



Cours

ELECTRONIQUE

Circuits électroniques à base de l'amplificateur opérationnel

email : [nasser_baghdad @ yahoo.fr](mailto:nasser_baghdad@yahoo.fr)

Contenu du programme

Chapitre I : Généralités sur l'amplificateur opérationnel

Chapitre II : Montages à régime linéaire indépendants de la fréquence

Chapitre III : Montages à régime linéaire dépendants de la fréquence

Chapitre IV : Montages à régime non linéaire

Chapitre V : Oscillateurs sinusoïdaux

Chapitre VI : Multivibrateurs

Chapitre VII : Convertisseurs A/N et NA



Chapitre III

Montages à régime linéaire dépendants de la fréquence

Fonction filtrage

I. Généralités sur les filtres

II. Filtre passe bas de 1^{er} ordre

III. Filtre passe haut de 1^{er} ordre

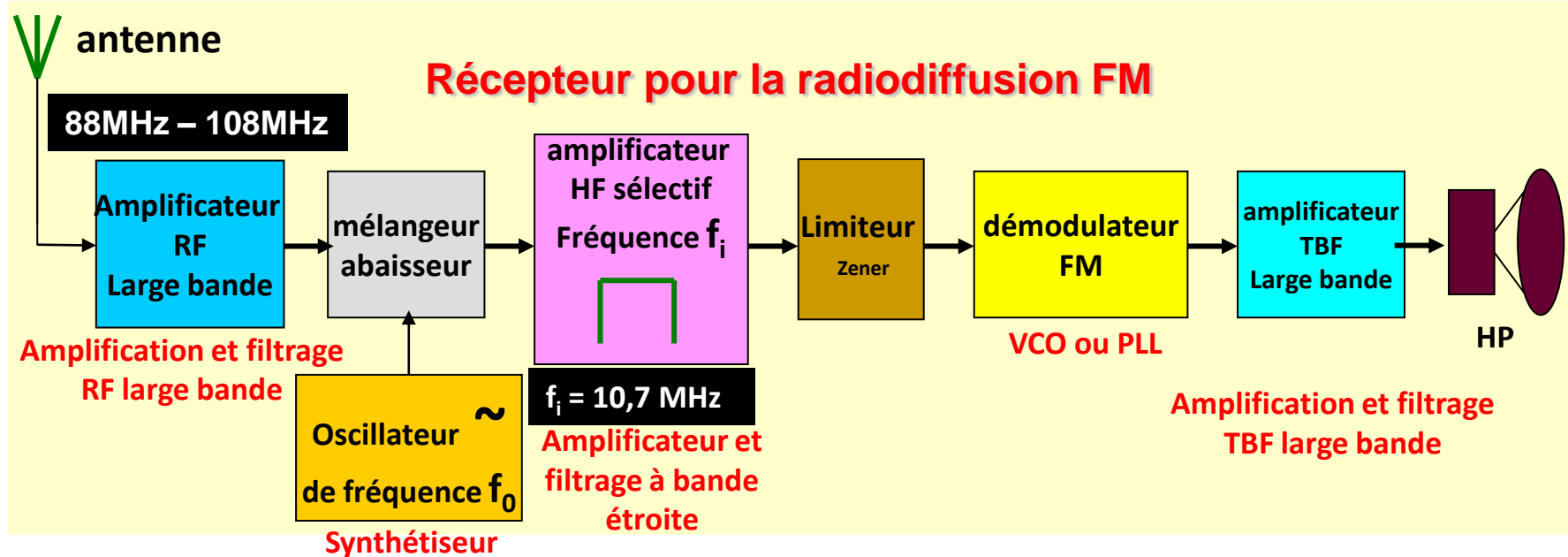
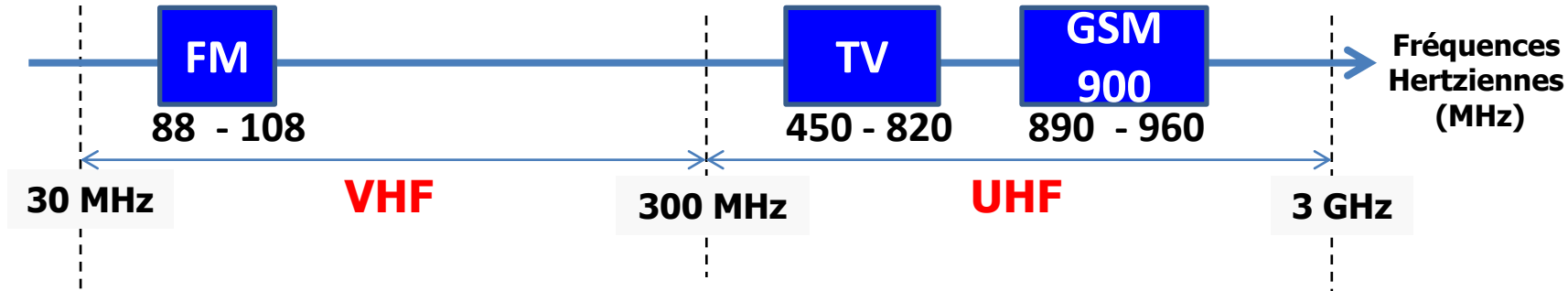
IV. Filtre actif passe tout (ou déphaseur)

V. Filtre passe bande

VI. Filtre coupe bande

I. Généralités sur les filtres

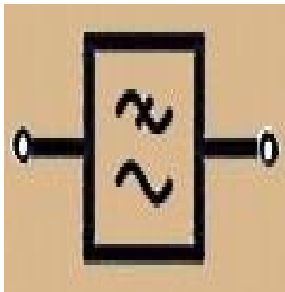
1. Exemple d'une chaîne de réception FM



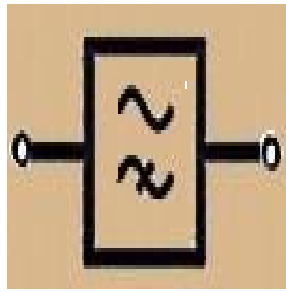
2. Différents filtres

► Il existe plusieurs types de filtres, dont les plus connus sont :

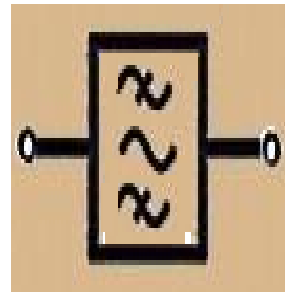
- Filtre passe bas
- Filtre passe haut
- Filtre passe bande
- Filtre coupe bande ou réjecteur de bande
- Filtre passe tout ou déphaseur



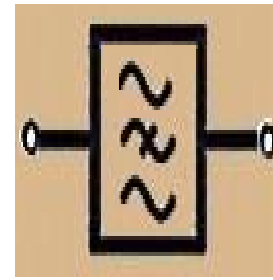
Passe-bas



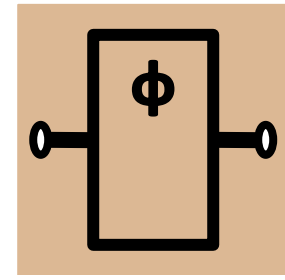
Passe-haut



Passe bande



Coupe
bande
ou
Réjecteur
de bande



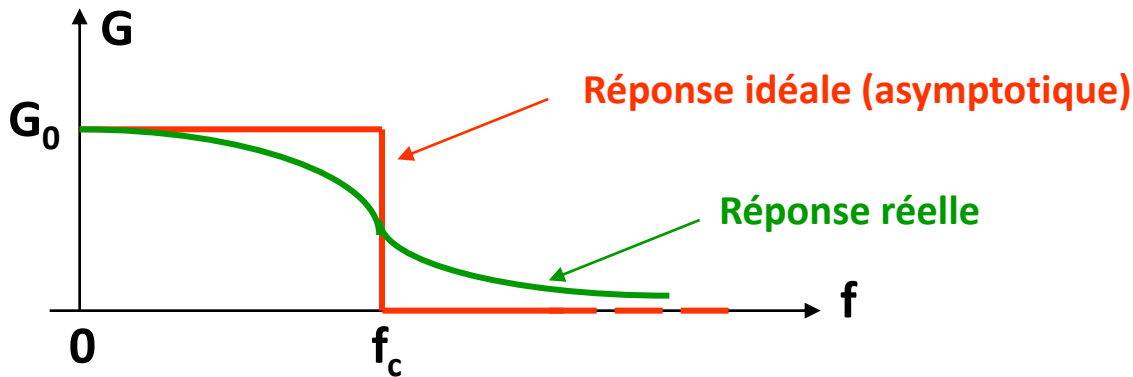
Passe tout
Déphaseur

Remarque :

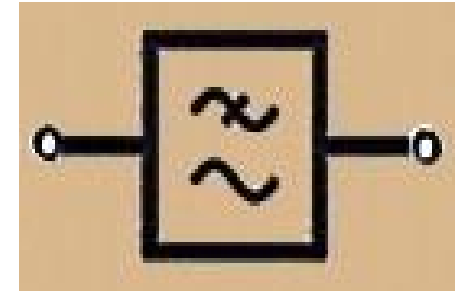
► Les filtres les plus rencontrés en pratique sont :

- Filtre passe bas
- Filtre passe bande

a° Filtre passe bas (F.P.B.)



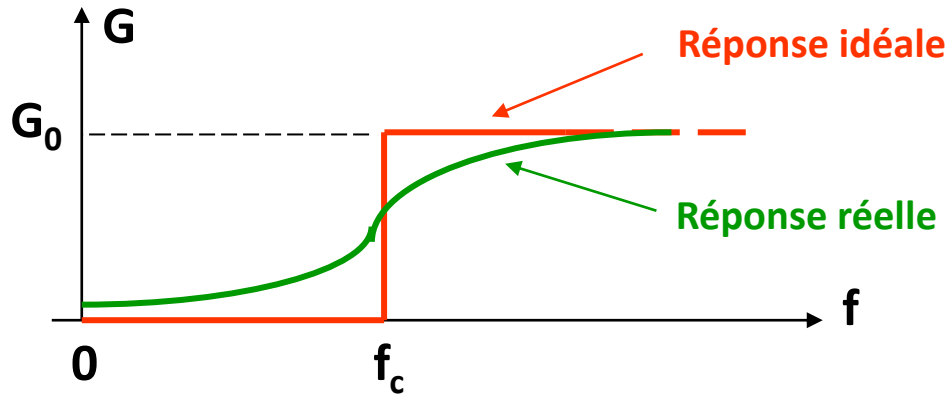
Symbole



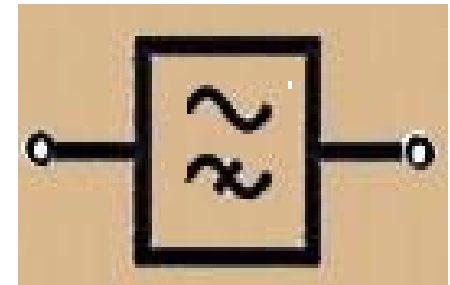
Passe-bas

- ▶ Ce filtre ne laisse passer que les basses fréquences du signal d'entrée.
- ▶ Les hautes fréquences sont donc atténuées.
- ▶ La limite entre BF et HF est appelée fréquence de coupure f_c .

b°) Filtre passe haut (F.P.H.)



