

Traction

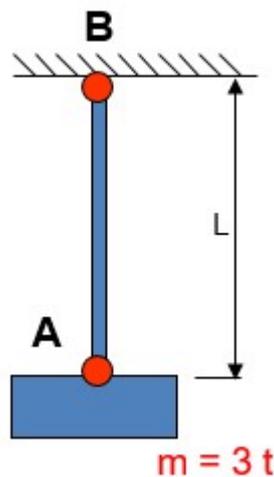
Exercice 1 :

Une masse de 3 tonnes est supporté par une barre métallique en acier ($R_e = 350 \text{ MPa}$, $s=2,5$, $E = 2.10^5 \text{ MPa}$ et $l = 3 \text{ m}$).

1/ calculer le diamètre nominal de cette barre.

2/ calculer l'allongement correspondant.

3/ si on respecte une déformation limite $\Delta l = 1,5 \text{ mm}$. Déterminer avec ces conditions le diamètre nominal.



Solution :

1/ Calcul de diamètre nominal :

$$\sigma \leq \sigma_{adm} = R_p = \frac{R_e}{s}$$

$$\text{or : } \sigma = \frac{F}{S}$$

$$\frac{F}{S} \leq \frac{R_e}{s} \Leftrightarrow \frac{4F}{\pi d^2} \leq \frac{R_e}{s}$$

$$\Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4Fs}{\pi R_e}} = \sqrt{\frac{4 \times 3 \times 1000 \times 10 \times 2,5}{\pi \times 350}}$$

$$\Rightarrow d \geq 16,51 \text{ mm}$$

2/ L'allongement correspondant :

$$\sigma = \frac{\Delta l}{l_0} E \Leftrightarrow \Delta l = \frac{F \cdot l_0}{E \cdot S}$$

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{4F \cdot l_0}{E \cdot \pi \cdot d^2}$$

$$\Rightarrow \Delta l = 2,10 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta l}{l_0} = 0,07\%$$

3/ calcul de diamètre nominal si $\Delta l = 1,5 \text{ mm}$:

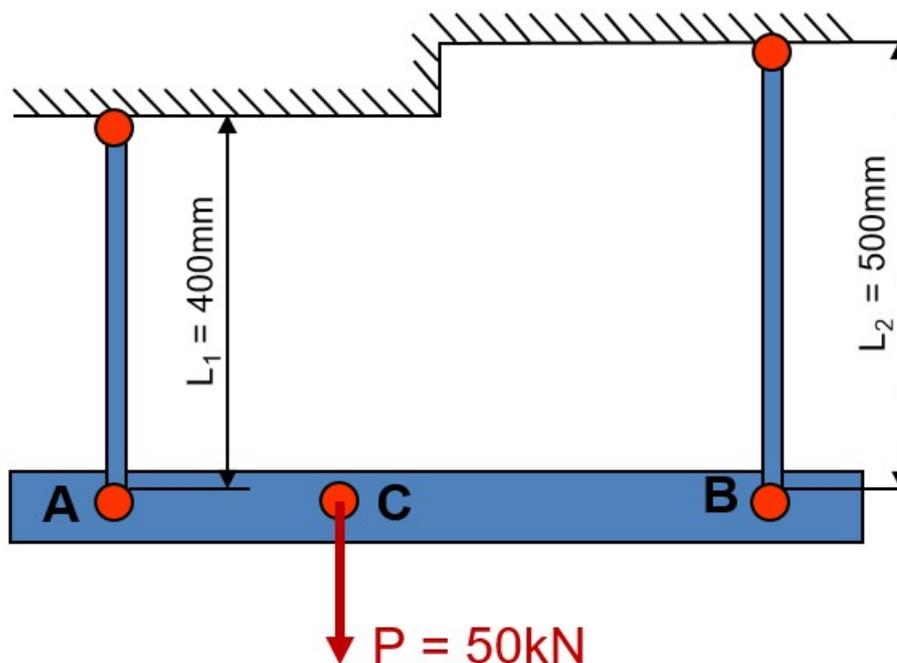
$$\sigma = \frac{\Delta l}{l_0} E \Leftrightarrow \frac{4F}{\pi \cdot d^2} = \frac{\Delta l}{l_0} E$$

$$\Rightarrow d_{nom} = \sqrt{\frac{4F \cdot l_0}{\pi \cdot \Delta l \cdot E}}$$

$$\Rightarrow d_{nom} = \text{mm}$$

Exercice 2 : Etude de cas

Une barre métallique ACB est supportée par deux câbles de même matériau ($E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$)



