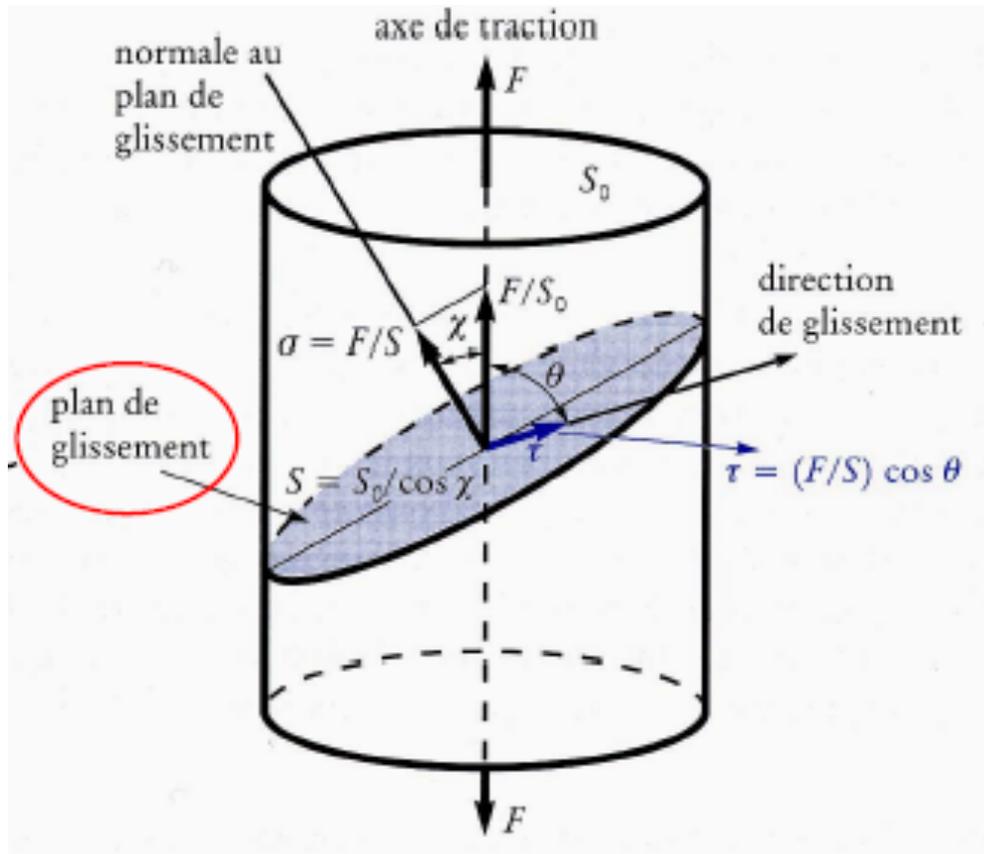
# Contrainte à considérer

- Le glissement est produit par une contrainte parallèle au plan de glissement.



Il faut donc considérer la composante tangentielle.

## 4.2.2/ Cission critique théorique de glissement:



Loi de Schmid

$$\tau = \frac{F}{S_0} \cos \theta \cos \chi$$

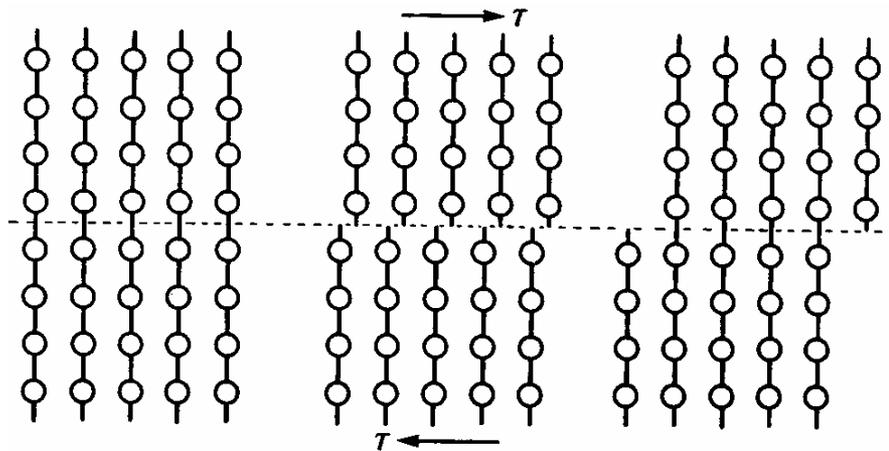
Facteur de Schmid

Maximum pour  $\theta = \chi = 45^\circ$

$$\tau = \sigma/2$$

- La contrainte de cission est maximale lorsque l'angle formé avec le plan de traction est de  $45^\circ$ .