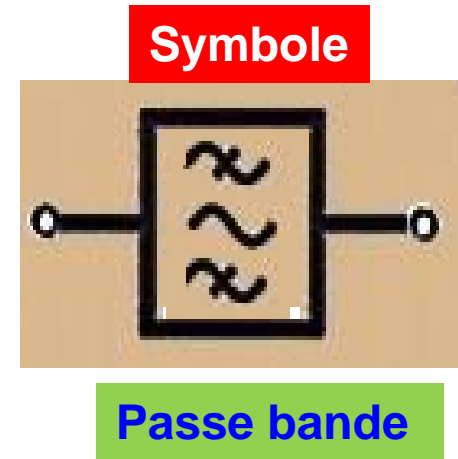
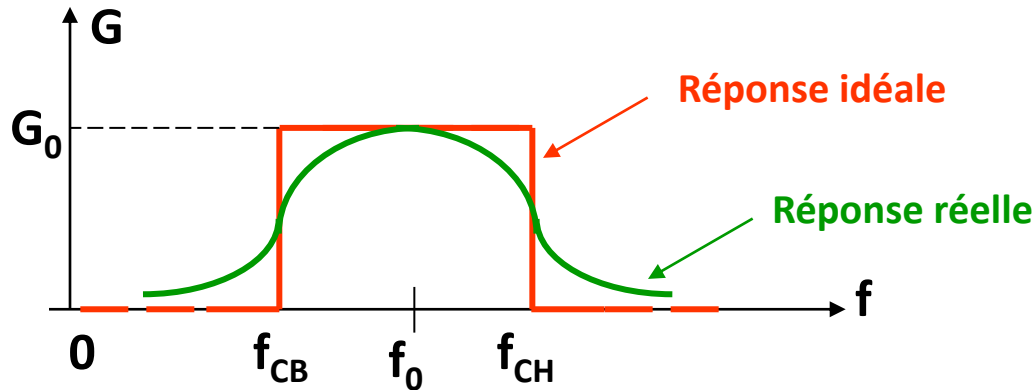
Symbole



Passe-haut

- ▶ Ce filtre ne laisse passer que les hautes fréquences du signal d'entrée.
- ▶ Les basses fréquences sont donc atténuées.
- ▶ La limite entre BF et HF est appelée fréquence de coupure f_c .

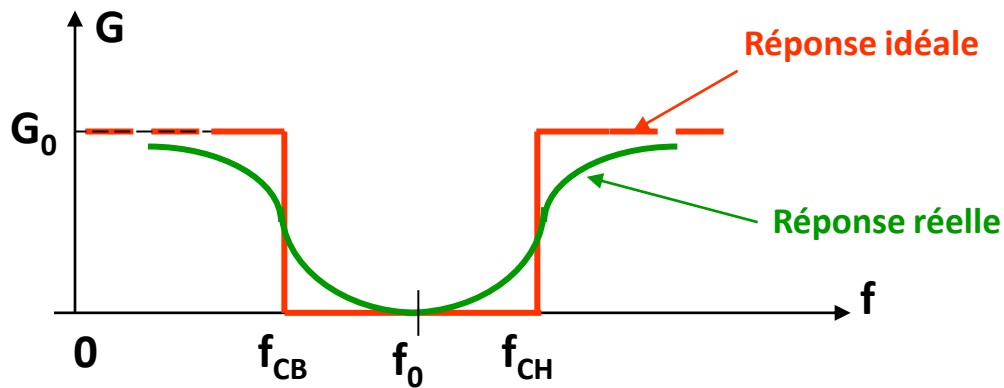
c°) Filtre passe bande



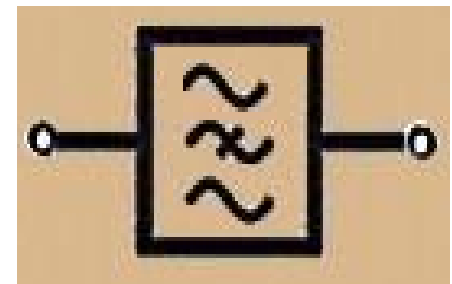
- ▶ Ce filtre ne laisse passer qu'une bande de fréquences.
- ▶ Il possède deux fréquences de coupure appelées fréquences quadrantales :
 - la fréquence de coupure basse f_{CB}
 - la fréquence de coupure haute f_{CH}

d°) Filtre réjecteur bande (ou coupe de bande)

► Aussi appelé filtre trappe ou cloche, il est le complémentaire du passe-bande. Il atténue une plage de fréquences.



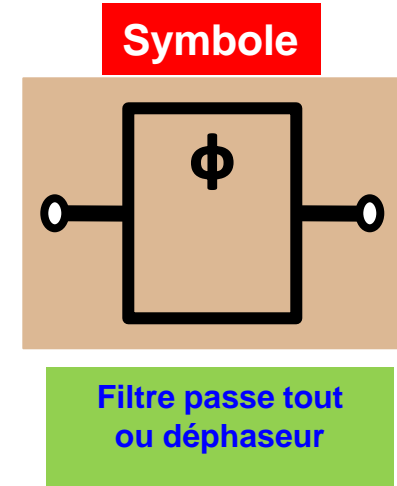
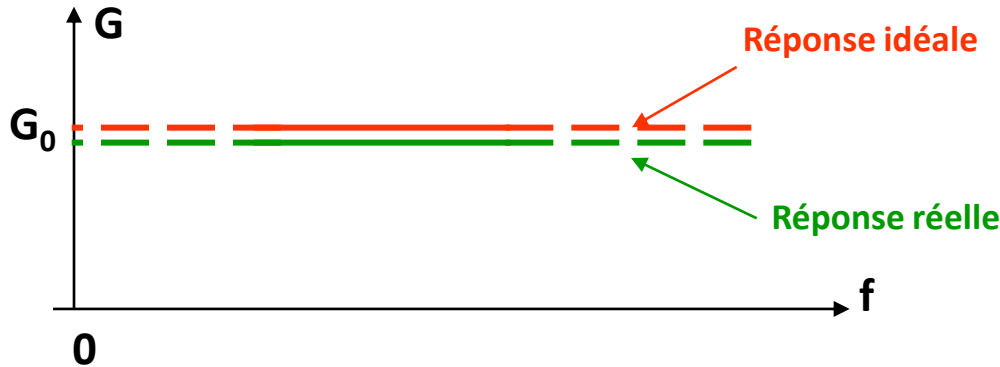
Symbole



Réjecteur de bande

- Ce filtre atténue les signaux de fréquences f appartenant à $[f_{CB}, f_{CH}]$
- Il transmet les signaux de fréquences $f < f_{CB}$ et $f > f_{CH}$

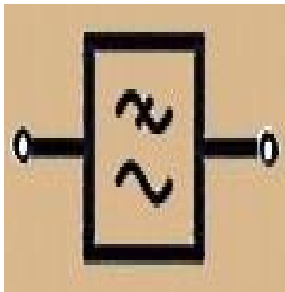
e°) Filtre passe tout : déphaseur



- ▶ un filtre passé tout laisse passer toutes les fréquences sans atténuation.
- ▶ son seul effet est d'introduire un déphasage $\phi = f(\omega)$ entre $V_e(t)$ et $V_s(t)$.
- ▶ On l'appelle déphaseur.

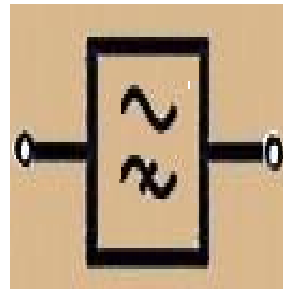
f) Récapitulation : bande passante

► Le filtre est passant Ssi :



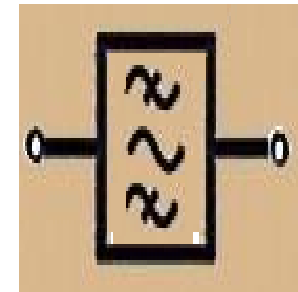
Passe-bas

$$BP = [0, f_c]$$



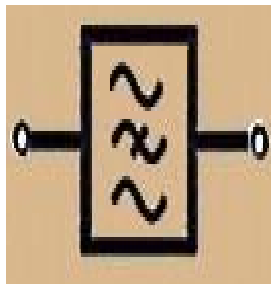
Passe-haut

$$BP = [f_c, \infty[$$



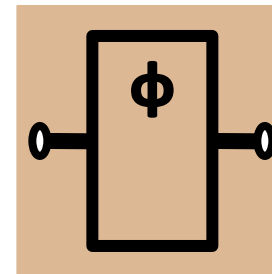
Passe bande

$$BP = [f_{CB}, f_{CH}]$$



Réjecteur de bande

$$BP = [0, f_{CB}] \text{ et } [f_{CH}, \infty[$$

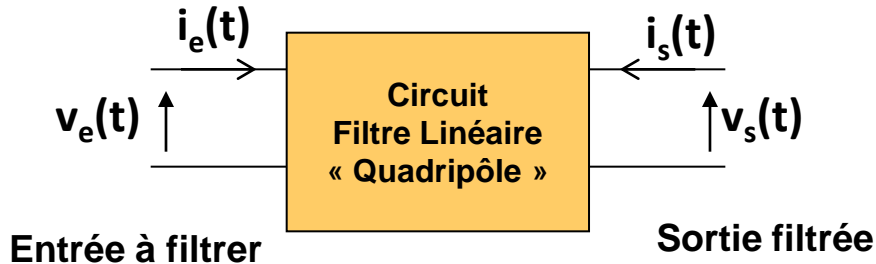


Passe tout déphaseur

$$BP = \text{infinie}$$

g) Schéma d'un filtre

► Celui d'un quadripôle.



$$v_e(t) = E \cos(\omega t + \varphi_e)$$

$$v_s(t) = S \cos(\omega t + \varphi_s)$$

h) Cas particulier : Régime alternatif sinusoïdal

► On utilise la représentation symbolique complexe.



