

*Université Internationale de Casablanca*

*Ecole d'Ingénierie*

***COURS ET TRAVAUX DIRIGES  
D'ELECTROTECHNIQUE***

*1<sup>ère</sup> année T C Ingénierie*

**Ch I :      **Rappels sur le réseau alternatif monophasé****

Voir cours d'électrotechnique 2<sup>ème</sup> année CPI

## Résumé

### Expressions instantanées de la tension et du courant

En régime sinusoïdal :  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  et  $i = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$  ( $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$ )

→  $\varphi = 0$  dans le cas d'un récepteur résistif

→  $\varphi > 0$  dans le cas d'un récepteur inductif

→  $\varphi < 0$  dans le cas d'un récepteur capacitif

### Expressions complexes de la tension et du courant

En régime sinusoïdal :  $\bar{U} = U e^{j0} = U$  (origine des phases) et  $\bar{I} = I e^{-j\varphi}$  avec  $\varphi = \arg \bar{Z}$

### Puissance active

En régime sinusoïdal :  $P = UI \cos \varphi$  (unité : W, KW, MW, GW) (W : Watt)

### Puissance réactive

En régime sinusoïdal :  $Q = UI \sin \varphi$  (unité : VAR, KVAR, ...) (VAR : Volt Ampère Réactif)

→ Pour un récepteur résistif :  $Q = 0$

→ Pour un récepteur inductif :  $Q > 0$  (la puissance réactive est **consommée**)

→ Pour un récepteur capacitif :  $Q < 0$  (la puissance réactive est **fournie**)

### Puissance apparente

En régime sinusoïdal :  $S = UI$  (unité : VA, KVA, MVA, ...) (VA : Volt Ampère)

### Relation entre P, Q et S

$$\text{En régime sinusoïdal : } \left. \begin{array}{l} P = UI \cos \varphi \\ Q = UI \sin \varphi \\ S = UI \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S = \sqrt{P^2 + Q^2} \\ \operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P} \end{array} \right.$$

### Autres expressions de P et Q

$$P = RI^2 \text{ ou } \frac{U^2}{R} ; \quad Q = XI^2 \text{ ou } \frac{U^2}{X}$$

– Dans le cas d'une résistance R :  $P = RI^2$  ou  $\frac{U^2}{R}$  ;  $Q = 0$

– Dans le cas d'une inductance L :  $P = 0$  ;  $Q = L\omega I^2$  ou  $\frac{U^2}{L\omega}$

– Dans le cas d'une capacité C :  $P = 0$  ;  $Q = -\frac{1}{C\omega} I^2$  ou  $-C\omega U^2$

### Théorème de Boucherot

Quelque soit l'association des récepteurs, les puissances actives s'ajoutent et les puissances réactives s'ajoutent algébriquement :  $P = \sum_i P_i$  et  $Q = \sum_i Q_i$  (somme algébrique).

### Exercice d'application

1°) Une bobine de résistance  $R = 10\Omega$  et d'inductance  $L = 0,1H$  est alimentée sous une tension sinusoïdale  $u = U\sqrt{2} \sin \omega t$  de valeur efficace  $U = 220V$  et de fréquence  $f = 50Hz$ .

a- Donner l'expression de l'impédance complexe  $\bar{Z}$  de la bobine. Calculer son module et son argument.

b- Calculer la valeur efficace  $I$  du courant et le déphasage  $\varphi$  du courant sur la tension. En déduire le facteur de puissance  $\cos \varphi$  de la bobine.

c- Calculer de deux façons différentes les puissances active  $P$  et réactive  $Q$  consommées par la bobine.

2°) On branche en parallèle avec la bobine précédente un condensateur de capacité  $C = 80 \mu F$ .

a- En utilisant le théorème de Boucherot calculer les puissances active  $P'$  et réactive  $Q'$  consommées. Conclure.

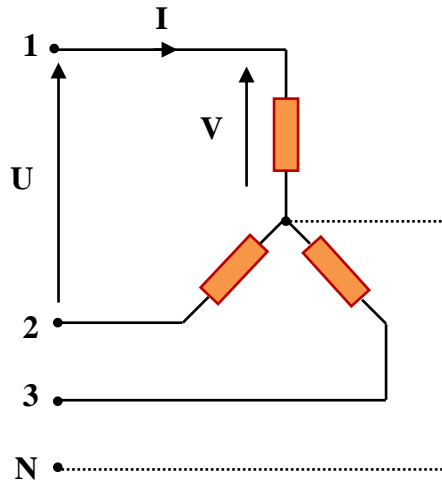
b- Calculer la valeur efficace  $I'$  du courant et le déphasage  $\varphi'$  du courant sur la tension. En déduire le nouveau facteur de puissance  $\cos \varphi'$ . Conclure.

**Ch II :      **Rappels sur le réseau triphasé équilibré****

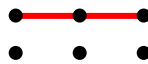
Voir cours d'électrotechnique 2<sup>ème</sup> année CPI

# Résumé

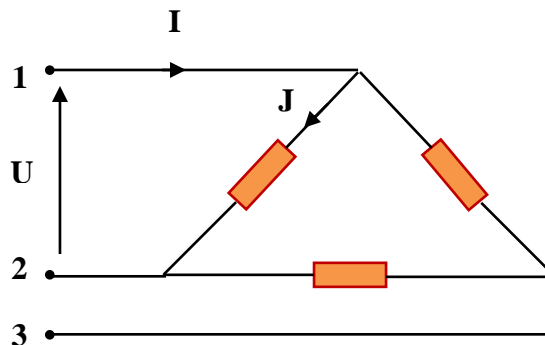
## Couplage étoile (Y)



Chaque branche du récepteur est soumise à la tension simple  $V = U/\sqrt{3}$  et traversée par le courant de ligne  $I$



## Couplage triangle ( $\Delta$ ou D)



Chaque branche du récepteur est soumise à la tension composée  $U$  et traversée par le courant de branche  $J = I/\sqrt{3}$



## Equivalence étoile – triangle

$\bar{Z}$  en triangle  $\leftrightarrow$   $\bar{Z}/3$  en étoile

$R \leftrightarrow R/3$  ;  $L \leftrightarrow L/3$  ;  $C \leftrightarrow 3C$

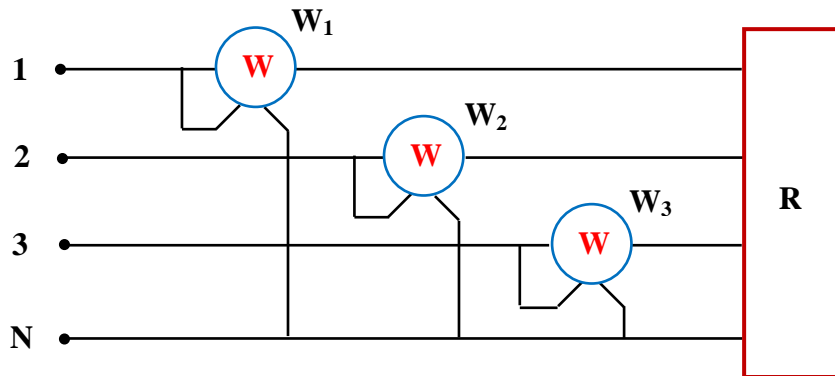
## Expressions des puissances

$$\left. \begin{array}{l} P = \sqrt{3}UI \cos \varphi \\ Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi \\ S = \sqrt{3}UI \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S = \sqrt{P^2 + Q^2} \\ \text{tg } \varphi = \frac{Q}{P} \end{array} \right.$$

Autres expressions de P et Q

$$Y : \begin{cases} P = 3RI^2 \text{ ou } 3\frac{V^2}{R} = \frac{U^2}{R} \\ Q = 3XI^2 \text{ ou } 3\frac{V^2}{X} = \frac{U^2}{X} \end{cases} \quad \Delta : \begin{cases} P = 3RJ^2 = RI^2 \text{ ou } 3\frac{U^2}{R} \\ Q = 3XJ^2 = XI^2 \text{ ou } 3\frac{U^2}{X} \end{cases}$$