- Puisque les grains sont orientés aléatoirement par rapport à la direction de la force appliquée, il y aura toujours des plans de faiblesse où les angles  $\theta$  et  $\chi$  seront orientés à  $45^\circ$ .
- Suivant ces hypothèses de calcul, la résistance théorique avant l'apparition de déformations permanentes est donnée comme suit:



$$\tau^{th} \approx \frac{G}{6}$$

$$\sigma^{critique} \approx \frac{E}{8} = R^{th}$$

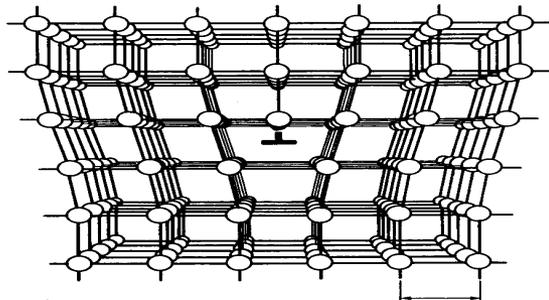
ce qui est du même ordre de grandeur que la contrainte théorique de rupture du matériau ( $R_{th} \approx E/10$ ). Or la limite élastique d'un matériau ductile est de  $10^3$  à  $10^4$  fois inférieure à cette valeur.

### 4.2.3/ Dislocations et limite d'élasticité

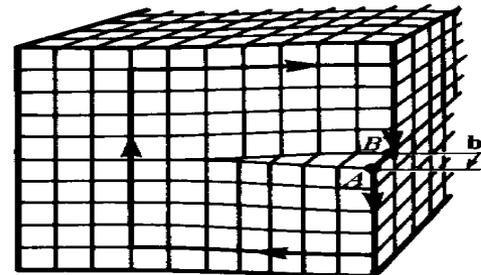
- Tout comme les matériaux fragiles, la disparité entre les valeurs théoriques et les valeurs expérimentales de la limite d'élasticité des matériaux ductiles peut être expliquée par la présence de défauts.
- Ces défauts sont les dislocations (dislocation-coin & dislocation-vis).

La dislocation est caractérisée par:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{vecteur de Burgers } \vec{b} \\ \text{ligne de dislocation } \vec{l} \end{array} \right.$

**DISLOCATION-COIN**

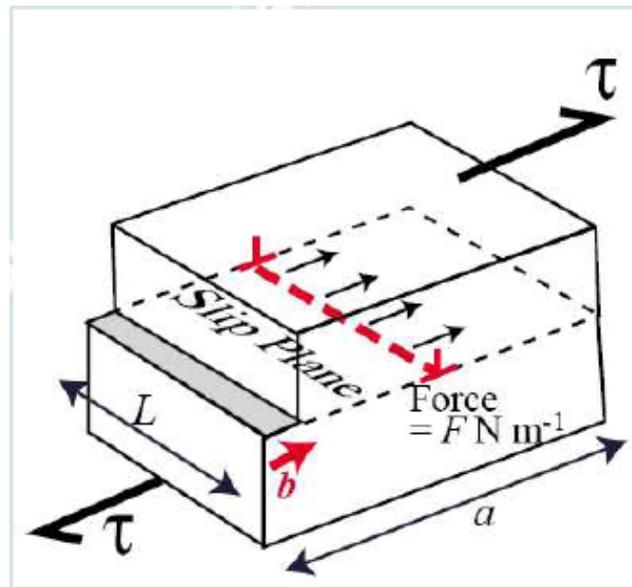


**DISLOCATION-VIS**



## Etape 1

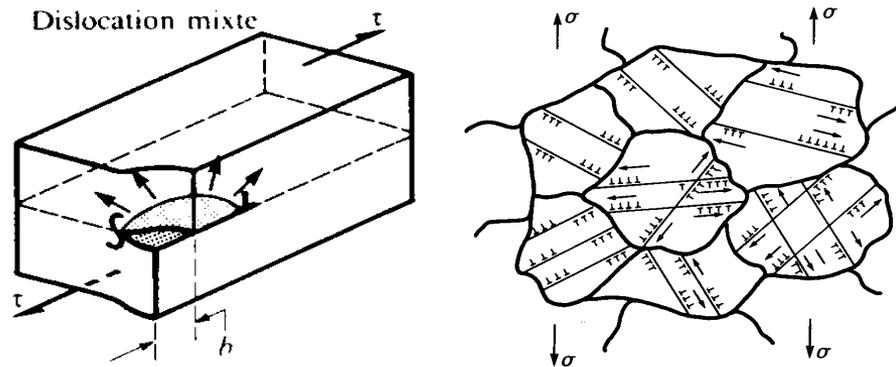
- Les dislocations sont des défauts linéaires qui peuvent se déplacer sous l'effet d'une cisssion beaucoup plus faible que la cisssion théorique.
- Sous l'effet d'un effort de cisaillement, la dislocation progresse pour atteindre la surface du matériau créant l'apparition d'une ligne de glissement.