$$NC : \quad \underline{v}_e = E e^{j\varphi_e}$$

$$NC : \quad \underline{v}_s = S e^{j\varphi_s}$$

3. Fonction de transfert complexe (ou transmittance complexe)

a) Fonction de transfert

- ▶ La fonction de transfert complexe est une caractéristique particulière d'un quadripôle inséré entre une source alternative sinusoïdale et une charge.
- ▶ Elle exprime dans le cas d'un filtre l'amplification en tension complexe.
- ▶ La fonction de transfert d'un filtre linéaire en régime alternatif sinusoïdal est notée :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = |\underline{H}(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)} = G(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$$

$$\underline{H} = |\underline{H}| e^{j\varphi} = G e^{j\varphi}$$

- **G** : module ou gain en tension.
- **φ** : argument ou déphasage

G > 1 dans le cas des filtres actifs et G < 1 pour les filtres passifs

Chapitre II : Les filtres

b) Le gain en décibel

▶ La fonction de transfert :

$$\underline{H} = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = G e^{j\varphi}$$

▶ Le gain en dB :

$$G_{dB} = 20 \log_{10} |\underline{H}| = 20 \log_{10} (G)$$

$G > 1$	\Leftrightarrow	$G_{dB} > 0$:	<i>amplification (actif)</i>
$G < 1$	\Leftrightarrow	$G_{dB} < 0$:	<i>atténuation (passif)</i>
$G = 1$	\Leftrightarrow	$G_{dB} = 0$		

4. Fréquence de coupure

a°) Détermination mathématique

- ▶ La fréquence particulière pour laquelle le gain de la fonction de transfert est égal à $1/\sqrt{2}$ est la fréquence de coupure.

$$G(f_c) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{ou} \quad G(\omega_c) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

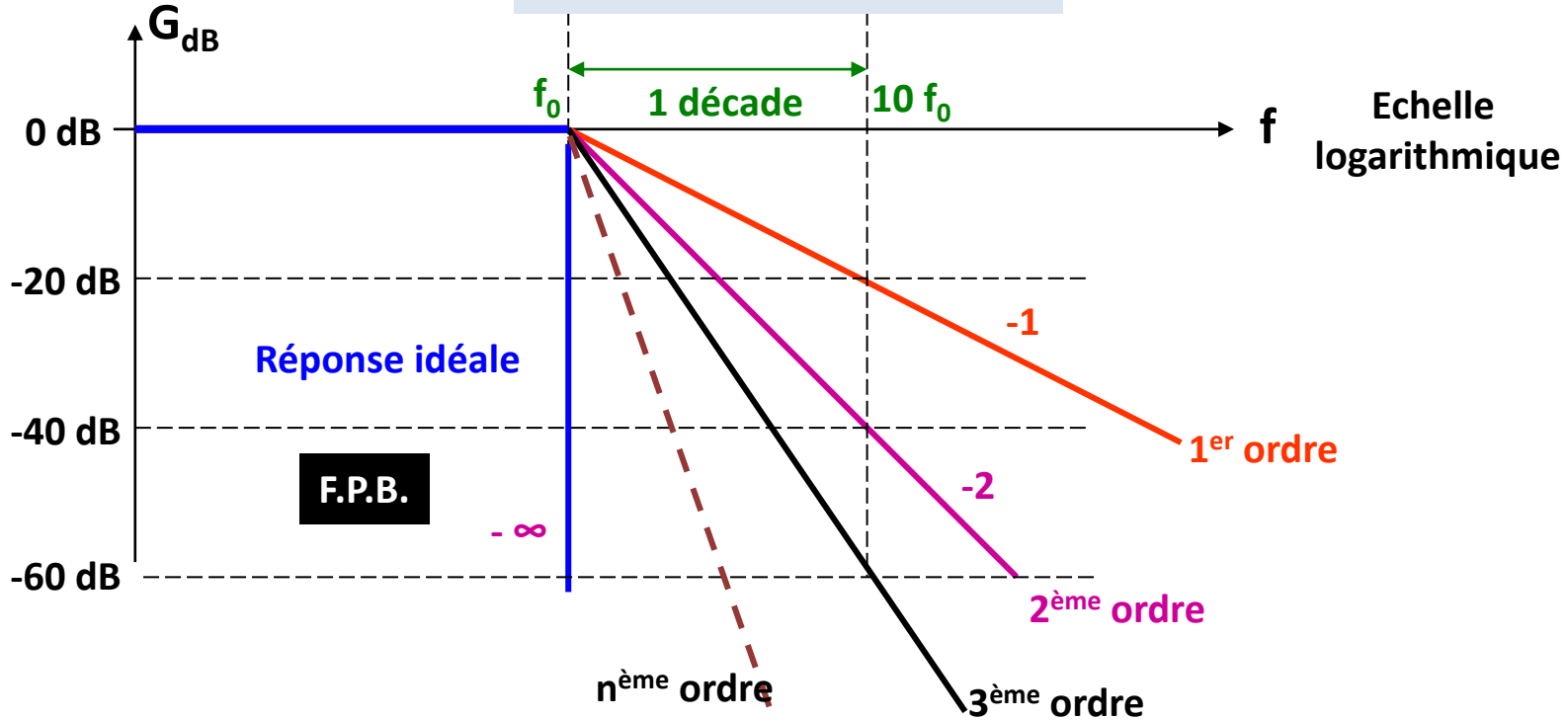
- ▶ Une fréquence de coupure définit la limite entre deux bandes de fréquences
- ▶ La fréquence de coupure est une caractéristique d'un filtre car elle se calcul en fonction des éléments de celui-ci.

5. Ordre d'un filtre

Filtres Passe Bas d'ordre supérieur

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} \quad \text{avec} \quad H_0 = 1$$

Courbe de gain en décibel



Pente de - 1 est une pente de - 20 dB/décade
 Pente de - 2 est une pente de - 40 dB/décade

 Pente de - n est une pente de - n . 20 dB/décade

6. Filtre linéaire et non linéaire

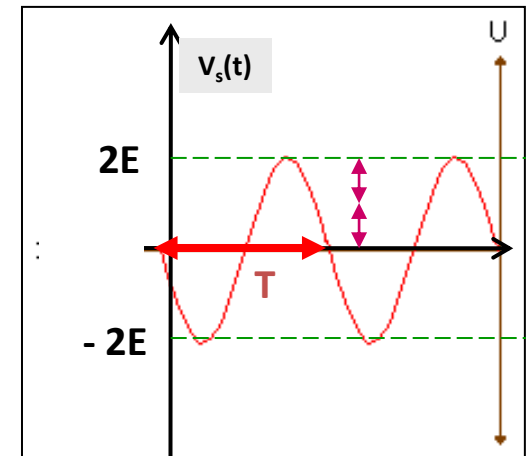
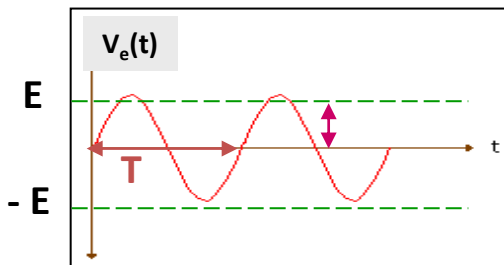
a) Filtre linéaire

► Un filtre est dit linéaire si sa réponse est une fonction linéaire de l'entrée.

$$\text{si } V_e(t) = E \cos(\omega t) \quad \text{on aura} \quad V_s(t) = S(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega))$$

► Dans ce cas :

- Le filtre agit sur l'amplitude et sur la phase
- $V_s(t)$ a la même fréquence que $V_e(t)$



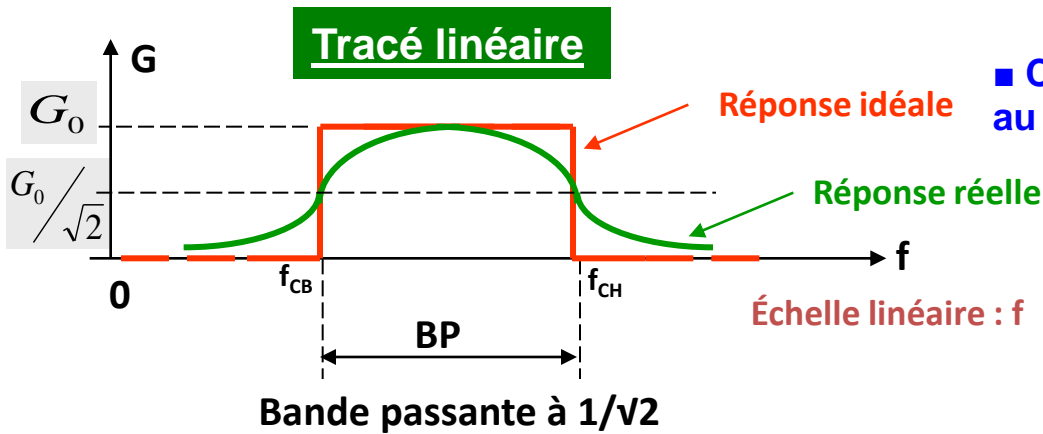
$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad S(\omega) = 2E \quad \text{et} \quad \varphi(\omega) = \pi$$

même fréquence

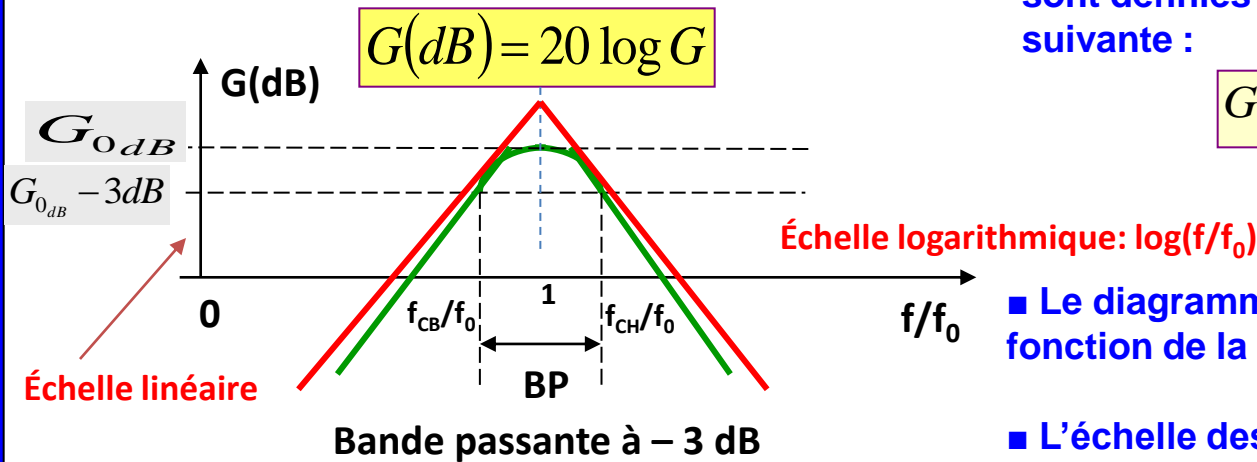
Conservation de la forme du signal source

b°) Détermination graphique

► Prenons l'exemple d'un filtre passe-bande :



Tracé de Bode ou diagramme de Bode



■ Les fréquences de coupure « à -3 dB » sont définies graphiquement de la manière suivante :

$$G(f_c)_{(dB)} = G_{0(dB)} - 3dB$$

■ Le diagramme de Bode donne le gain en fonction de la fréquence (ou de la pulsation).