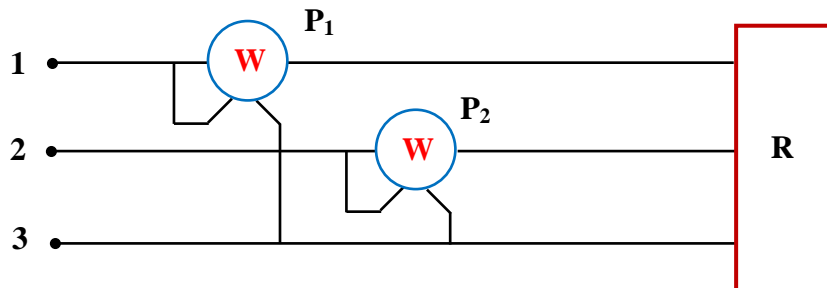
Méthode des « 3 wattmètres »



$$P = W_1 + W_2 + W_3$$

Si le système est équilibré  $W_1 = W_2 = W_3 = W$  et  $P = 3W$

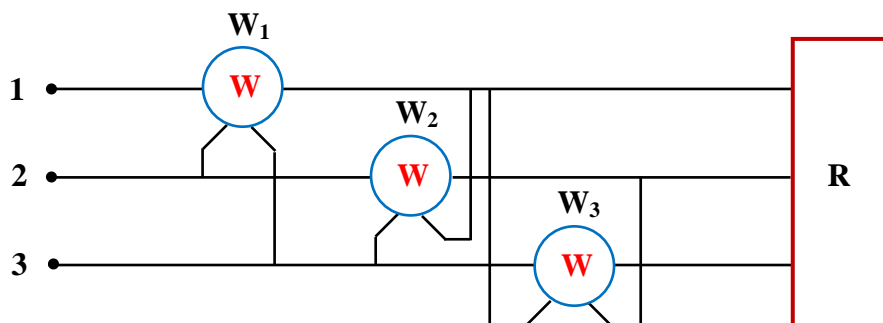
Méthode des « 2 wattmètres »



Si le système est équilibré :

$$\begin{cases} P = P_1 + P_2 \\ Q = \sqrt{3}(P_1 - P_2) \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} P_1 = UI \cos(\varphi - \pi/6) \\ P_2 = UI \cos(\varphi + \pi/6) \end{cases}$$

Méthode de « Boucherot »



$$Q = \frac{W_1 + W_2 + W_3}{\sqrt{3}}$$

Si le système est équilibré  $W_1 = W_2 = W_3 = W$  et  $Q = \sqrt{3}W$

### Amélioration du facteur de puissance d'une installation triphasée

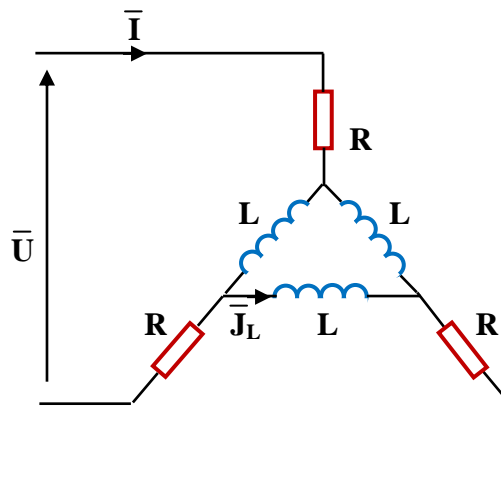
Pour améliorer le facteur de puissance d'une installation triphasée, on utilise une batterie de trois condensateurs couplés en triangle. En effet, la capacité  $C$  de chaque condensateur est 3 fois plus faible qu'en étoile, il y a donc plus d'économie et moins d'encombrement.

$$C = \frac{P(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi')}{3\omega U^2}$$

## Exercices d'application

### Exercice I

Soit un récepteur alimenté par un système de tensions triphasé équilibré de tension composée  $U=380V$  et de fréquence  $f=50Hz$ . On donne  $R=10\Omega$  et  $L=20mH$ .



- 1°) Donner le schéma équivalent en étoile du récepteur.
- 2°) Donner l'expression de l'impédance complexe  $\bar{Z}$  de chaque branche du récepteur. Calculer son module et son argument.
- 3°) Calculer les valeurs efficaces  $I$  et  $J_L$  des courants  $\bar{I}_L$  et  $\bar{J}_L$ .
- 4°) En utilisant deux méthodes différentes, calculer les puissances active  $P$  et réactive  $Q$  consommées par le récepteur.
- 5°) Calculer l'indication  $W_{1N}^1$  d'un wattmètre permettant de mesurer la puissance active par la méthode des "trois wattmètres". Donner le schéma de branchement du wattmètre.
- 6°) En utilisant deux méthodes différentes, calculer les indications  $P_1 = W_{13}^1$  et  $P_2 = W_{23}^2$  des deux wattmètres lorsqu'on fait la mesure par la méthode des "deux wattmètres". Donner le schéma de branchement des deux wattmètres.
- 7°) Calculer l'indication  $W_{23}^1$  d'un wattmètre permettant de mesurer la puissance réactive par la méthode de Boucherot. Donner le schéma de branchement du wattmètre.



**Exercice II**

Répondre aux mêmes questions avec le schéma équivalent en triangle du récepteur.

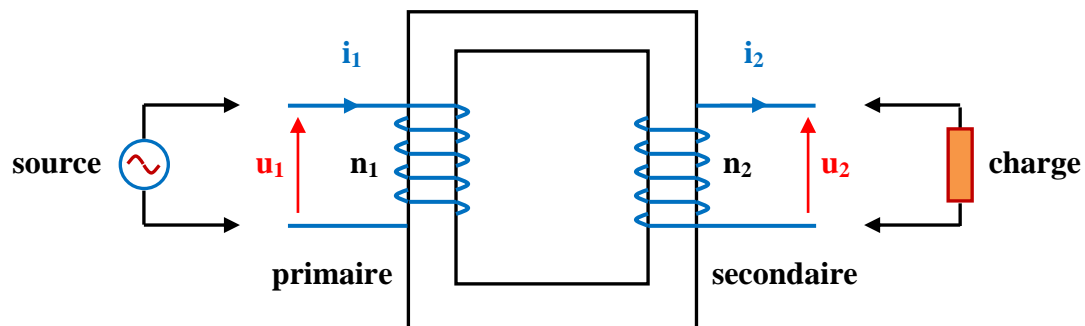
## Ch III :      **Transformateurs monophasés**

Un transformateur est une machine électrique statique qui réalise le transfert d'énergie électrique par voie électromagnétique. Il permet de transformer une tension et un courant alternatifs en une tension et un courant alternatifs de même fréquence mais de valeurs efficaces généralement différentes.

Le transformateur est utilisé à chaque fois qu'on veut modifier la présence de l'énergie électrique alternative pour la rendre plus commode à l'utilisation. C'est cette facilité de transformation qui explique l'utilisation de l'alternatif dans les réseaux de distribution.

### I- Description

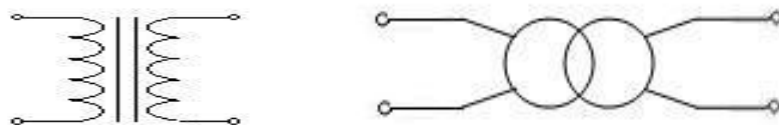
Un transformateur monophasé comporte un circuit magnétique silicié et feuilleté sur lequel sont montés deux enroulements : un enroulement relié à la source appelé « **primaire** » et un enroulement relié à la charge appelé « **secondaire** ».



- Si  $U_2 > U_1$  le transformateur est dit « élévateur ».
- Si  $U_2 < U_1$  le transformateur est dit « abaisseur ».
- Si  $U_2 = U_1$  le transformateur sert à l'isolement.

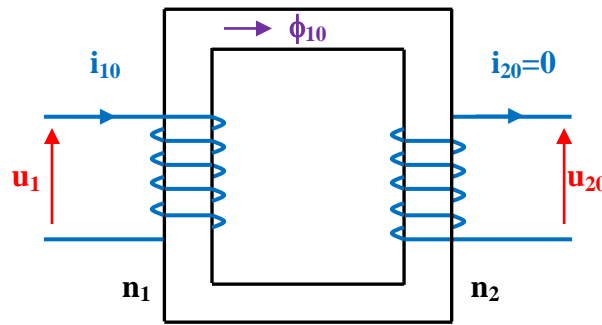
### II- Représentation

Un transformateur monophasé est représenté par les symboles suivants :



### III- Convention de signes

- On choisit un sens positif pour les lignes d'induction donc pour le flux  $\phi$ .
- On déduit d'après la règle du tire-bouchon le sens positif des courants primaire  $i_1$  et secondaire  $i_2$ .
- Le sens positif des tensions est défini en adoptant la convention « récepteur » pour le primaire et « générateur » pour le secondaire.
- les f.e.m induites dans les enroulements primaire et secondaire sont orientées respectivement dans le même sens que celui des courants  $i_1$  et  $i_2$ .