## Etape 2

Il ne faut pas oublier dans notre analyse *que*:

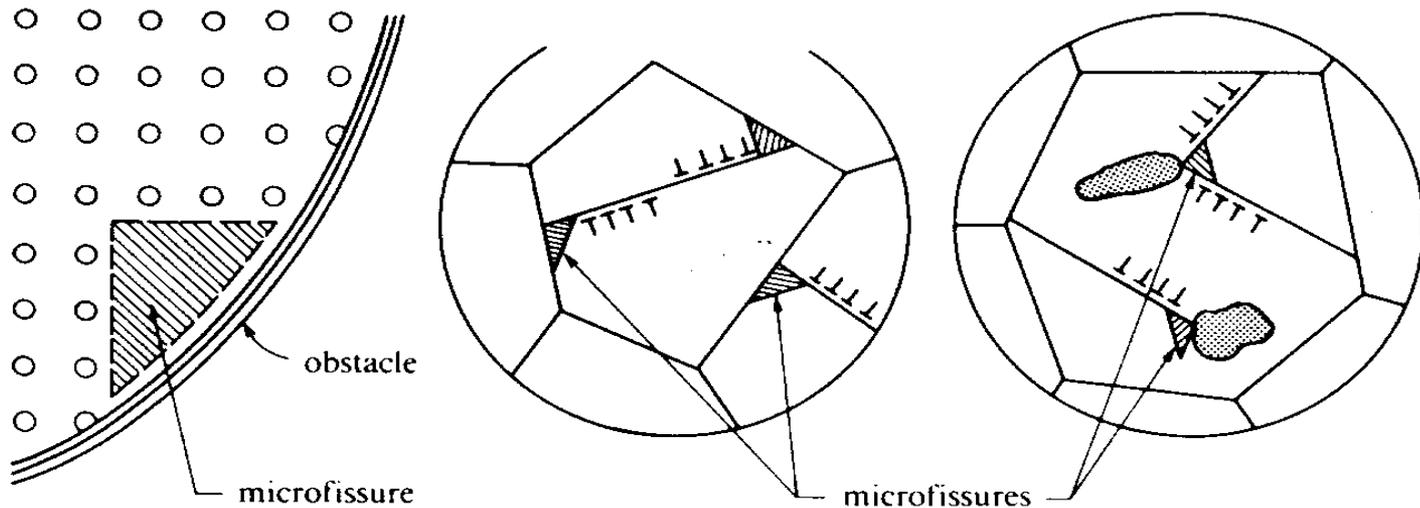
- *Les dislocations sont souvent mixtes.*
- Les dénivellations observées sont le résultats d'un grand nombre de dislocations qui ont balayé les plans de glissement.



Lorsque les dislocations en mouvement se multiplient et s'entrecroisent, leur densité augmente et il faut augmenter la contrainte pour que les déformations plastiques se poursuivent: phénomène de **consolidation**.

### Etape 3

- Quant à la contrainte de friction du réseau, elle augmente avec l'intensité des liaisons.
- Les obstacles qui s'opposent au mouvement des dislocations peuvent causer des micro-fissures qui, lorsqu'elles se chevauchent, entraînent la rupture du matériau.

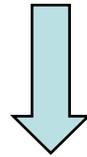


# Force sur une dislocation

Le déplacement d'une dislocation nécessite l'application d'une force  $F$  par unité  $u$  de longueur de dislocation.

Le travail de cette force s'écrit :  $W = F L u$ , et correspond à celui qui est nécessaire pour déplacer, via l'application d'une contrainte de cisaillement  $\tau$ , un bloc du cristal sur une longueur  $b$  le long du plan de surface  $L.u$ , d'où :

$$W = F.L.u = \tau.b.L.u$$

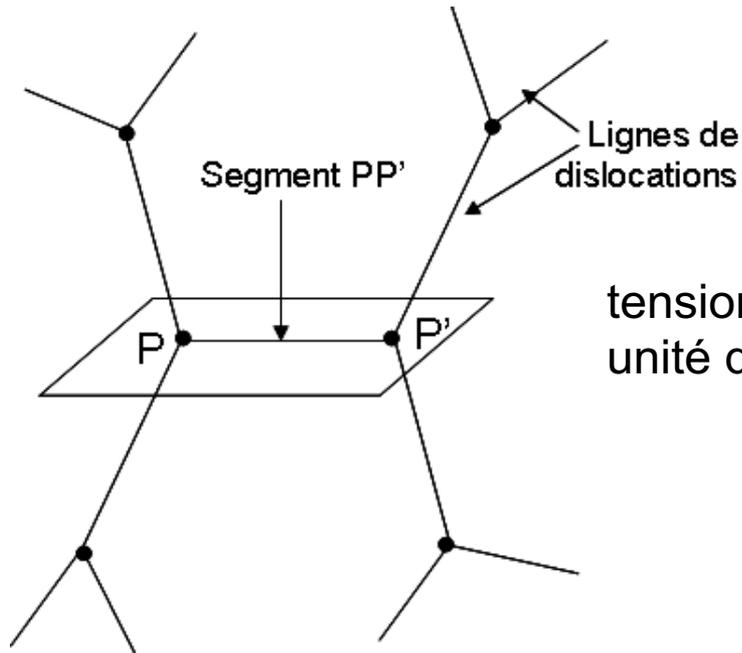


$$F = \tau.b$$

## Densité et réseau de dislocation:

Densité: longueur totale de dislocation par unité de volume  $\Lambda$  (m<sup>-2</sup>)