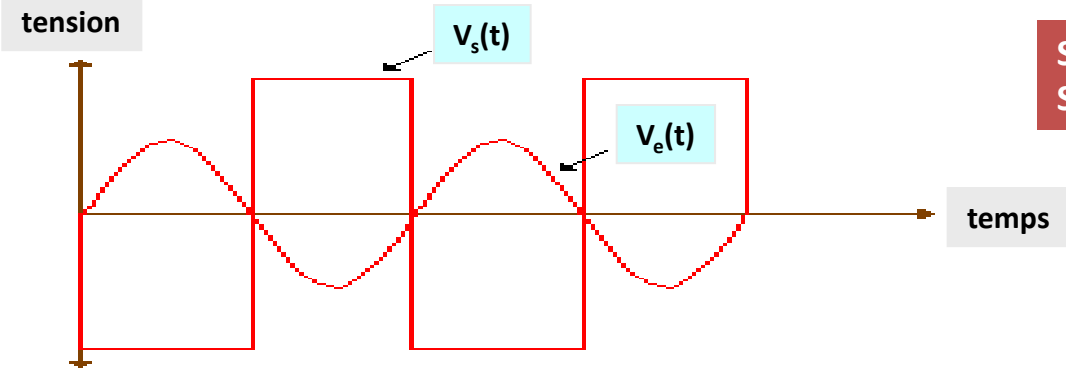
■ L'échelle des fréquences est logarithmique

b) Filtre non linéaire

► Un filtre est dit non linéaire dans le cas contraire.

► Dans ce cas : si $V_e(t) = E \cos(\omega t)$ on aura $V_s(t) = a_0 + a_1 \cdot V_e(t) + a_2 \cdot V_e^2(t) + \dots$

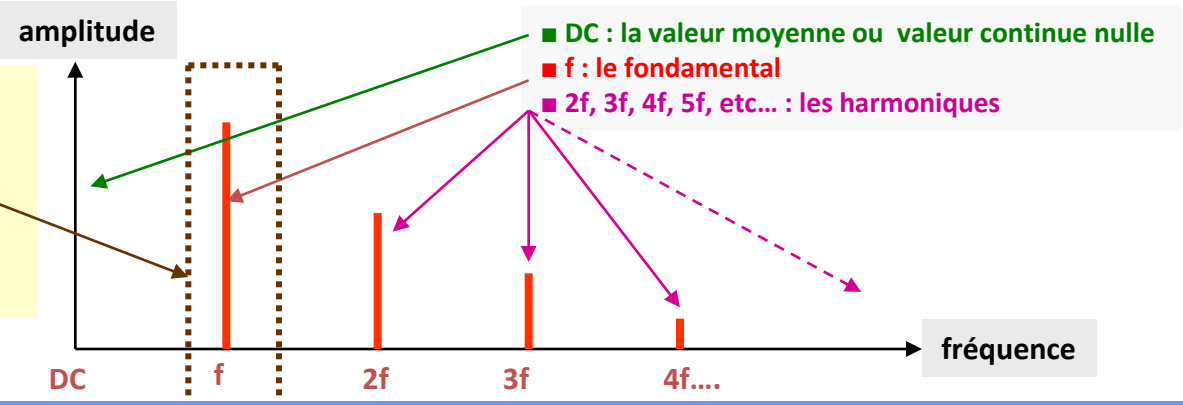
■ $V_s(t)$ ne sera pas sinusoïdale mais la somme de fonctions sinusoïdales; 0, f, 2f,...



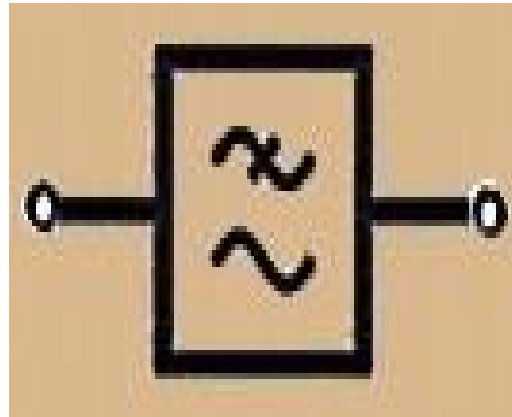
Signal carré la composante DC est non nulle
Signal créneau la composante DC est nulle

■ Le signal $V_s(t)$ est un signal créneau périodique, que l'on peut décomposer en série de Fourier $S(f)$.

On peut récupérer la sinusoïde de fréquence f par un filtrage sélectif autour de f
Ou par un filtrage passe bas caractérisé par $f_c > f$



filtre Passe Bas de 1^{er} ordre



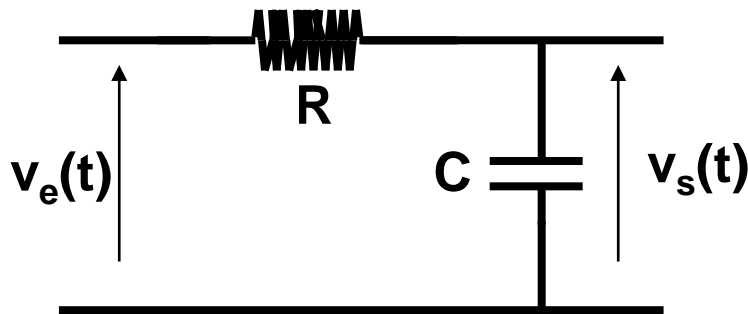
I. Filtre passe bas de 1^{er} ordre

1. FPB passif

a°) Fonction de transfert universelle d'un FPB du 1^{er} ordre (ou forme canonique)

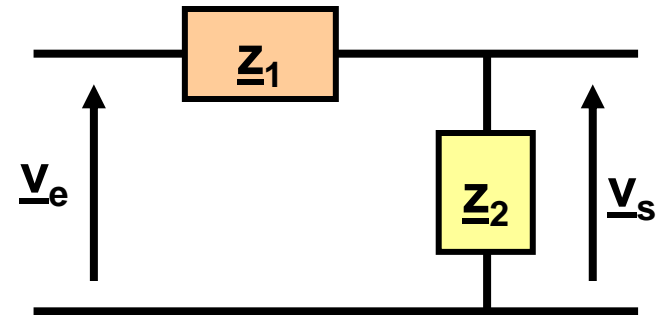
$$\underline{F.P.B} : \quad \underline{H} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} = \frac{H_0}{1 + jx} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} H_0 : \text{gain statique } (\omega = 0) \\ \omega_c : \text{pulsation de coupure} \end{cases}$$

b°) Circuit R C : FPB du 1^{er} ordre



Hypothèse :

La source est alternative sinusoïdale
La charge est infinie



Représentation symbolique complexe

c°) Fonction de transfert du circuit

$$\underline{v}_s = \underline{v}_e \frac{\underline{z}_2}{\underline{z}_1 + \underline{z}_2} = \underline{v}_e \frac{1}{R + \frac{1}{jC\omega}} \Rightarrow \underline{H} = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = G e^{j\varphi}$$

d°) Caractéristiques du filtre

Par identification à la fonction de transfert universelle on en déduit que :

$$\underline{H} = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{1/RC}} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

$$H_0 = 1 \quad \omega_c = \frac{1}{RC} \quad f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

e°) Détermination mathématique de f_c

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \Rightarrow G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$$

$$G(\omega_c) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega_c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{1 + (RC\omega_c)^2} = \sqrt{2} \Leftrightarrow 1 + (RC\omega_c)^2 = 2$$

$$(RC\omega_c)^2 = 1 \Leftrightarrow (\omega_c)^2 = \frac{1}{(RC)^2}$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

f°) Diagramme asymptotique (ou étude asymptotique)

Etude asymptotique	$\omega \ll \omega_c$	$\omega \gg \omega_c$
$\underline{H} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$	$\underline{H} \approx 1$	$\underline{H} \approx \frac{1}{jRC\omega} = -j\frac{\omega_c}{\omega} = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_c}}$
$G = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$	$G \approx 1$	$G \approx \frac{1}{RC\omega} = \frac{\omega_c}{\omega}$
$\varphi = -\arctg(RC\omega) = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$	$\varphi = 0$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$
$G_{dB} = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \right) = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \right)$	$G_{dB} = 0dB$	$\begin{cases} G_{dB} = 20 \log \left(\frac{1}{RC\omega} \right) = 20 \log \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right) \\ \text{pente de } (-1) \end{cases}$