**IV- Fonctionnement à vide****1°) Equations**

$$\begin{cases} \mathbf{u}_1 = \mathbf{e}_{10} + l_1 \mathbf{d}i_{10}/\mathbf{d}t + r_1 i_{10} \\ \mathbf{u}_{20} = \mathbf{e}_{20} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{e}_{10} = n_1 \mathbf{d}\phi_{10}/\mathbf{d}t \\ \mathbf{e}_{20} = -n_2 \mathbf{d}\phi_{10}/\mathbf{d}t \end{cases}$$

$$\text{En écriture complexe :} \quad \begin{cases} \bar{\mathbf{U}}_1 = \bar{\mathbf{E}}_{10} + j l_1 \omega \bar{\mathbf{I}}_{10} + r_1 \bar{\mathbf{I}}_{10} \\ \bar{\mathbf{U}}_{20} = \bar{\mathbf{E}}_{20} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \bar{\mathbf{E}}_{10} = j n_1 \omega \bar{\phi}_{10} \\ \bar{\mathbf{E}}_{20} = -j n_2 \omega \bar{\phi}_{10} \end{cases}$$

$r_1$  et  $l_1$  sont respectivement la résistance et l'inductance de fuites de l'enroulement primaire.

$$\frac{\mathbf{e}_{20}}{\mathbf{e}_{10}} = \frac{\bar{\mathbf{E}}_{20}}{\bar{\mathbf{E}}_{10}} = -\frac{n_2}{n_1}$$

$\boxed{\mathbf{m} = \frac{n_2}{n_1}}$  : s'appelle le rapport de transformation ou rapport du transformateur.

Pour un transformateur de bonne qualité, les chutes de tension résistive  $r_1 I_{10}$  et inductive  $l_1 \omega I_{10}$  sont très faibles. Les équations précédentes deviennent alors :

$$\begin{cases} \mathbf{u}_1 \approx \mathbf{e}_{10} = n_1 \mathbf{d}\phi_{10}/\mathbf{d}t \\ \mathbf{u}_{20} = \mathbf{e}_{20} = -n_2 \mathbf{d}\phi_{10}/\mathbf{d}t \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \bar{\mathbf{U}}_1 \approx \bar{\mathbf{E}}_{10} = j n_1 \omega \bar{\phi}_{10} \\ \bar{\mathbf{U}}_{20} = \bar{\mathbf{E}}_{20} = -j n_2 \omega \bar{\phi}_{10} \end{cases}$$

$$\frac{\mathbf{u}_{20}}{\mathbf{u}_1} = \frac{\bar{\mathbf{U}}_{20}}{\bar{\mathbf{U}}_1} \approx -\frac{n_2}{n_1} = -\mathbf{m}$$

**2°) Rapport de transformation**

$$\mathbf{m} = \frac{n_2}{n_1} \approx \frac{\mathbf{U}_{20}}{\mathbf{U}_1}$$

**3°) Formules de Boucherot**

Le primaire est alimenté sous une tension sinusoïdale  $\mathbf{u}_1 = \mathbf{U}_{1m} \cos \omega t$

$$\mathbf{u}_1 \approx n_1 \mathbf{d}\phi_{10}/\mathbf{d}t \Rightarrow \phi_{10} = \phi_m \sin \omega t \quad \text{avec} \quad \phi_m \approx \mathbf{U}_{1m} / n_1 \omega = \mathbf{B}_{\max} \mathbf{S}$$

$$\Rightarrow U_{1m} \approx n_1 \omega B_{max} S \approx 2\pi n_1 f B_{max} S \Rightarrow U_1 = U_{1m} / \sqrt{2} \approx \sqrt{2} \pi n_1 f B_{max} S$$

$$\Rightarrow \boxed{U_1 \approx 4.44 n_1 f B_{max} S} \text{ et } \boxed{U_{20} \approx 4.44 n_2 f B_{max} S}$$

avec :

$f$  : fréquence

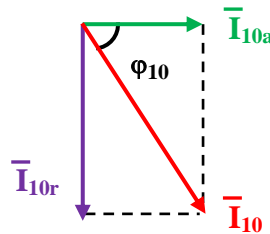
$B_{max}$  : valeur maximale de l'induction magnétique

$S$  : section du circuit magnétique

#### 4°) Courant primaire à vide

On peut décomposer le courant primaire à vide  $i_{10}$  en deux composantes : une composante active  $i_{10a}$  et une composante réactive  $i_{10r}$ .

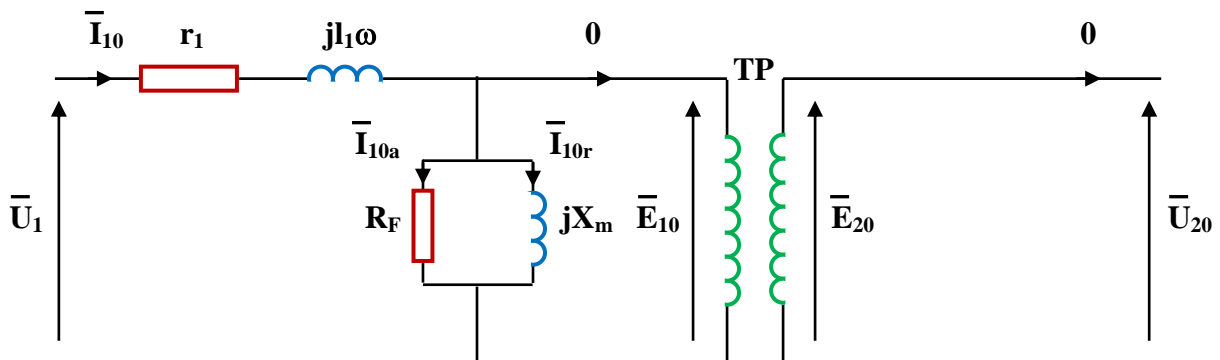
$$i_{10} = i_{10a} + i_{10r} \text{ ou } \bar{I}_{10} = \bar{I}_{10a} + \bar{I}_{10r}$$



$$\boxed{I_{10a} = I_{10} \cos \varphi_{10}}$$

$$\boxed{I_{10r} = I_{10} \sin \varphi_{10}}$$

#### 5°) Schéma équivalent



Le schéma équivalent comporte un transformateur parfait (TP) : c'est un transformateur sans chute de tension et sans pertes ( rapport :  $-m$  en valeurs complexes et  $m$  en valeurs efficaces ).

La puissance active absorbée est :  $P_{10} = U_1 I_{10} \cos \varphi_{10} = P_{fer} + r_1 I_{10}^2$ .

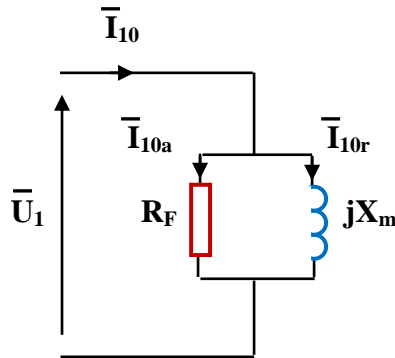
La puissance réactive absorbée est :  $Q_{10} = U_1 I_{10} \sin \varphi_{10} = Q_m + l_1 \omega I_{10}^2$ .

$P_{fer}$  : pertes fer.

$Q_m$  : puissance magnétisante.

Pour un transformateur de bonne qualité  $P_{10} \approx P_{fer}$  et  $Q_{10} \approx Q_m$ .