Distance moyenne entre les nœuds des dislocations :  $l = \frac{1}{\Lambda^2}$  (en mètre)

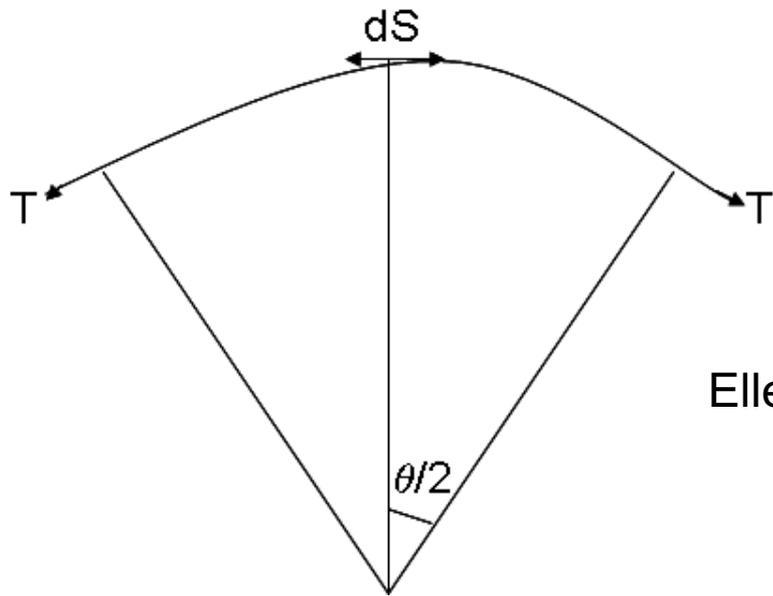


On peut ainsi calculer la cission nécessaire pour courber une dislocation

tension de ligne: énergie de déformation élastique par unité de longueur

$$T = G.b^2$$

Lorsqu'une dislocation est courbée (rayon  $R$ ), la tension de ligne s'oppose à cette courbure.



Elle peut être maintenue courbée si une cisssion  $\tau$  engendre une force égale et opposée à  $T$ .

$$\tau \cdot b \cdot dS = 2T \sin(\theta/2)$$

$$\theta \text{ est petit} \implies \sin(\theta/2) \approx \theta/2 \implies \tau = \frac{T}{b \cdot R} = \frac{G \cdot b}{R}$$

## 4.3/ Ténacité:

### Définition:

La ténacité des matériaux est caractérisée par leur résistance à la propagation brutale des fissures. On peut la mesurer par l'énergie requise pour entraîner la rupture.

#### 4.3.1/ Matériaux fragiles:

$$\sigma_y = K_t \sigma_{nom}$$

$$K_t = 1 + K$$

Valeur critique de  $K$   
c'est la ténacité.

$$dW = dW_s - dW_{el}$$

fissure se propage spontanément si  $\frac{dW}{da} \leq 0$   $\longrightarrow$

$$\alpha_{critique} = \frac{2E\gamma_s}{\pi\sigma^2}$$
$$\sigma_{nom} \geq \sigma_{critique} = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}}$$

$$K_c = \sigma_c \sqrt{\Pi a}$$

$$\sigma_c \rightarrow 2\gamma_s \leq \pi a \frac{\sigma_c^2}{E}$$



$$G_c = \pi a \frac{\sigma_c^2}{E}$$

$$K_c = \sqrt{E G_c}$$

#### 4.3.2/ Matériaux ductiles:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E(\gamma_s + \gamma_p)}{\Pi a}}$$

## *La cristallinité est-elle synonyme de ductilité?*

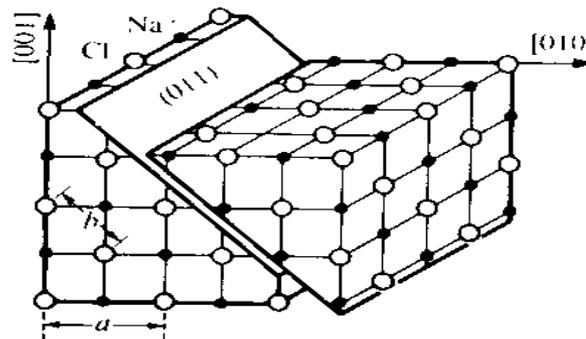
- La présence de dislocations n'est pas une condition suffisante pour avoir ductilité; celles-ci doivent être mobiles. La ductilité est donc reliée au type de liaison.
- Chez les **matériaux métalliques**, l'absence de directionnalité des liaisons permet aux dislocations de se déplacer sous une force moindre.
- La contrainte de friction, résistant au déplacement des dislocations, est plus élevée chez les **matériaux à liaisons covalentes** et les **matériaux à liaisons ioniques** ce qui entraîne une augmentation de la contrainte normale.