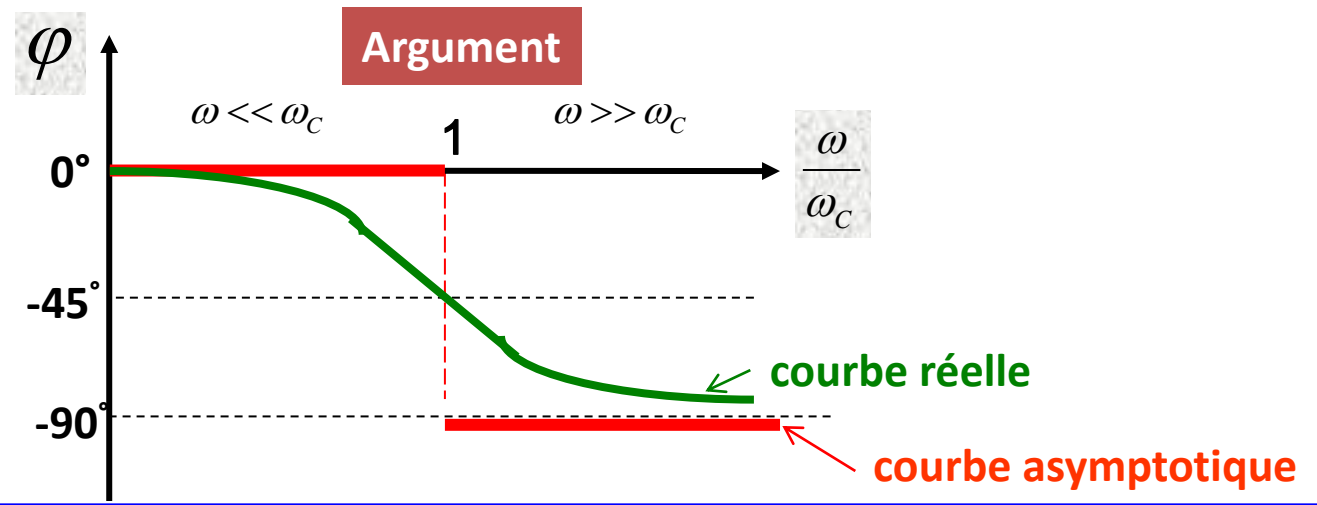
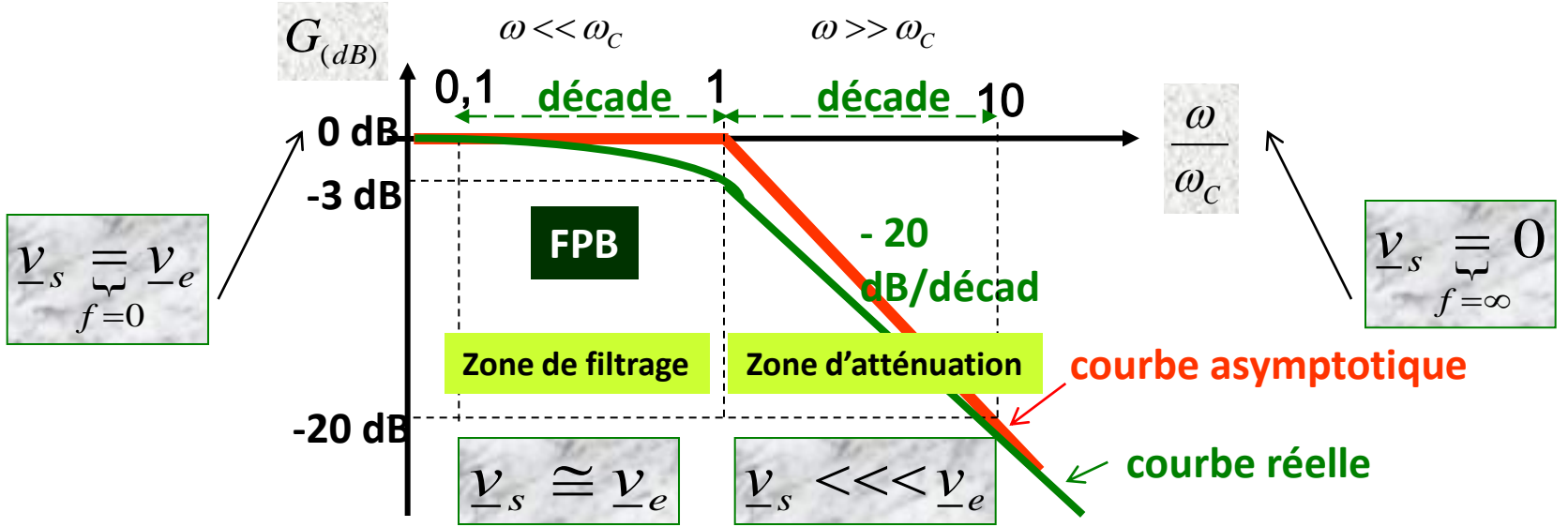
g°) Diagramme de Bode (ou Tracé de Bode)

Pour connaître l'allure de la courbe réelle, on utilise trois points particuliers : le départ (0), l'arrivée (∞) et la valeur intermédiaire (ω_c).

<i>Tracé de Bode</i>	0	ω_c	$+\infty$
$\underline{H} = \frac{v_s}{v_e} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$	⊗	⊗	⊗
$G = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0
$\varphi = -\arctg(RC\omega) = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$	0	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$
$G_{dB} = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \right) = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \right)$	0dB	-3dB	$-\infty dB$

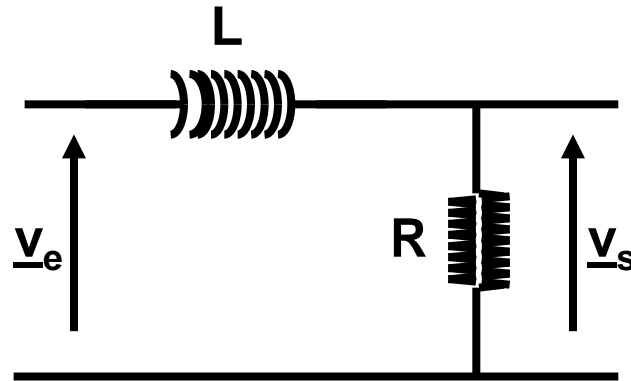
h°) Tracé des courbes

Module en décibel



i°) Variante

En remplaçant la résistance R par une inductance L, le condensateur C par une résistance R et en posant $\omega_c = R/L$, on obtient la même fonction de transfert.



écriture universelle de la fonction de transfert
d'un FPB du 1^{er} ordre

$$\underline{F.P.B.} : \quad \underline{H} = \frac{R}{R + jL\omega} = \frac{1}{1 + j \left(\frac{\omega}{R/L} \right)} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

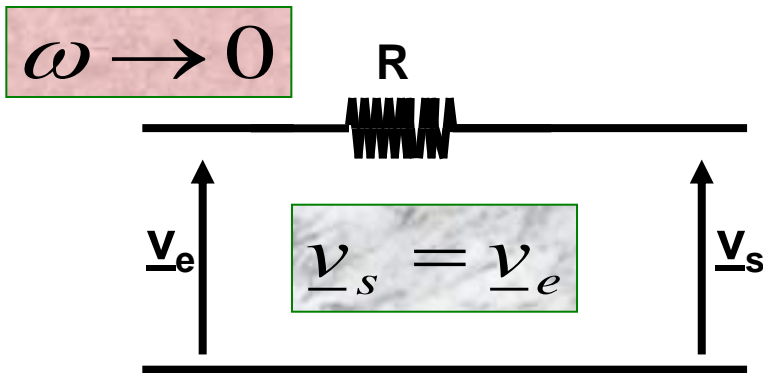
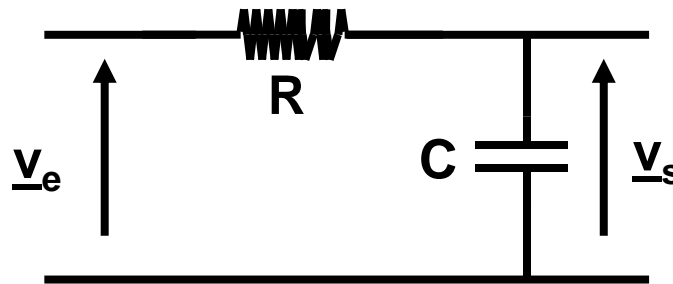
H_0 : Fonction de transfert statique = cte

j° Démarche astucieuse pour identifier le type de filtre

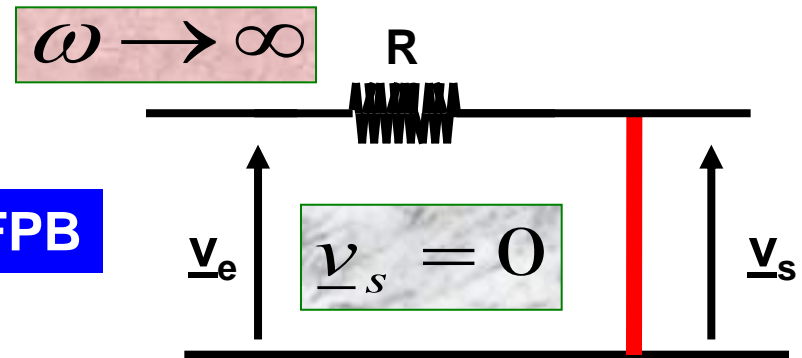
On considère deux cas particuliers extrêmes : $\omega \rightarrow 0$ (TBF) et $\omega \rightarrow \infty$ (THF)

Rappel : en régime permanent

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega \rightarrow 0 \Rightarrow \left(L\omega \rightarrow 0 (CC) \quad \text{et} \quad \frac{1}{C\omega} \rightarrow \infty (CO) \right) \\ \omega \rightarrow \infty \Rightarrow \left(L\omega \rightarrow \infty (CO) \quad \text{et} \quad \frac{1}{C\omega} \rightarrow 0 (CC) \right) \end{array} \right.$$

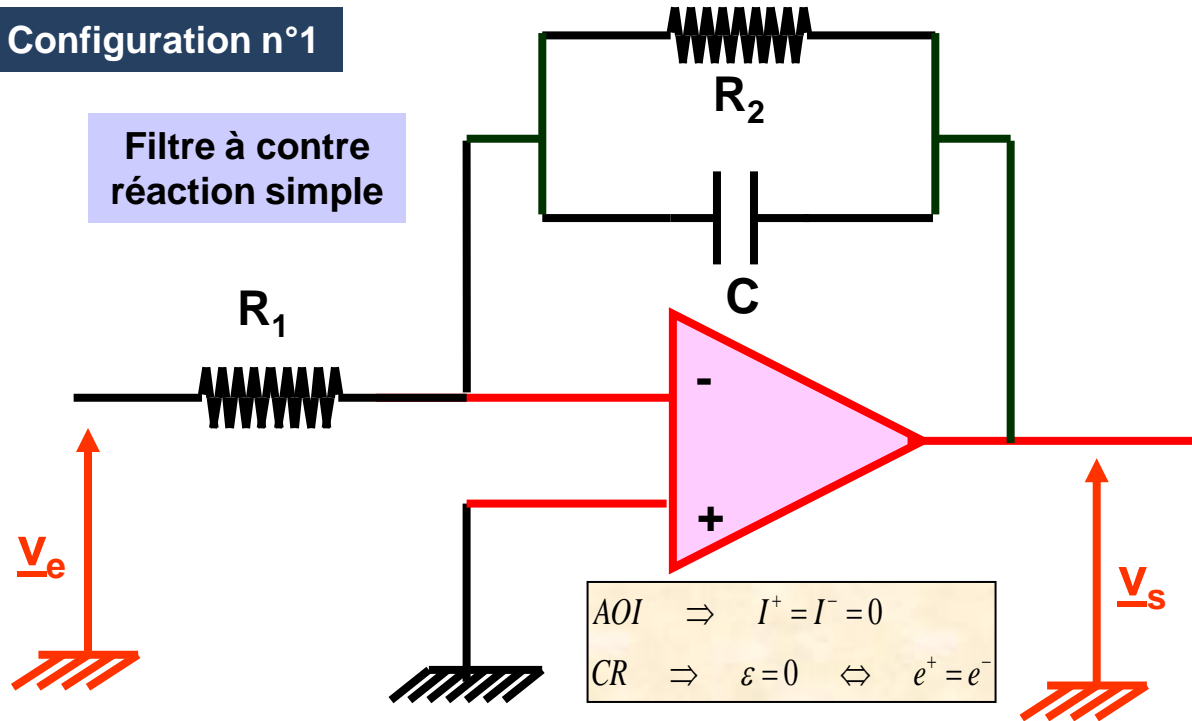


FPB



2. FPB actif

a) Configuration n°1



Filtre à contre réaction simple

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

$$\underline{H} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j R_2 C \omega}$$