Le schéma équivalent se simplifie et devient alors :



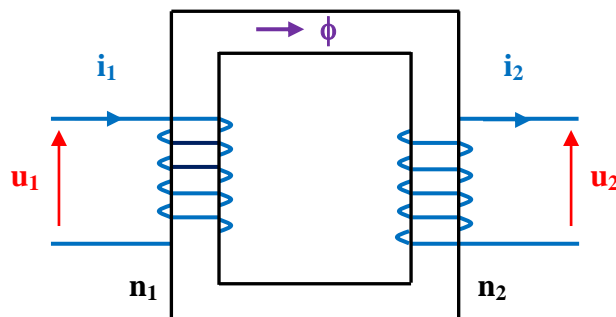
$R_F$  est appelée la résistance équivalent fer

$$R_F = \frac{U_1}{I_{10a}} = \frac{P_{10}}{I_{10a}^2} = \frac{U_1^2}{P_{10}}$$

$X_m$  est appelée la réactance magnétisante

$$X_m = \frac{U_1}{I_{10r}} = \frac{Q_{10}}{I_{10r}^2} = \frac{U_1^2}{Q_{10}}$$

**V- Fonctionnement en charge**



**1°) Equations en tension**

$$\begin{cases} u_1 = e_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} + r_1 i_1 \\ u_2 = e_2 - l_2 \frac{di_2}{dt} - r_2 i_2 \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} e_1 = n_1 \frac{d\phi}{dt} \\ e_2 = -n_2 \frac{d\phi}{dt} \end{cases}$$

En écriture complexe :

$$\begin{cases} \bar{U}_1 = \bar{E}_1 + j l_1 \omega \bar{I}_1 + r_1 \bar{I}_1 \\ \bar{U}_2 = \bar{E}_2 - j l_2 \omega \bar{I}_2 - r_2 \bar{I}_2 \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \bar{E}_1 = j n_1 \omega \bar{\phi} \\ \bar{E}_2 = -j n_2 \omega \bar{\phi} \end{cases}$$

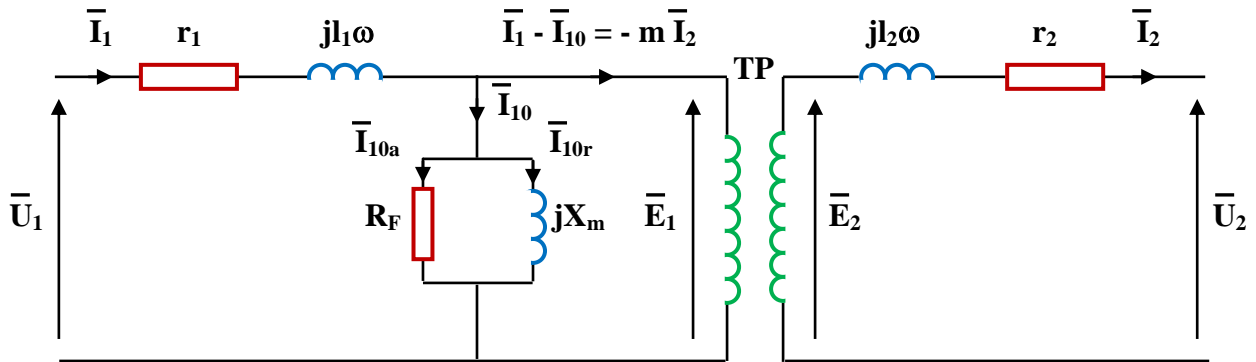
$r_2$  et  $l_2$  sont respectivement la résistance et l'inductance de fuites de l'enroulement secondaire.

**2°) Equation des ampère-tours**

Il y a conservation des ampère-tours dans un transformateur (en charge et à vide) :

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = n_1 i_{10} \text{ ou } n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2 = n_1 \bar{I}_{10}$$

3°) Schéma équivalent



**Remarque :** On peut donner également les schémas équivalents ramenés au primaire et au secondaire en respectant les transformations ci-dessous :

primaire	secondaire
tension : $\bar{U}$	tension : $-m \cdot \bar{U}$
courant : $\bar{I}$	courant : $-\left(\frac{1}{m}\right) \cdot \bar{I}$
impédance : $\bar{z}$	impédance : $m^2 \cdot \bar{z}$

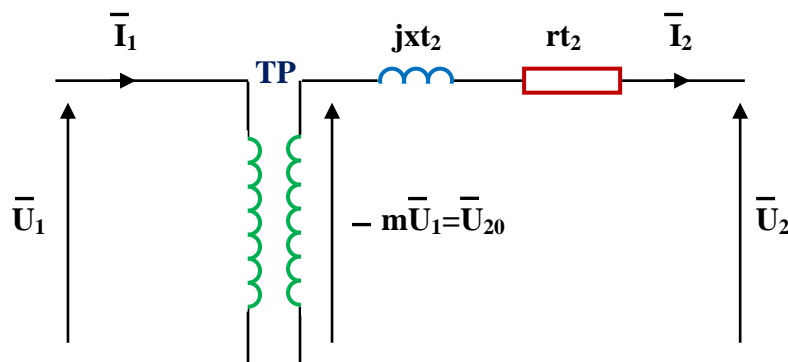
VI- Etude du transformateur dans l'approximation de Kapp

1°) Hypothèse de Kapp

L'hypothèse de Kapp consiste à négliger le courant primaire à vide devant le courant primaire en charge ( $I_{10} \ll I_1$ ). Cette hypothèse est d'autant plus justifiée qu'on est proche du régime nominal.

L'équation des ampère-tours se réduit à  $n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2 = 0$  ou  $\bar{I}_1 = -m \bar{I}_2$ .

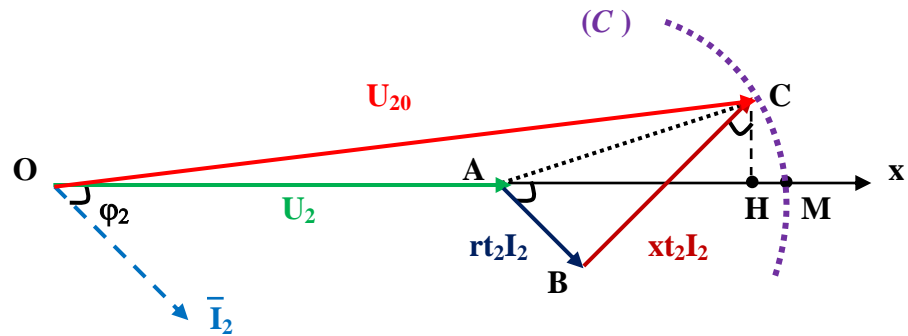
2°) Schéma équivalent ramené au secondaire



$$\bar{U}_{20} = -m \bar{U}_1 = \bar{U}_2 + (r_{t2} + j x_{t2}) \bar{I}_2$$

$r_{t2} = r_2 + m^2 r_1$  : résistance totale ramenée au secondaire.

$x_{t2} = x_2 + m^2 x_1$  : réactance totale ramenée au secondaire. ( $x_1 = l_1 \omega$  et  $x_2 = l_2 \omega$ )

3°) Diagramme vectoriel

Le triangle (ABC) s'appelle triangle des chutes de tension ou triangle de Kapp.

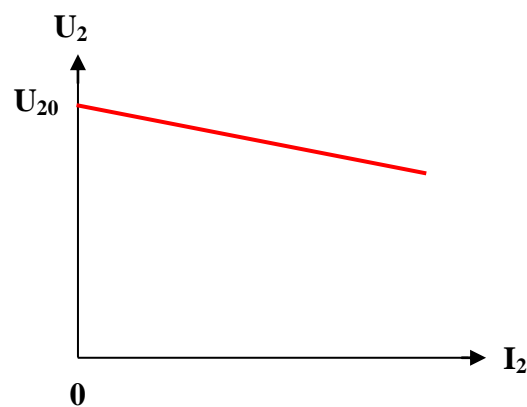
4°) Etude de la chute de tension

Par définition la chute de tension dans un transformateur est la différence des tensions secondaires à vide  $U_{20}$  et en charge  $U_2$  :  $\Delta U_2 = U_{20} - U_2 = AM$ .

M étant le point d'intersection du cercle (C) de centre O et de rayon OC avec l'axe Ox.