Données :

$S_1=300 \text{ mm}^2$, $S_2 = 300 \text{ mm}^2$ et $AC = AB/3$.

1/ Déterminer les charges qui s'applique sur les câbles au niveau de A et B.

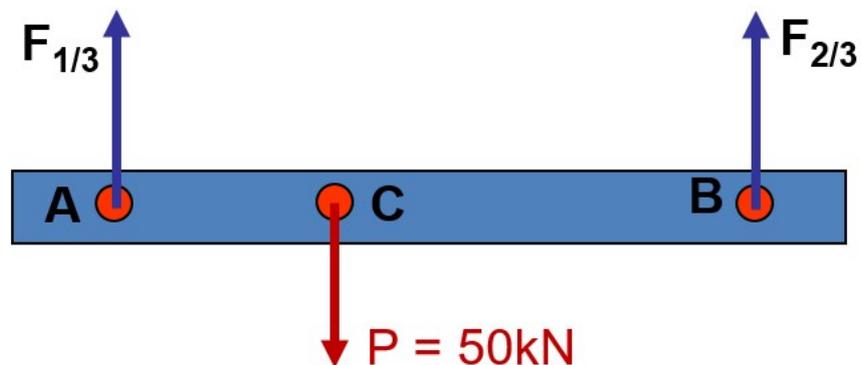
2/ Calculer les allongements Δl_1 et Δl_2 .

3/ Déterminer la nouvelle section du câble (2) pour que la barre ACB reste horizontale.

Solution :

1/ calcul des charges :

On isole la barre ACB,



$$\sum M_A(F_{ext}) = 0$$

$$\Rightarrow -P \cdot (AC) + \|\vec{F}_{2/3}\| \cdot AB = 0$$

$$\Rightarrow \|\vec{F}_{2/3}\| = P \cdot \frac{AC}{AB} = \frac{P}{3} = 16,67 \text{ kN}$$

$$\sum F_{ext} = 0$$

$$/ \vec{y} \Rightarrow \|\vec{F}_{1/3}\| + \|\vec{F}_{2/3}\| - P = 0$$

$$\Rightarrow \|\vec{F}_{1/3}\| = P - \|\vec{F}_{2/3}\| = \frac{2P}{3} = 33,34 \text{ kN}$$

La charge appliquée au point A est de 33,34 kN

La charge appliquée au point B est de 16,66 kN

2/ Calcul des allongements :

Câble 1 :

$$\sigma = \frac{\Delta l_1}{l_1} E \Leftrightarrow \Delta l_1 = \frac{F_{1/3} \cdot l_1}{E \cdot S_1}$$

$$\Rightarrow \Delta l_1 = 0,22 \text{ mm}$$

Câble 2 :

$$\sigma = \frac{\Delta l_2}{l_2} E \Leftrightarrow \Delta l_2 = \frac{F_{2/3} \cdot l_2}{E \cdot S_2}$$

$$\Rightarrow \Delta l_2 = 0,14 \text{ mm}$$

3/ la barre ACB doit rester horizontale,

$$\Delta l_1 = \Delta l_2$$

$$\Rightarrow \frac{F_{1/3} \cdot l_1}{E \cdot S_1} = \frac{F_{2/3} \cdot l_2}{E \cdot S_2}$$

$$\Rightarrow S_2 = \frac{F_{2/3} \cdot l_2 \cdot S_1}{F_{1/3} \cdot l_1}$$

$$\Rightarrow S_2 = \frac{16,66 \times 500 \times 300}{33,34 \times 400}$$

$$\Rightarrow S_2 = 187,5 \text{ mm}^2$$