AOI $\Rightarrow I^+ = I^- = 0$
CR $\Rightarrow \varepsilon = 0 \Leftrightarrow e^+ = e^-$

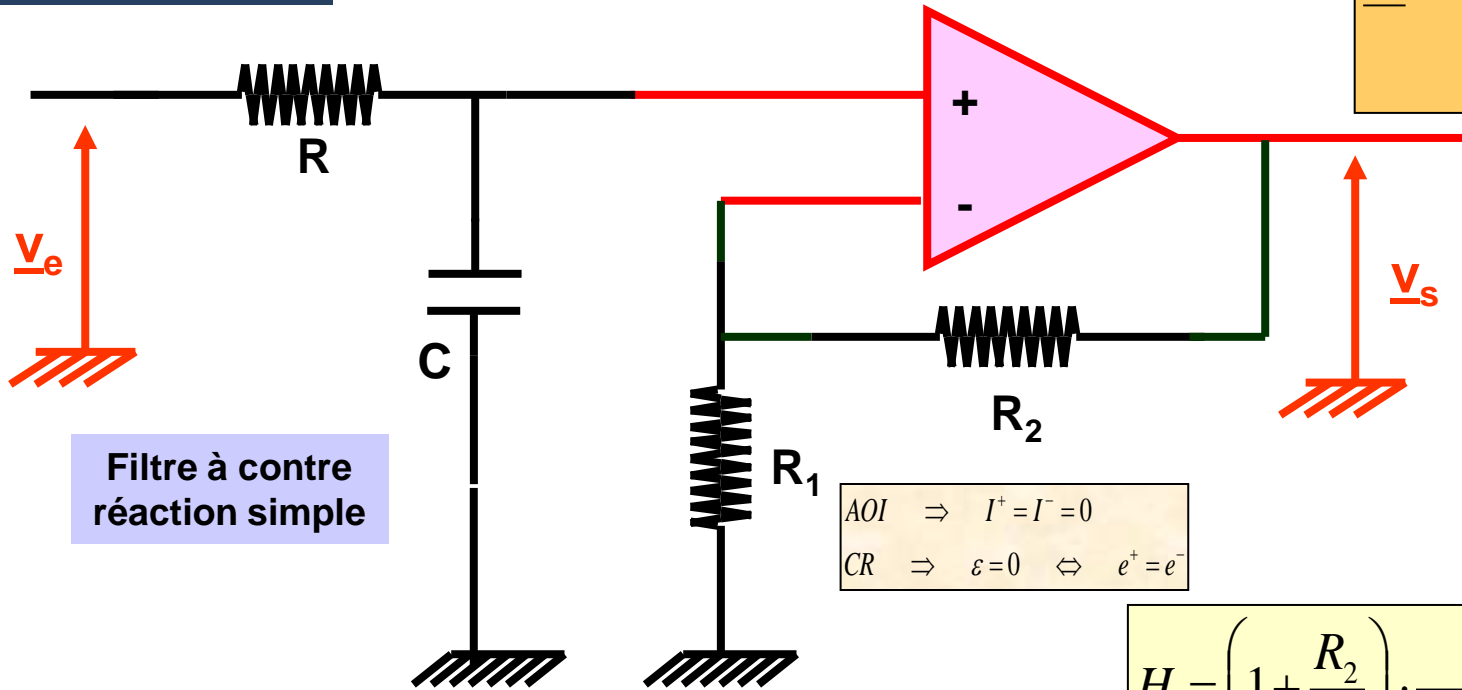
→ Gain d'un amplificateur inverseur :

$$H_0 = A = -\frac{R_2}{R_1}$$

→ Fréquence de coupure :

$$f_c = \frac{1}{2 \pi R_2 C}$$

b) Configuration n°2



Filtre à contre réaction simple

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

AOI $\Rightarrow I^+ = I^- = 0$
CR $\Rightarrow \varepsilon = 0 \Leftrightarrow e^+ = e^-$

$$\underline{H} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot \frac{1}{1 + j R C \omega}$$

→ Gain d'un amplificateur non inverseur : $H_0 = A = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

→ Fréquence de coupure : $f_c = \frac{1}{2 \pi R C}$

c) Diagramme asymptotique (ou étude asymptotique)

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

Filtre actif : $|H_0| > 1$

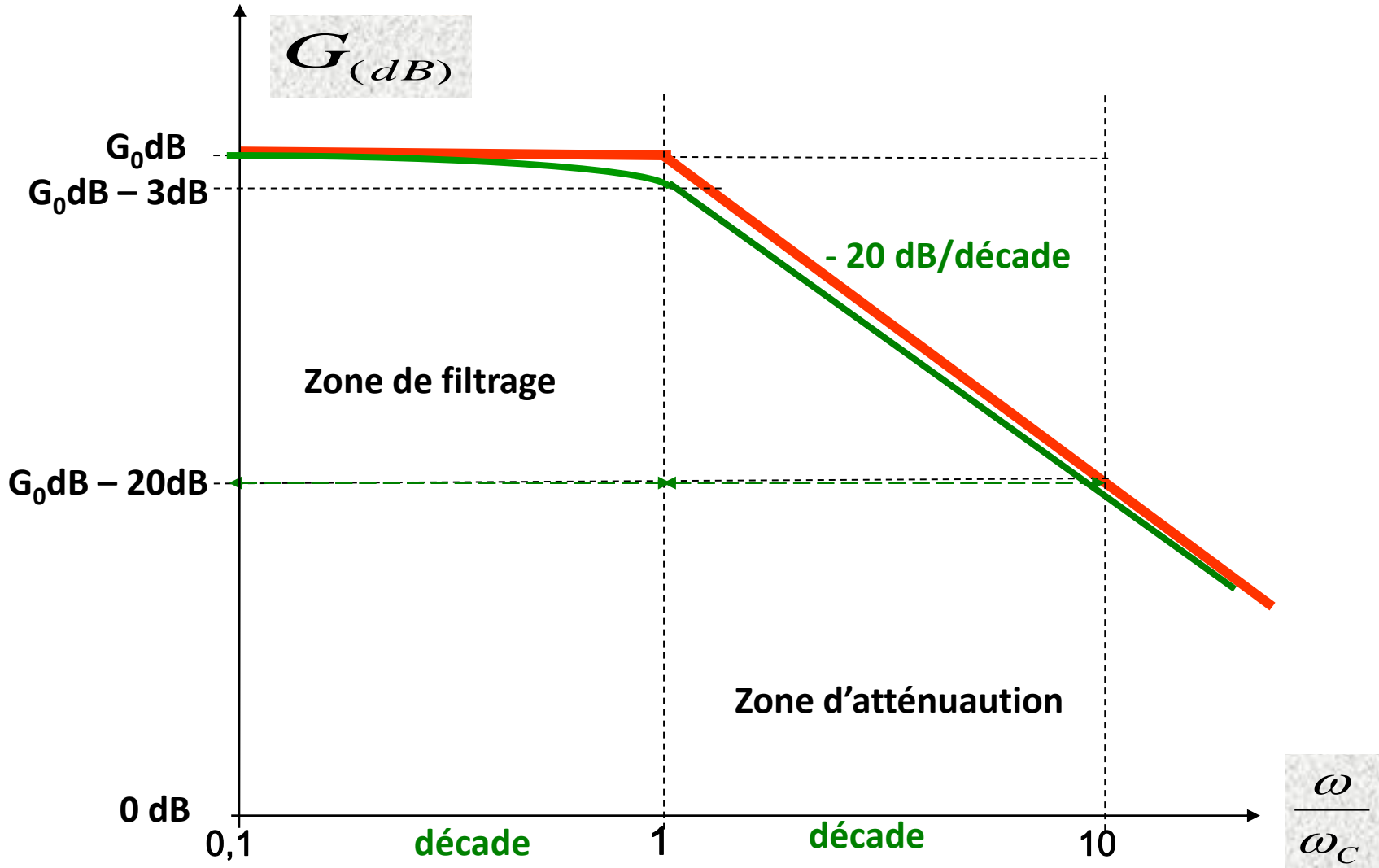
Etude asymptotique	$\omega \ll \omega_c$	$\omega \gg \omega_c$
$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$	$\underline{H} \approx H_0$	$\underline{H} \approx \frac{H_0}{j \frac{\omega}{\omega_c}} = -j \cdot H_0 \cdot \frac{\omega_c}{\omega}$
$G = \frac{ H_0 }{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$	$G \approx H_0 $	$G \approx H_0 \cdot \frac{\omega_c}{\omega}$
$H_0 > 0 \Rightarrow \varphi = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$ $H_0 < 0 \Rightarrow \varphi = \pm \pi - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$	$H_0 > 0 \Rightarrow \varphi = 0$ $H_0 < 0 \Rightarrow \varphi = \pm \pi$	$H_0 > 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$ $H_0 < 0 \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{2}$
$G_{dB} = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \right)$	$G_0(dB) = 20 \log_{10} H_0 $	$\left\{ \begin{array}{l} G_{dB} = G_0(dB) + 20 \log \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right) \\ \text{pente de } (-1) \end{array} \right.$

d) Diagramme de Bode (ou Tracé de Bode)