Pour un transformateur de bonne qualité, le triangle de Kapp (ABC) est de petites dimensions (les chutes de tension résistive  $rt_2I_2$  et inductance  $xt_2I_2$  sont faibles devant  $U_2$  et  $U_{20}$ ), et on peut confondre le point M avec le point H projection du point C sur l'axe Ox.

$$\Delta U_2 = (rt_2 \cos \varphi_2 + xt_2 \sin \varphi_2) I_2 \Rightarrow U_2 = U_{20} - (rt_2 \cos \varphi_2 + xt_2 \sin \varphi_2) I_2$$



**Remarque :**

- Dans le cas d'une charge résistive  $\varphi_2 = 0$
- Dans le cas d'une charge inductive  $\varphi_2 > 0$
- Dans le cas d'une charge capacitive  $\varphi_2 < 0$

5°) Etude du rendement

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{fer} + P_{cu}} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_2 I_2 \cos \varphi_2 + P_{fer} + P_{cu}}$$

$$\begin{cases} P_{fer} = kU_1^2 \quad (k = \text{cte}) \\ P_{cu} = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 = rt_2 I_2^2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_2 I_2 \cos \varphi_2 + P_{fer} + rt_2 I_2^2}}$$

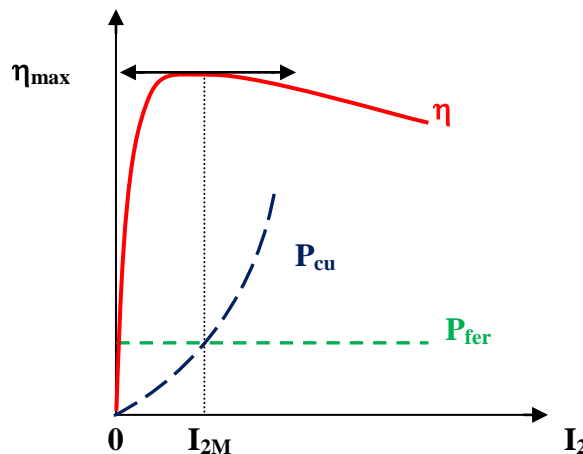
Si l'on suppose  $U_2$  et  $\varphi_2$  constants, le rendement  $\eta = \frac{U_2 \cos \varphi_2}{U_2 \cos \varphi_2 + \frac{P_{fer}}{I_2} + r_{t2} I_2}$  passe par son

maximum pour  $I_2 = I_{2M}$  qui rend minimale la somme  $\frac{P_{fer}}{I_2} + r_{t2} I_2$ , soit  $\frac{P_{fer}}{I_{2M}} = r_{t2} I_{2M}$  c-à-d

$$I_{2M} = \sqrt{\frac{P_{fer}}{r_{t2}}} \quad (P_{fer} = r_{t2} I_{2M}^2 = P_{cu}).$$

De même, si l'on suppose  $U_2$  et  $I_2$  constants, le rendement  $\eta = \frac{U_2 I_2}{U_2 I_2 + \frac{P_{fer} + r_{t2} I_2^2}{\cos \varphi_2}}$  passe par son

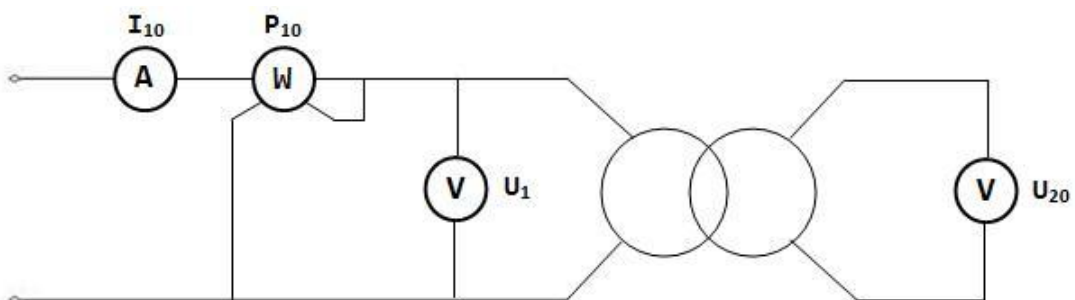
maximum pour une valeur de  $\cos \varphi_2$  qui rend minimale la somme  $\frac{P_{fer} + r_{t2} I_2^2}{\cos \varphi_2}$ , soit  $\cos \varphi_2 = 1$  (charge résistive).



## VII- Prédétermination des caractéristiques en charge d'un transformateur

Afin de prédéterminer ou vérifier expérimentalement les caractéristiques en charge d'un transformateur, on peut procéder de deux façons différentes : soit directement à partir d'essais en charge, méthode lourde et coûteuse ; soit à partir d'essais à puissance utile nulle, méthode généralement adoptée. Cette dernière méthode consiste à faire deux essais : un essai à vide et un essai en court-circuit.

### 1°) Essai à vide



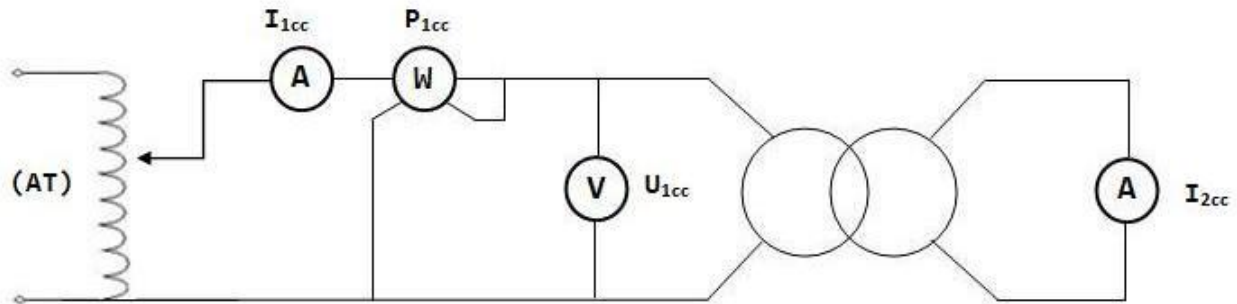


Le courant  $I_{10}$  est faible ( $\approx 1$  à  $5\%$  de  $I_1$  nominal)

Le rapport de transformation est :  $m = \frac{U_{20}}{U_1}$

$$P_{10} = P_{fer} + r_1 I_{10}^2 \approx P_{fer}$$

2°) Essai en Court-circuit



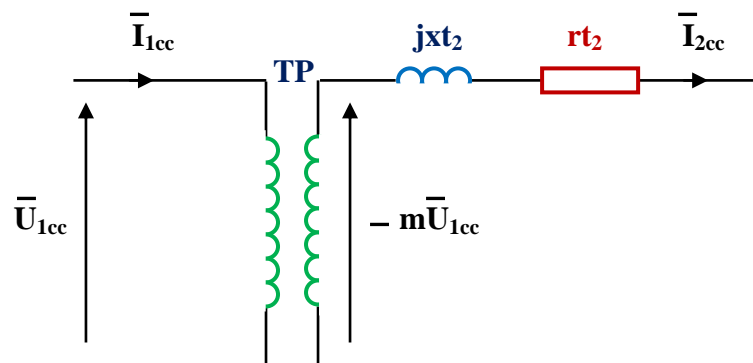
A l'aide de l'autotransformateur (AT), on alimente le transformateur à tension faible  $U_{1cc}$  jusqu'à ce que  $I_{2cc}$  soit égal à  $I_{2n}$  si c'est possible (essai en CC normalisé).

Pour un essai normalisé  $U_{1cc} \approx 1$  à  $5\%$  de  $U_{1n}$ .

Les pertes fer, variant comme le carré de la tension primaire, sont donc négligeables.

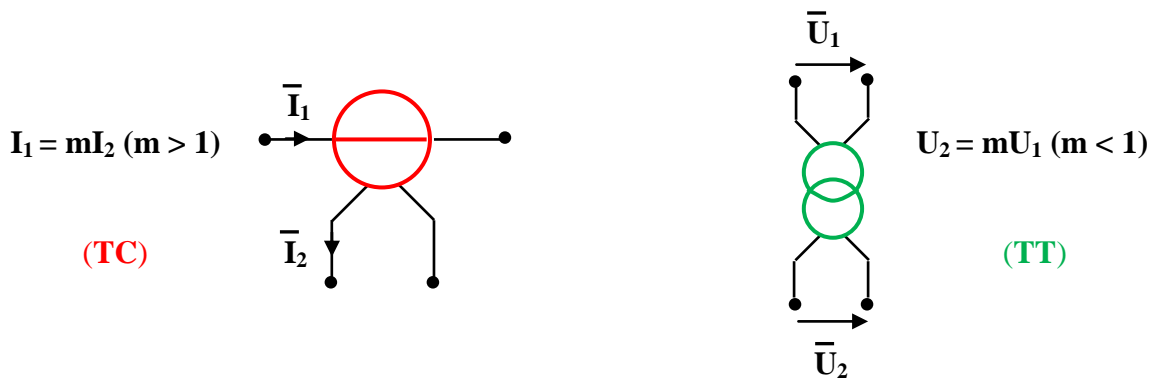
$$P_{1cc} = P_{cu\ cc} = r t_2 I_{2cc}^2 \Rightarrow r t_2 = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}$$

En CC, le schéma équivalent ramené au secondaire devient :



$$-m\bar{U}_{1cc} = (r t_2 + j x t_2) \bar{I}_{2cc} \Rightarrow m^2 U_{1cc}^2 = (r t_2^2 + x t_2^2) I_{2cc}^2 \Rightarrow x t_2 = \sqrt{\frac{m^2 U_{1cc}^2}{I_{2cc}^2} - r t_2^2}$$

- Remarque :**
- Si les courants dépassent les calibres des appareils de mesure, on passe par un transformateur de courant (TC).
  - Si les tensions dépassent les calibres des appareils de mesure, on passe par un transformateur de tension (TT).