## *Ductilité chez les matériaux à liaisons covalentes*

- Puisque les liaisons covalentes sont fortement directionnelles, le déplacement de la dislocation entraîne en général une rupture de la liaison et donc du matériau.
- Contrairement aux métaux, c'est la présence de défauts qui joue toujours un rôle prédominant dans la rupture du matériaux. La concentration de contrainte engendrée conduit à une rupture locale des liaisons avant que la cission n'atteigne la contrainte nécessaire pour conduire à un déplacement de la dislocation.
- À haute température, une mobilité des dislocations peut apparaître conférant ainsi une certaine ductilité aux matériaux covalents.

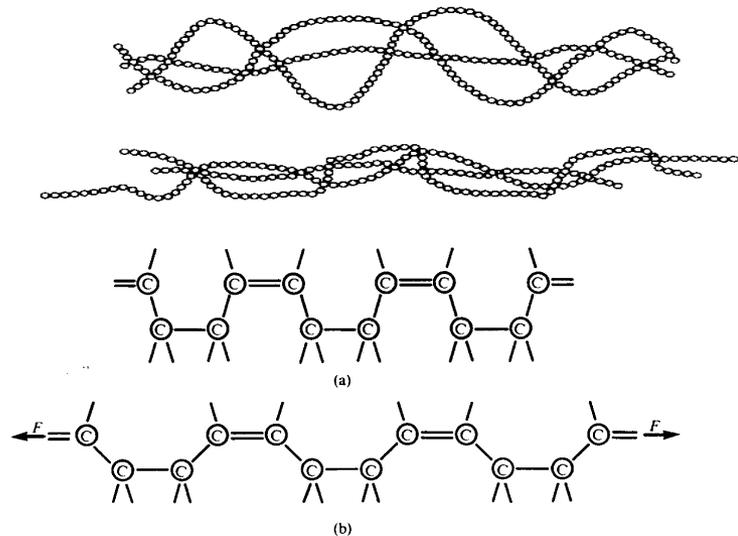
## *Ductilité chez les matériaux à liaisons ioniques*

- Dans ces types de matériaux, les dislocations doivent assurer l'équilibre des charges électrostatiques. La présence d'impureté empêche souvent cet équilibre, piégeant ainsi les dislocations.
- Les plans de glissement ne sont pas les plans de plus grande densité atomique mais bien ceux permettant l'équilibre des charges électrostatiques.
- La dislocation doit toujours être constituée de 2 demi-plans pour assurer l'équilibre des charges. La contrainte de cisaillement est donc plus élevée dans ces matériaux que dans les métaux ce qui conduit souvent à une rupture fragile.



## *Ductilité chez les matériaux amorphes*

- La ductilité ne se présente pas uniquement chez les matériaux cristallins mais se rencontre aussi chez des matériaux **amorphes**.
- Dans ce cas, la ductilité ne peut être reliée au déplacement des dislocations puisqu'elles sont **inexistantes**. On parle donc de déploiement et de changement d'angles.

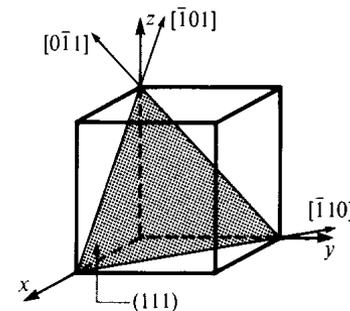


En résumé, les **conditions** pour avoir une **ductilité appréciable** chez les matériaux cristallins sont:

## (MATÉRIAUX CRISTALLINS)

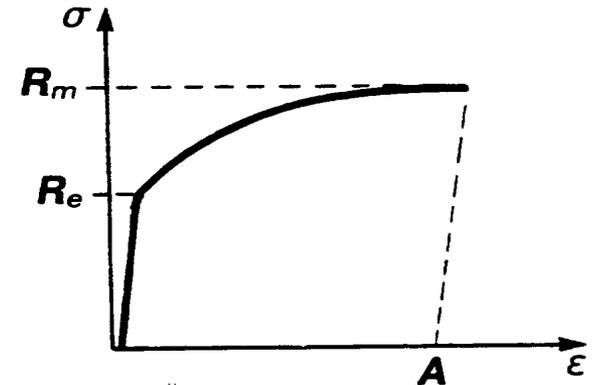
- 1- **PRÉSENCE DE DISLOCATIONS**  
VRAI POUR TOUS LES CRISTAUX
- 2- **DISLOCATIONS MOBILES**
  - LIAISONS NON DIRECTIONNELLES
  - ABSENCE D'IONS DE SIGNE DIFFÉRENT  
→ MÉTAUX
- 3- **MULTIPLICATION DES DISLOCATIONS**
- 4- **NOMBRE DE SYSTÈMES DE GLISSEMENT INDÉPENDANTS  $\geq 5$**

c.c. et c.f.c.: 8  
h.c.: 3



La ductilité comporte entre autre les **avantages** suivants:

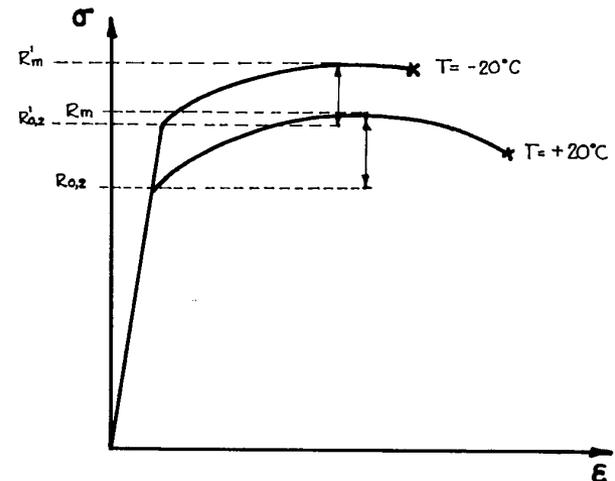
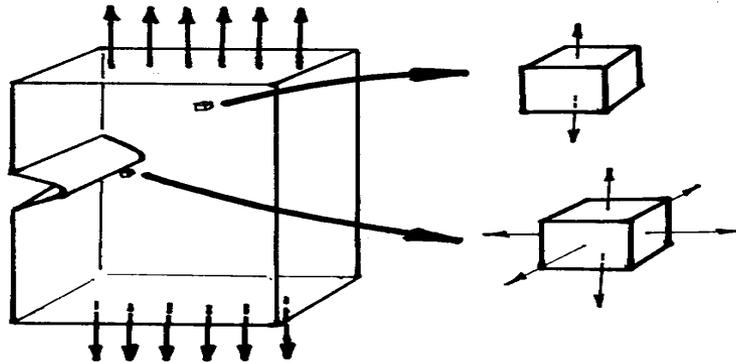
- mise en forme à température ambiante
- avertissement de l'approche d'une rupture
- amélioration de la ténacité



*On peut comprendre qu'il est possible d'augmenter la limite élastique des métaux si on diminue la mobilité des dislocations. Ce phénomène, connu sous le nom de durcissement, ne peut être obtenu sans une diminution de la ductilité.*

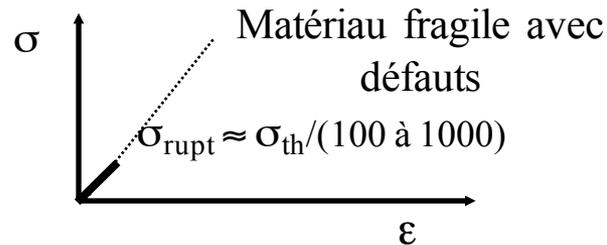
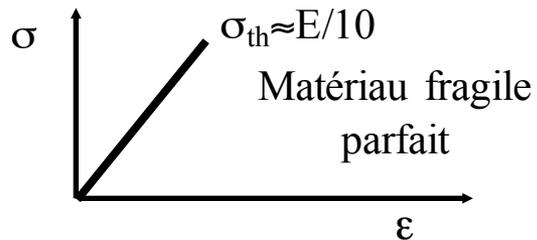
Pour conclure, la **transition** d'un matériau ductile à un matériau fragile ou d'un matériau fragile à un matériau ductile est dans certaines limites possible mais dépend de plusieurs facteurs. Notons entre autre:

- *La température*
- *La vitesse de déformation*
- *État des contraintes → effet d'entaille*
- *Procédés de formage*