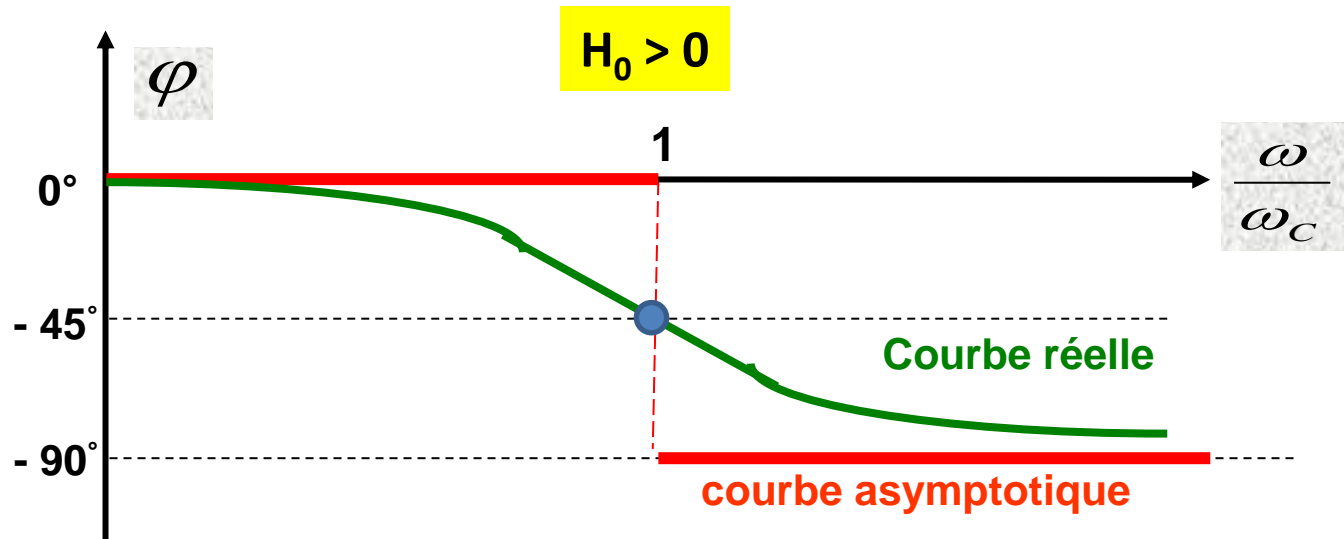
Filtre actif : $|H_0| > 1$

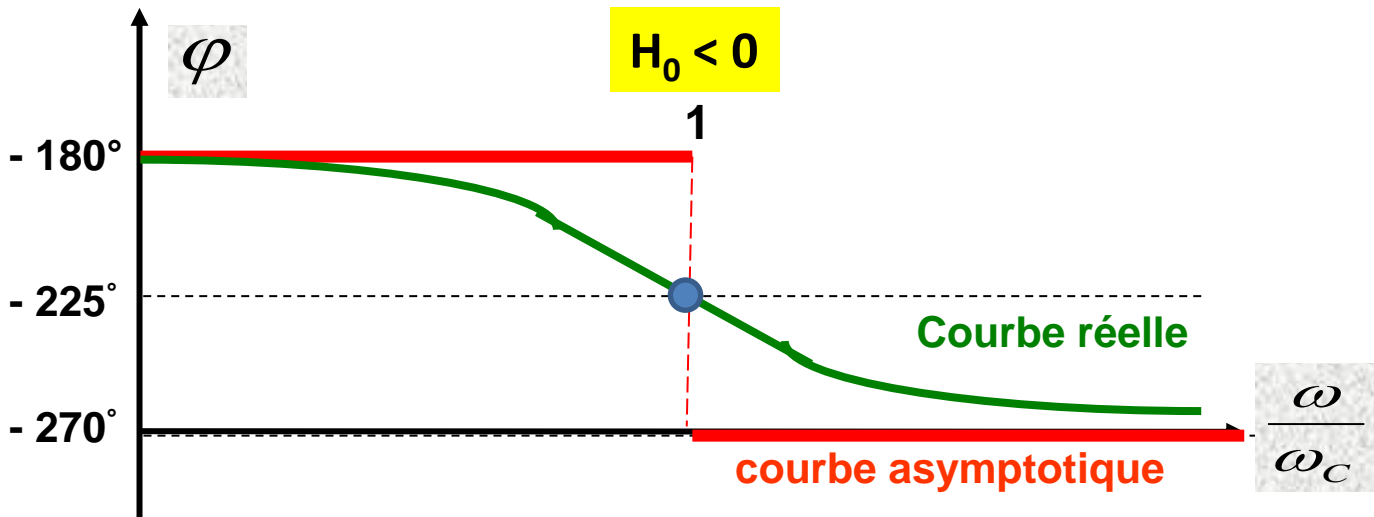
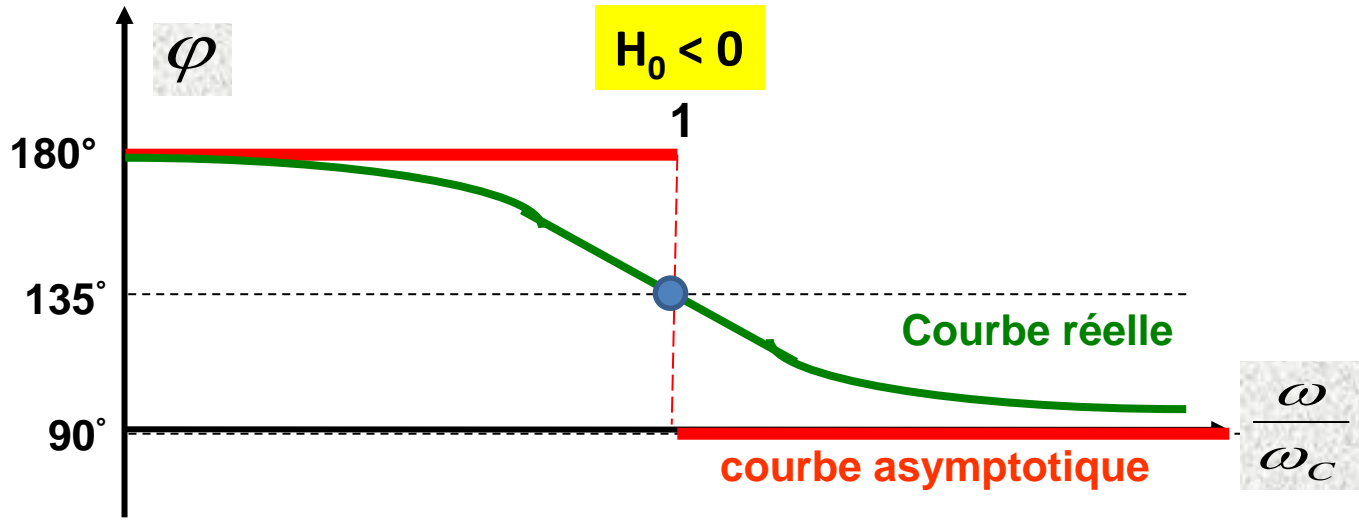
Tracé de Bode	0	ω_C	$+\infty$
$\underline{H} = \frac{v_s}{v_e} = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_C}}$	\otimes	\otimes	\otimes
$G = \frac{ H_0 }{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}$	$ H_0 $	$\frac{ H_0 }{\sqrt{2}}$	0
$H_0 > 0 \Rightarrow \varphi = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)$ $H_0 < 0 \Rightarrow \varphi = \pm \pi - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)$	$H_0 > 0 \Rightarrow \varphi = 0$ $H_0 < 0 \Rightarrow \varphi = \pm \pi$	$H_0 > 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$ $H_0 < 0 \Rightarrow \varphi = \begin{cases} +\frac{3\pi}{4} \\ -\frac{5\pi}{4} \end{cases}$	$H_0 > 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$ $H_0 < 0 \Rightarrow \varphi = \begin{cases} +\frac{\pi}{2} \\ -\frac{3\pi}{2} \end{cases}$
$G_{dB} = 20 \log \frac{ H_0 }{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2}}$	$G_0(dB) = 20 \log_{10} H_0 $	$G_0(dB) - 3dB$	$-\infty dB$

Filtre passe bas actif de 1^{er} ordre : courbe de gain en dB

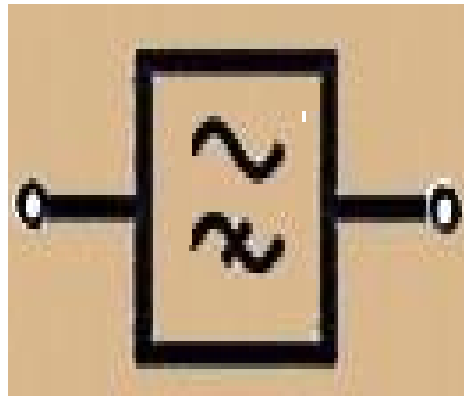


e) Filtre passe bas actif de 1^{er} ordre : courbe de phase





Filtre Passe Haut de 1^{er} ordre



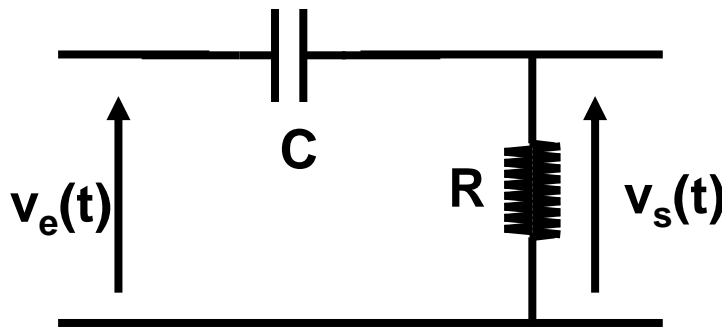
III. Filtre actif passe haut de 1^{er} ordre

1. FPH passif

a°) Fonction de transfert universelle d'un FPH du 1^{er} ordre (ou forme canonique)

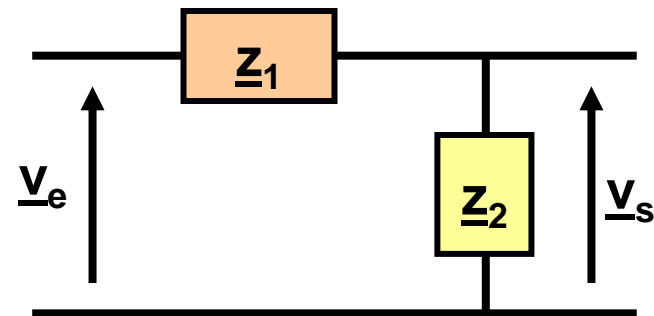
$$\underline{F.P.B.} : \quad \underline{H} = H_0 \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} = H_0 \frac{jx}{1 + jx} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} H_0 : \text{gain statique } (\omega = 0) \\ \omega_c : \text{pulsation de coupure} \end{cases}$$

b°) Circuit C R : FPH du 1^{er} ordre



Hypothèse :