Connaissant la charge ( $\bar{I}_2$  et  $\cos \varphi_2$ ) et en utilisant les résultats de ces deux essais ( $\bar{U}_{20}$ ,  $P_{fer}$ ,  $r_{t2}$  et  $x_{t2}$ ), on peut prédéterminer les caractéristiques en charge du transformateur ( $\bar{U}_2 = f(\bar{I}_2)$  et  $\eta = f(\bar{I}_2)$ ) (voir TP).

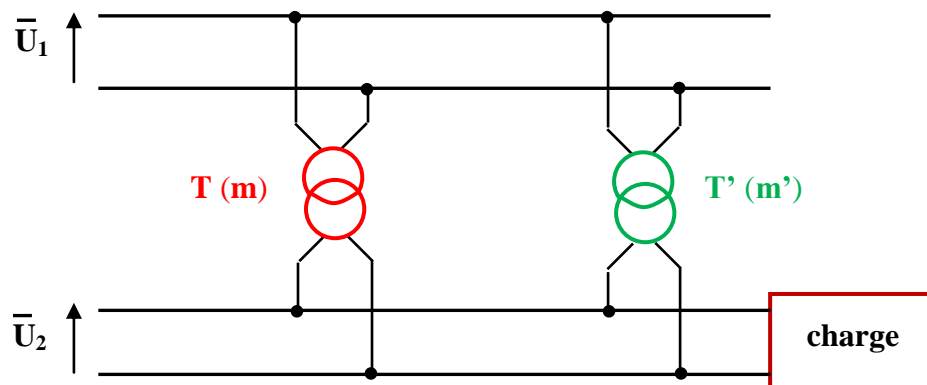
### VIII- Grandeurs nominales

Ce sont les valeurs données par le constructeur au-delà des quelles le bon fonctionnement n'est plus garanti (la durée de vie diminue).

La plaque signalétique d'un transformateur indique les valeurs nominales de la tension primaire  $U_{1n}$ , de la tension secondaire  $U_{2n}$ , de la fréquence  $f$  et de la puissance apparente secondaire  $S_{2n}$ . Le courant secondaire est  $I_{2n} = S_{2n} / U_{2n}$ .

### IX- Mise en parallèle de deux transformateurs

Lorsque deux transformateurs  $T$  et  $T'$  ont leurs primaires alimentés par le même réseau et leurs secondaires débitant dans la même charge, ils sont dits branchés en parallèle.



Les conditions de mise en parallèle de deux transformateurs monophasés sont :

- même rapport de transformation ( $m' = m$ ) ;
- même tension de court-circuit ( $U_{1cc} = U'_{1cc}$ ).

Cette deuxième condition, assez facile à avoir avec des transformateurs de même puissance, est assez difficile à avoir avec des transformateurs de puissances différentes. Aussi il est déconseillé de mettre en parallèle deux transformateurs lorsque la puissance de l'un est supérieure à 2 fois celle de l'autre.

## Résumé

### Rapport de transformation

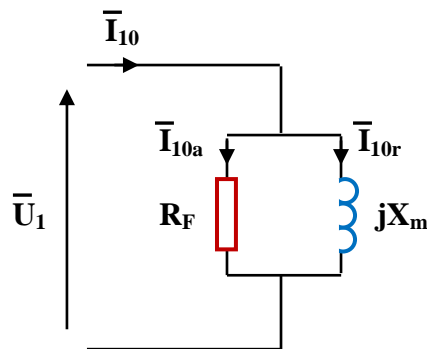
$$m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{U_{20}}{U_1}$$

### Formules de Boucherot

$$U_1 = 4.44 n_1 f B_{\max} S \quad \text{et} \quad U_{20} = 4.44 n_2 f B_{\max} S$$

S : section droite du circuit magnétique.

### Schéma équivalent simplifié à vide



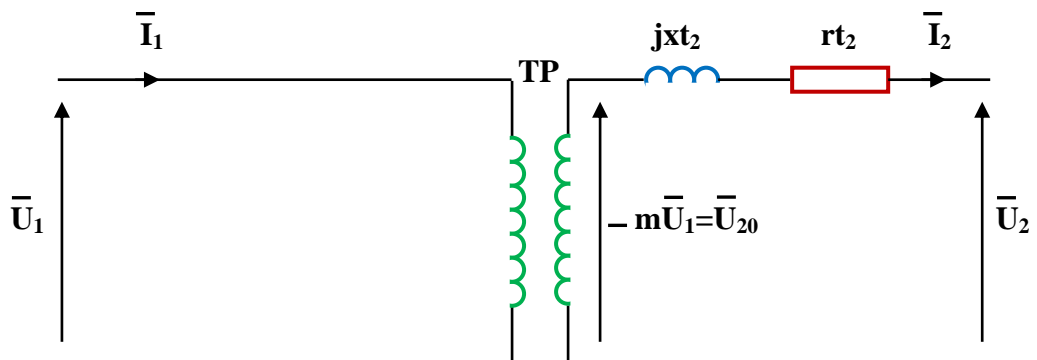
$I_{10a}$  : composante active du courant à vide  $I_{10}$ .  $I_{10a} = I_{10} \cos \varphi_{10}$

$I_{10r}$  : composante réactive du courant à vide  $I_{10}$ .  $I_{10r} = I_{10} \sin \varphi_{10}$

$R_F$  : résistance équivalent fer.  $R_F = \frac{U_1}{I_{10a}} = \frac{P_{10}}{I_{10a}^2} = \frac{U_1^2}{P_{10}}$

$X_m$  : réactance magnétisante.  $X_m = \frac{U_1}{I_{10r}} = \frac{Q_{10}}{I_{10r}^2} = \frac{U_1^2}{Q_{10}}$

### Schéma équivalent simplifié ramené au secondaire en charge



### Chute de tension

$$\Delta U_2 = U_{20} - U_2 = (r_{t2} \cos \varphi_2 + x_{t2} \sin \varphi_2) I_2 \Rightarrow U_2 = U_{20} - (r_{t2} \cos \varphi_2 + x_{t2} \sin \varphi_2) I_2$$

Rendement

$$\eta = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_2 I_2 \cos \varphi_2 + P_{\text{fer}} + r_{t2} I_2^2}$$

Le rendement passe par son maximum pour  $I_{2M} = \sqrt{\frac{P_{\text{fer}}}{r_{t2}}}$  ( $P_{\text{fer}} = r_{t2} I_{2M}^2 = P_{\text{cu}}$ ).

Le rendement est maximal pour  $\cos \varphi_2 = 1$  (charge résistive).

Prédétermination des caractéristiques en charge d'un transformateur

On effectue 2 essais : un essai à vide et un essai en court-circuit

• Essai à vide : Le courant  $I_{10}$  est faible ;  $m = U_{20} / U_1$  ;  $P_{10} \approx P_{\text{fer}}$

• Essai en CC : La tension  $U_{1cc}$  est faible ;  $r_{t2} = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}$  ;  $x_{t2} = \sqrt{\frac{m^2 U_{1cc}^2}{I_{2cc}^2} - r_{t2}^2}$

Grandeurs nominales

La plaque signalétique d'un transformateur indique les valeurs nominales de la tension primaire  $U_{1n}$ , de la tension secondaire  $U_{2n}$ , de la fréquence  $f$  et de la puissance apparente secondaire  $S_{2n}$ .

Le courant secondaire nominal est  $I_{2n} = S_{2n} / U_{2n}$ .

Conditions de mise en parallèle de deux transformateurs

- même rapport de transformation ( $m' = m$ )
- même tension de court-circuit ( $U_{1cc} = U'_{1cc}$ )

Exercices d'applicationExercice I

On veut construire un transformateur monophasé ayant les caractéristiques nominales suivantes :

- puissance apparente  $S_2 = 1,5 \text{ KVA}$  ;
- tension primaire  $U_1 = 220 \text{ V}$  ;
- tension secondaire  $U_2 = 24 \text{ V}$  ;
- fréquence  $f = 50 \text{ Hz}$  ;
- chute de tension  $\Delta U_2 = 2 \text{ V}$  ;
- facteur de puissance  $\cos \varphi_2 = 1$  .