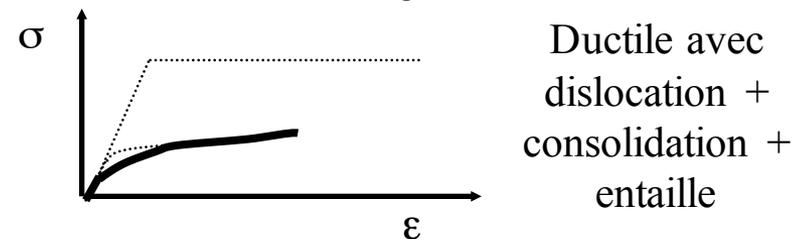
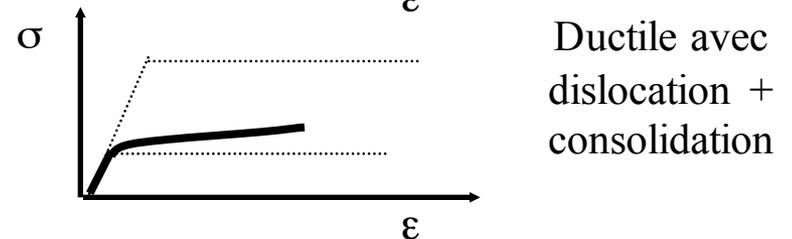
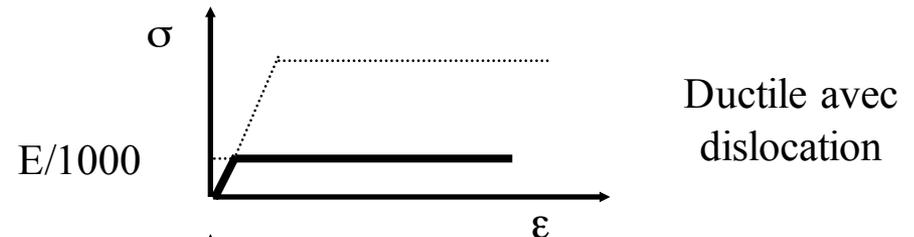
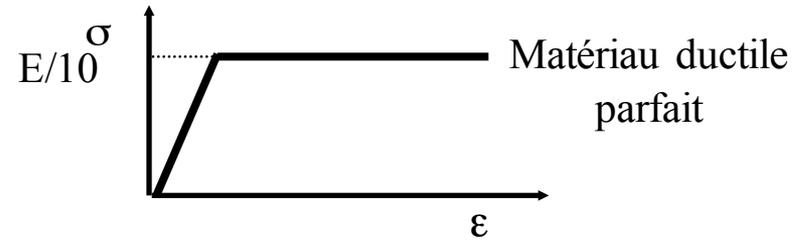
# Synthèse

## FRAGILE



- dislocations non mobiles
- pas de déformation permanente
- rupture brutale

## DUCTILE

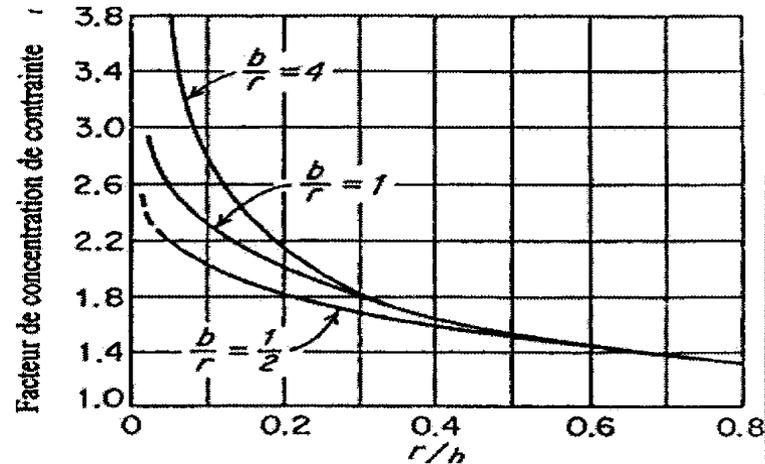
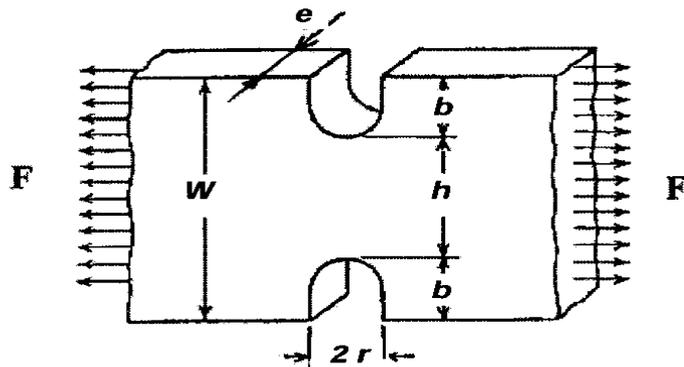


### Exemple

L'alliage d'aluminium ci-dessous possède les dimensions suivantes:  $W=60$  mm,  $e=10$  mm,  $b=5$  mm et  $r$  est inconnu. Les propriétés mécaniques en traction de l'alliage sont les suivantes:

$$R_{e0,2}=360 \text{ MPa} \quad R_m=460 \text{ MPa} \quad A=13 \%$$

On applique une force de traction  $F = 90$  kN. Trouver la valeur de  $r$  pour que les déformations demeurent élastiques.