On dispose d'un circuit magnétique de section  $S = 25 \text{ cm}^2$  et on désire le faire travailler avec une induction maximale  $B_{\text{max}} = 0,9 \text{ T}$ .

1°) Calculer l'intensité nominale  $I_{2n}$  du courant secondaire.

2°) Calculer la tension secondaire à vide  $U_{20}$ .

3°) Calculer le rapport  $m$  du transformateur.

4°) Calculer les nombres de spires  $n_1$  au primaire et  $n_2$  au secondaire. Retrouver le résultat de la question précédente.

5°) Calculer la résistance totale  $r_{t2}$  ramenée au secondaire et les pertes cuivre nominales.

6°) Calculer le rendement nominal sachant que les pertes fer nominales sont évaluées à 120W.

### Exercice II

On dispose d'un transformateur monophasé de distribution 120KVA - 15000/220V - 50Hz.

Dans un essai à vide sous tension primaire nominale, on a relevé :  $U_{20} = 228V$  ;  $I_{10} = 0,5A$  ;  $P_{10} = 600W$ .

Un essai en court-circuit sous tension réduite a donné :  $U_{1CC} = 485V$  ;  $I_{2CC} = 520A$  ;  $P_{1CC} = 3100W$ .

L'induction maximale est  $B_{max} = 1,15 T$  et la section droite du circuit magnétique est  $S = 160cm^2$ .

1°) Calculer le rapport de transformation  $m$ .

2°) Déterminer le nombre de spires  $n_1$  au primaire et  $n_2$  au secondaire.

3°) Donner le schéma équivalent simplifié du transformateur à vide. Calculer le facteur de puissance  $\cos \varphi_{10}$ , la puissance magnétisante  $Q_{10}$ , la résistance équivalente fer  $R_{fer}$  et la réactance magnétisante  $X_m$ .

4°) Donner le schéma équivalent du transformateur en charge ramené au secondaire dans l'hypothèse de Kapp. Calculer la résistance totale  $r_{t2}$  et la réactance totale  $x_{t2}$  ramenées au secondaire.

5°) Calculer le courant nominal secondaire  $I_{2n}$ .

6°) Calculer pour le courant secondaire nominal, la tension  $U_2$  aux bornes d'un récepteur de facteur de puissance successivement égal à : 1 ; 0,8 inductif ; 0,8 capacitif.

7°) Evaluer le facteur de puissance nominal de ce transformateur.

8°) Pour quel courant secondaire le rendement est-il maximum ?

9°) Pour quel type de charge le rendement est-il maximum ?

10°) Calculer le rendement nominal et le comparer au maximum de rendement que peut avoir le transformateur.

### Exercice III

Un transformateur monophasé possède les caractéristiques suivantes :  $U_1 = 110V$  ;  $m = 2$  ;  $f = 50Hz$ .

On a mesuré les pertes fer à vide sous 110V et on a trouvé 100W.

L'essai en court-circuit a donné :  $U_{1CC} = 7V$  ;  $I_{2CC} = 7,5A$  ;  $P_{1CC} = 95W$ .

1°) Calculer la résistance totale  $r_{t2}$  et la réactance totale  $x_{t2}$  ramenées au secondaire.

2°) Calculer la tension secondaire et le rendement, quand la tension primaire est 110 V dans les deux cas suivants :

**a-** la charge inductive, de facteur de puissance  $\cos \varphi_2 = 0,8$ , absorbe un courant  $I_2 = 7A$ ;

**b-** la charge consomme 1,3KW et 755VAR.

## Ch IV :      **Transformateurs triphasés**

### I- Introduction

L'énergie électrique est produite dans les centrales par des générateurs appelés alternateurs : ce sont des machines tournantes triphasées, très puissantes, entraînées par des turbines hydrauliques (centrales hydrauliques), à vapeur (centrales thermiques et nucléaires) ou éoliennes (centrales éoliennes).

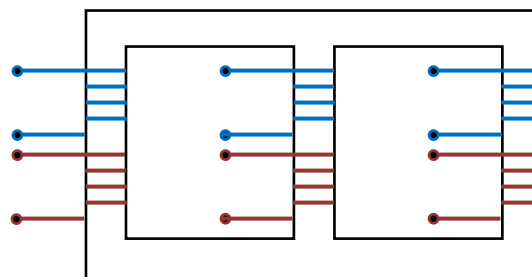
La tension délivrée par ces alternateurs est de l'ordre de 10 à 20KV : c'est une valeur insuffisante pour assurer le transport de l'énergie électrique avec un bon rendement. Il faut donc l'élever au départ des centrales à l'aide des transformateurs triphasés. (La tension adoptée est de 400KV ou 225KV).

Mais l'énergie électrique ne peut être, pour des raisons de sécurité en particulier, distribuée en T.H.T aux utilisateurs. A l'aide des transformateurs triphasés, la tension est abaissée par étapes : 60KV (H.T), 20KV (M.T) et enfin 380V (B.T).

En conclusion, les transformateurs triphasés (élévateurs ou surtout abaisseurs de tension) sont très utilisés dans le transport et la distribution de l'énergie électrique.

### II- Description

Les transformateurs les plus répandus dans l'industrie sont constitués d'un circuit magnétique comportant 3 colonnes bobinées (noyaux).



Chaque noyau comporte un enroulement H.T dont les extrémités sont repérées par des lettres majuscules et un enroulement B.T dont les extrémités sont repérées par des lettres minuscules.

### III- Fonctionnement en régime équilibré

En régime équilibré, chaque noyau avec ses enroulements primaire et secondaire, fonctionne indépendamment des autres, comme un transformateur monophasé. Ainsi, toute la théorie du transformateur monophasé s'applique au transformateur triphasé quels que soient les couplages des enroulements primaires et secondaires.

### IV- Caractéristiques des transformateurs triphasés

#### 1°) Grandeurs nominales

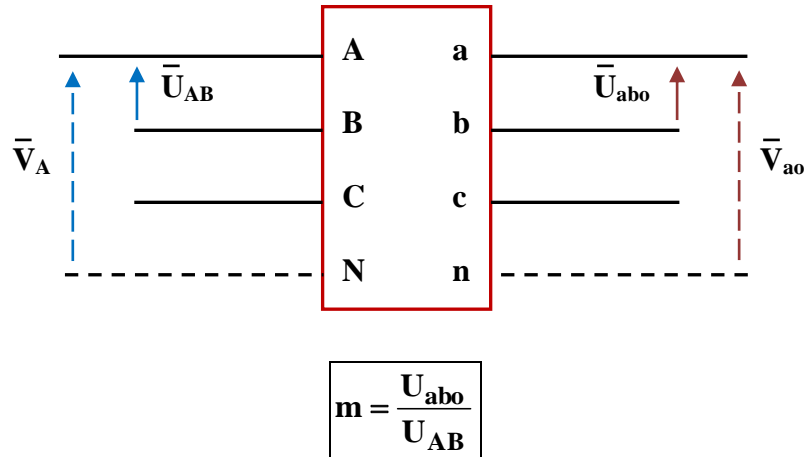
La plaque signalétique d'un transformateur triphasé indique les valeurs nominales :

- de la tension primaire  $U_{1n}$  entre phases ;
- de la tension secondaire  $U_{2n}$  entre phases ;
- de la puissance apparente secondaire  $S_{2n}$  ( $S_{2n} = \sqrt{3}U_{2n}I_{2n}$ ) ;
- de la fréquence  $f$ .

2°) Notations industrielles

- Le couplage **étoile** est désigné par **Y** ou **y**
- Le couplage **triangle** est désigné par **D** ou **d**
- Les bornes sont désignées par **A, B, C, N** pour la **H.T** et **a, b, c, n** pour la **B.T**
- Si le neutre est sorti, les lettres **Y** ou **y** indiquant le couplage, sont affectées de l'indice **n**.

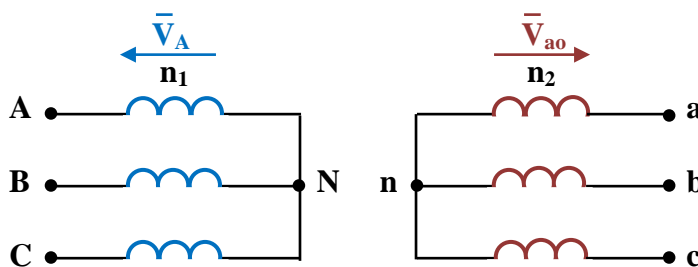
3°) Rapport de transformation



Ce rapport **m** prend, en fonction du rapport des nombres de spires  $n_2/n_1$ , des valeurs différentes selon les couplages des primaires et des secondaires :

Couplage	Y y	D d	Y d	D y
<b>m</b>	$\frac{n_2}{n_1}$	$\frac{n_2}{n_1}$	$\frac{n_2}{\sqrt{3} n_1}$	$\frac{\sqrt{3} n_2}{n_1}$

a- Couplage Yy.

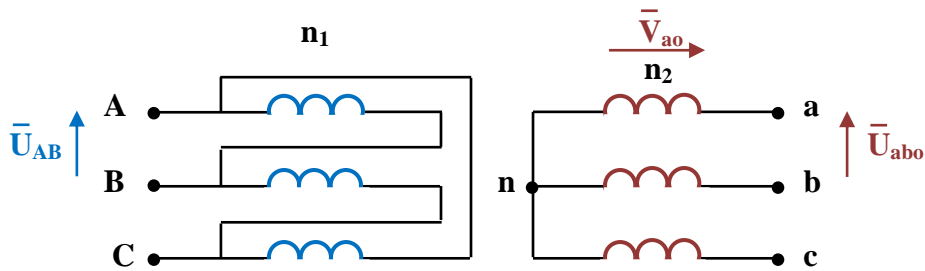


D'après les formules de Boucherot :

$$V_{ao} = 4,44n_2 f B_{\max} S \Rightarrow U_{abc} = \sqrt{3} 4,44n_2 f B_{\max} S$$

$$V_A = 4,44n_1 f B_{\max} S \Rightarrow U_A = \sqrt{3} 4,44n_1 f B_{\max} S$$

$$\Rightarrow m = \frac{U_{abc}}{U_{AB}} = \frac{n_2}{n_1}$$

b- Couplage Dy

D'après les formules de Boucherot :

$$V_{ao} = 4,44n_2 f B_{\max} S \Rightarrow U_{abo} = \sqrt{3} 4,44n_2 f B_{\max} S$$

$$U_{AB} = 4,44n_1 f B_{\max} S$$

$$\Rightarrow m = \frac{U_{abo}}{U_{AB}} = \frac{\sqrt{3} n_2}{n_1}$$

6°) Chute de tension et rendement (secondaire couplé en Y)

$$\Delta V_2 = (r_{t2} \cos \varphi_2 + x_{t2} \sin \varphi_2) I_2 \Rightarrow \Delta U_2 = \sqrt{3} (r_{t2} \cos \varphi_2 + x_{t2} \sin \varphi_2) I_2$$

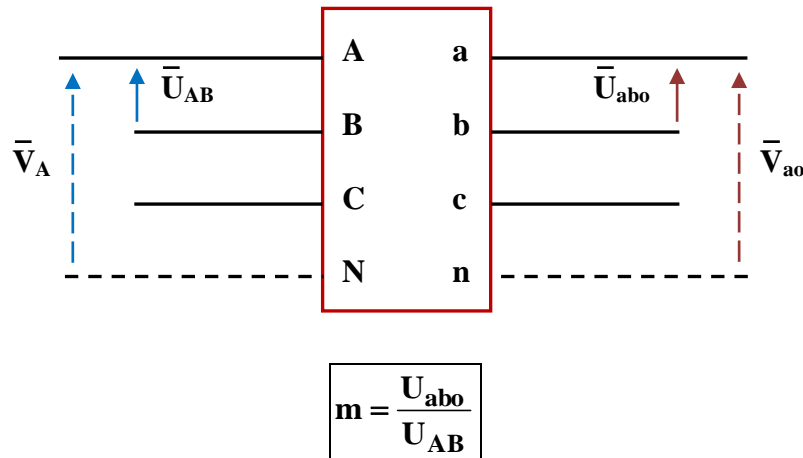
$$\eta = \frac{\sqrt{3} U_2 I_2 \cos \varphi_2}{\sqrt{3} U_2 I_2 \cos \varphi_2 + P_{fer} + 3r_{t2} I_2^2}$$

$$\text{avec : } r_{t2} = \frac{P_{1cc}}{3I_{2cc}^2} \text{ et } x_{t2} = \sqrt{\frac{m^2 U_{1cc}^2}{3I_{2cc}^2} - r_{t2}^2}$$



## Résumé

### Rapport de transformation



### Grandeurs nominales

La plaque signalétique d'un transformateur indique les valeurs nominales de la tension primaire  $U_{1n}$ , de la tension secondaire  $U_{2n}$ , de la fréquence  $f$  et de la puissance apparente secondaire  $S_{2n}$ .

Le courant secondaire nominal est  $I_{2n} = \frac{S_{2n}}{\sqrt{3}U_{2n}}$

### Chute de tension et rendement (secondaire couplé en Y)

$$\Delta V_2 = (r t_2 \cos \varphi_2 + x t_2 \sin \varphi_2) I_2 \Rightarrow \Delta U_2 = \sqrt{3} (r t_2 \cos \varphi_2 + x t_2 \sin \varphi_2) I_2$$

$$\eta = \frac{\sqrt{3} U_2 I_2 \cos \varphi_2}{\sqrt{3} U_2 I_2 \cos \varphi_2 + P_{fer} + 3 r t_2 I_2^2}$$

$$\text{avec : } r t_2 = \frac{P_{1cc}}{3 I_{2cc}^2} \text{ et } x t_2 = \sqrt{\frac{m^2 U_{1cc}^2}{3 I_{2cc}^2} - r t_2^2}$$

## Exercices d'application

### Exercice I

Un transformateur triphasé porte les indications suivantes :

250 KVA – 20KV/380V - 50Hz - couplage  $Dy_n$

Lors d'un essai à vide sous tension primaire nominale, on a relevé une tension secondaire entre phases  $U_{20} = 400V$  et  $P_{10} = 2KW$ .

Un essai en court-circuit a donné  $I_{2CC} = 250A$  et  $P_{1CC} = 2,4KW$ .

1°) Calculer le rapport de transformation  $m$ .

- 2°) Calculer le nombre de spires  $n_2$  de chaque enroulement secondaire sachant que le nombre de spires de chaque enroulement primaire est  $n_1 = 3300$ .
- 3°) En utilisant les résultats de l'essai en court-circuit, calculer  $r_{t2}$ .
- 4°) Calculer le courant nominal secondaire  $I_{2n}$ .
- 5°) Le transformateur alimente une charge triphasée résistive absorbant la moitié du courant nominal.
  - a- Calculer la tension secondaire  $U_2$  entre phases.
  - b- Calculer le rendement  $\eta$  du transformateur.

## Exercice II

La plaque signalétique d'un transformateur triphasé  $Yy_n$  porte les indications suivantes :

100KVA - 5,5KV/380V - 50Hz

Dans un essai à vide sous  $U_1 = 5500V$ , on a relevé :  $U_{20} = 400V$ ,  $P_{10} = 750W$  et  $Q_{10} = 9600VAR$ .

Un essai en court-circuit sous  $U_{1CC} = 220V$ , a donné  $I_{2CC} = 110A$  et  $P_{1CC} = 1500W$ .

Le circuit magnétique a pour section droite  $S = 280cm^2$  et l'induction maximale est  $B_{max} = 1,2T$ .

- 1°) Calculer le rapport de transformation  $m$ .
- 2°) En utilisant les formules de Boucherot, calculer les nombres de spires  $n_1$  de chaque enroulement primaire et  $n_2$  de chaque enroulement secondaire. Retrouver  $m$ .
- 3°) Donner le schéma équivalent simplifié par du transformateur à vide. Calculer la résistance équivalente fer  $R_F$  et la réactance magnétisante  $X_m$ .
- 4°) En utilisant les résultats de l'essai en court-circuit, calculer  $r_{t2}$  et  $x_{t2}$ .
- 5°) Calculer le courant nominal  $I_{2n}$ .
- 6°) Le transformateur alimente une charge triphasée inductive de facteur de puissance  $\cos \varphi_2 = 0,8$  absorbant le courant nominal.
  - a- Calculer la tension secondaire  $U_2$  entre phases.
  - b- Calculer le rendement  $\eta$  du transformateur.