*La contrainte nominale:*

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{F}{S_{\text{min}}} = \frac{F}{eh} = \frac{90000}{0,0005} \text{ Pa} = 180 \text{ MPa}$$

*Plastification si la contrainte locale excède la limite élastique:*

$$\sigma_{\text{loc}} = K_t \sigma_{\text{nom}} = R_{e0,2}$$

$$K_t = R_{e0,2} / \sigma_{\text{nom}} = 360 / 180 = 2$$

*D'après la figure,*

*Si  $b/r = 1/2$ ,  $r = 10 \text{ mm}$ ,  $r/h = 10/50 = 0,2$  et  $K_t = 1,8$*

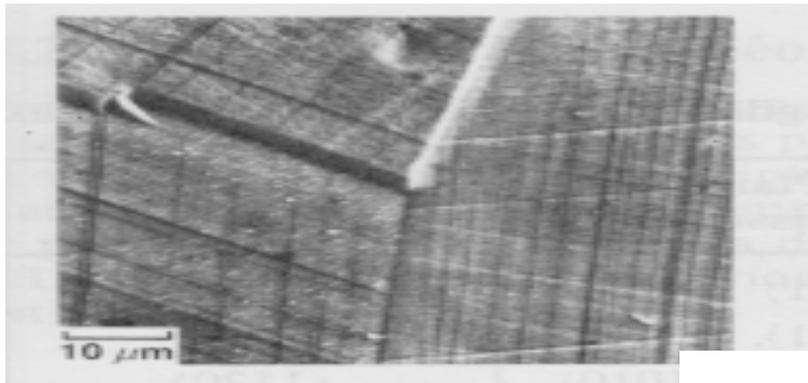
*Si  $b/r = 1$ ,  $r = 5 \text{ mm}$ ,  $r/h = 5/50 = 0,1$  et  $K_t = 2,3$*

*Par extrapolation linéaire  $b/r = 0,7$  quand  $K_t = 2$*

*$r = b/0,7 = 5/0,7 \text{ mm} = 7,1 \text{ mm}$*

## *Cas des matériaux à structure cristalline*

Lorsqu'on déforme plastiquement un **polycristal**, on constate la formation de bandes à la surface des grains qui témoignent de la nature **irréversible** des déformations encourues.



*Groupe de lignes de glissement = bandes*

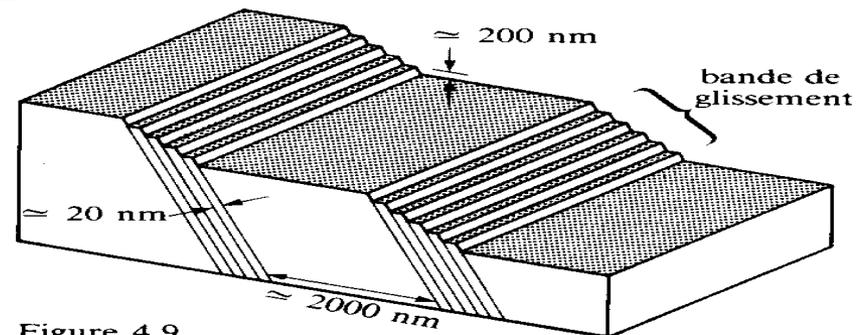
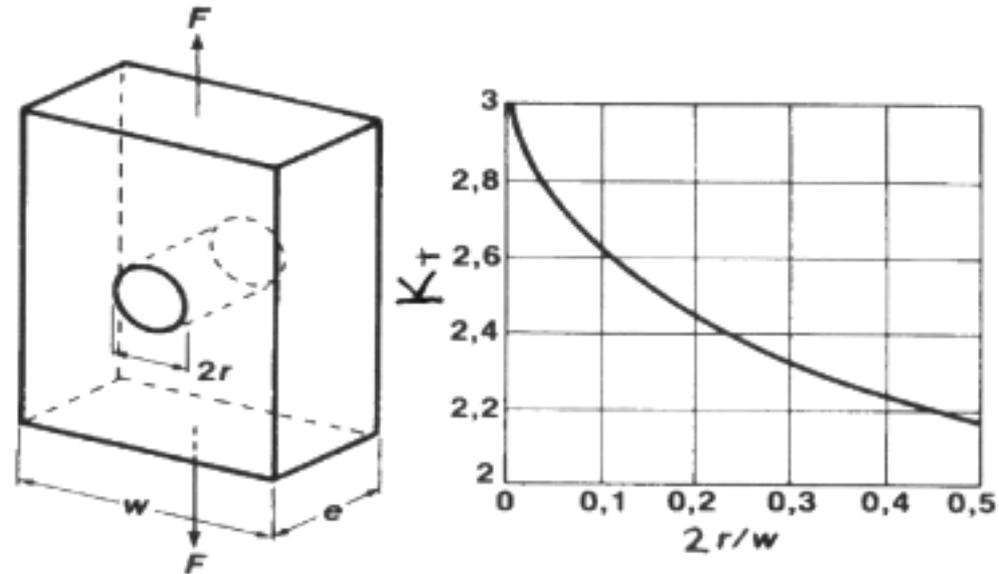


Figure 4.9

## Défauts circulaires (trous)

*Exemple*



$$F = 72 \text{ kN}$$

$$W = 250 \text{ mm}$$

$$2r = 50 \text{ mm}$$

$$e = 5 \text{ mm}$$

$$\frac{2r}{w} = 0,2 \rightarrow 2,45 = K_t$$

$$\sigma_{nom} = F / (w - 2r) e = 72 \text{ MPa}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &= \sigma_{nom} K_t \\ &= 72 \times 2,45 = 176 \text{ MPa} \end{aligned}$$