La source est alternative sinusoïdale
La charge est infinie



Représentation symbolique complexe

c°) Fonction de transfert du circuit

$$\underline{v}_s = \underline{v}_e \frac{\underline{z}_2}{\underline{z}_1 + \underline{z}_2} = \underline{v}_e \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} \Rightarrow \underline{H} = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} = G e^{j\varphi}$$

d°) Caractéristiques du filtre

Par identification à la fonction de transfert universelle on en déduit que :

$$\underline{H} = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} = \frac{j \frac{\omega}{1/RC}}{1 + j \frac{\omega}{1/RC}} = H_0 \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

$$H_0 = 1 \quad \omega_c = \frac{1}{RC} \quad f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

e° Détermination mathématique de f_c

$$\frac{H}{H_0} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} \Rightarrow G(\omega) = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$$

$$G(\omega_c) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{RC\omega_c}{\sqrt{1 + (RC\omega_c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{1 + (RC\omega_c)^2}}{RC\omega_c} = \sqrt{2} \Leftrightarrow 1 + (RC\omega_c)^2 = 2(RC\omega_c)^2$$

$$(RC\omega_c)^2 = 1 \Leftrightarrow (\omega_c)^2 = \frac{1}{(RC)^2}$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

f°) Diagramme asymptotique (ou étude asymptotique)

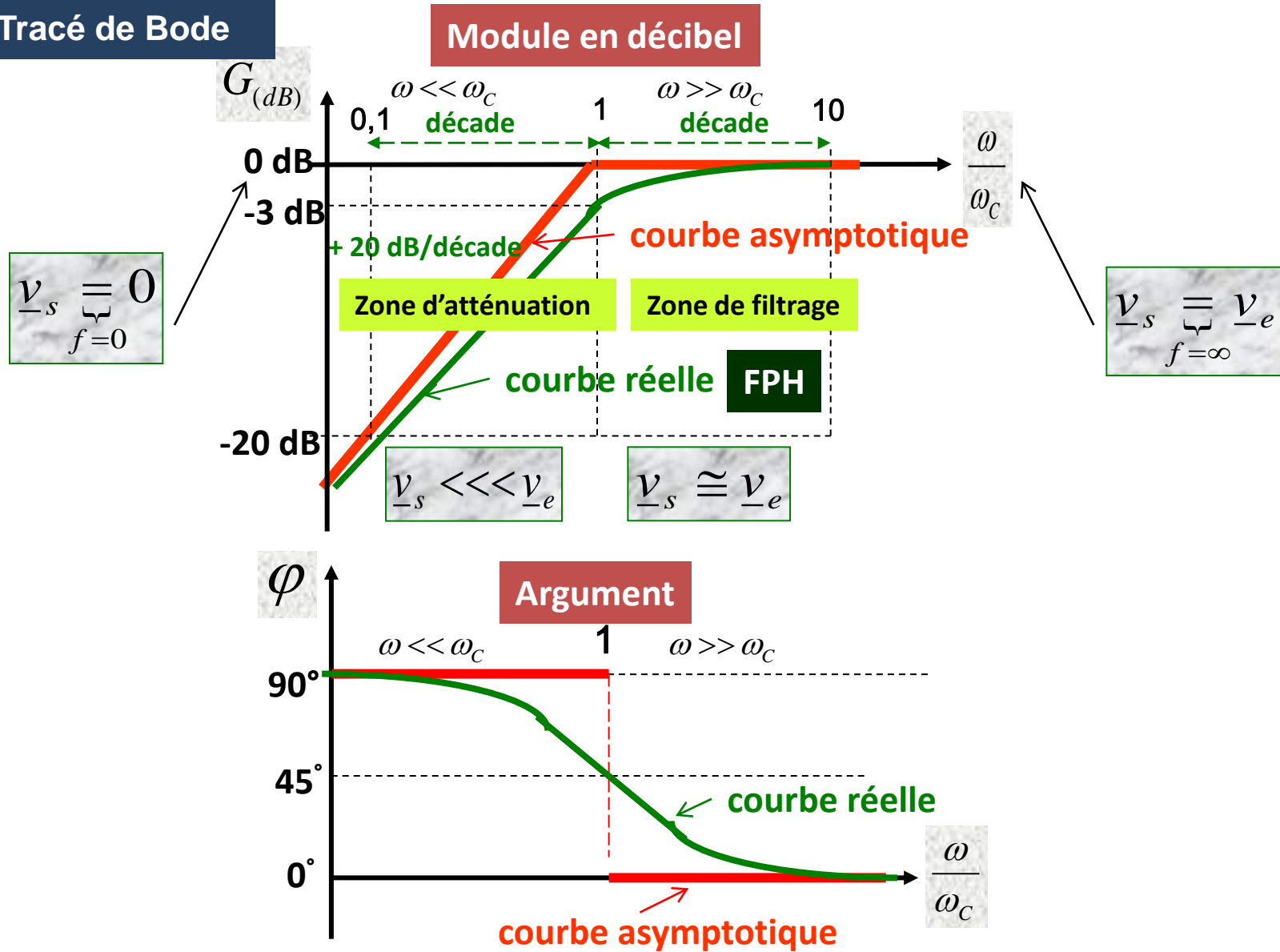
<i>Etude asymptotique</i>	$\omega \ll \omega_c$	$\omega \gg \omega_c$
$\underline{H} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$	$\underline{H} \approx j\frac{\omega}{\omega_c}$	$\underline{H} \approx 1$
$G = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} = \frac{\frac{\omega}{\omega_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$	$G \approx RC\omega = \frac{\omega}{\omega_c}$	$G \approx 1$
$\varphi = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}(RC\omega) = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$	$\varphi = \frac{\pi}{2}$	$\varphi = 0$
$G_{dB} = 20 \log \left(\frac{RC\omega}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \right) = 20 \log \left(\frac{\frac{\omega}{\omega_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \right)$	$\begin{cases} G_{dB} = 20 \log(RC\omega) = 20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \\ \text{pente de } (+1) \end{cases}$	$G_{dB} = 0dB$

g°) Diagramme de Bode (ou Tracé de Bode)

Pour connaître l'allure de la courbe réelle, on utilise trois points particuliers : le départ (0), l'arrivée (∞) et la valeur intermédiaire (ω_c).

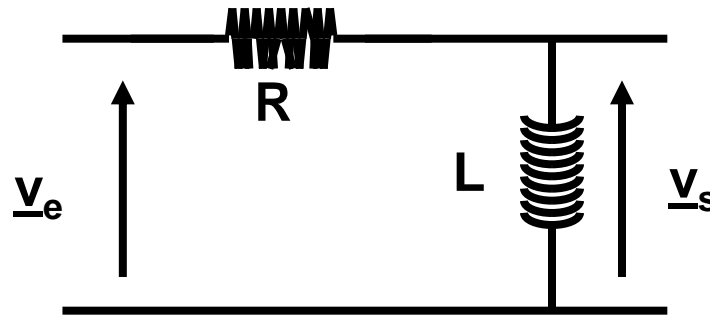
Tracé de Bode	0	ω_c	$+\infty$
$\underline{H} = \frac{v_s}{v_e} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} = \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$	⊗	⊗	⊗
$G = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} = \frac{\frac{\omega}{\omega_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
$\varphi = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}(RC\omega) = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	0
$G_{dB} = 20 \log \left(\frac{RC\omega}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \right) = 20 \log \left(\frac{\frac{\omega}{\omega_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \right)$	$-\infty dB$	$-3dB$	$0dB$

h°) Tracé de Bode



i° Variante

En remplaçant la résistance R par une inductance L, le condensateur C par une résistance R et en posant $\omega_c = R/L$, on obtient la même fonction de transfert.



Ecriture universelle de la fonction de transfert
d'un FPH du 1^{er} ordre

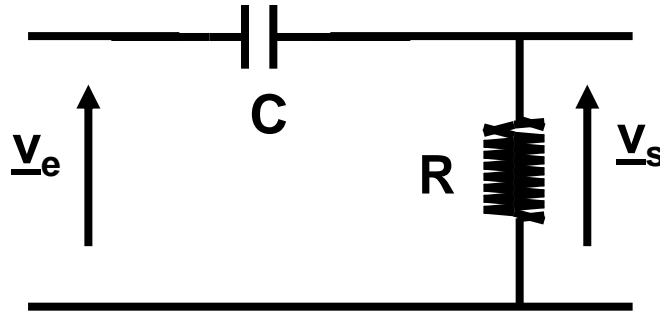
$$\underline{F.P.H} : \quad \underline{H} = \frac{H_0}{1 + \frac{\omega_c}{j\omega}} = \frac{jL\omega}{R + jL\omega} = \frac{j\frac{L}{R}\omega}{1 + j\frac{L}{R}\omega} = H_0 \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

H_0 : Fonction de transfert statique = cte

j° Démarche astucieuse pour identifier le type de filtre

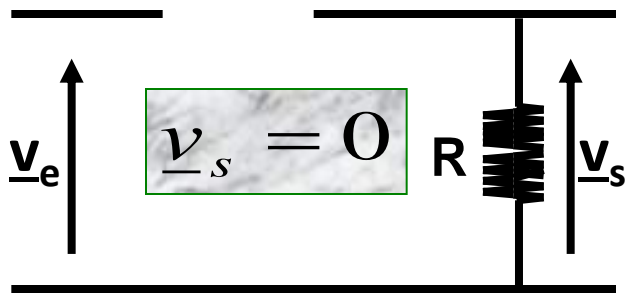
On considère deux cas particuliers extrêmes : $\omega \rightarrow 0$ (TBF) et $\omega \rightarrow \infty$ (THF)

$$\text{Rappel : } \begin{cases} \omega \rightarrow 0 & \Rightarrow \left(L\omega \rightarrow 0 \text{ (CC)} \quad \text{et} \quad \frac{1}{C\omega} \rightarrow \infty \text{ (CO)} \right) \\ \omega \rightarrow \infty & \Rightarrow \left(L\omega \rightarrow \infty \text{ (CO)} \quad \text{et} \quad \frac{1}{C\omega} \rightarrow 0 \text{ (CC)} \right) \end{cases}$$

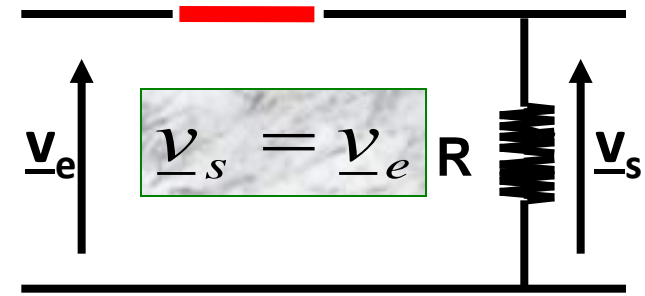


$\omega \rightarrow 0$

$\omega \rightarrow \infty$

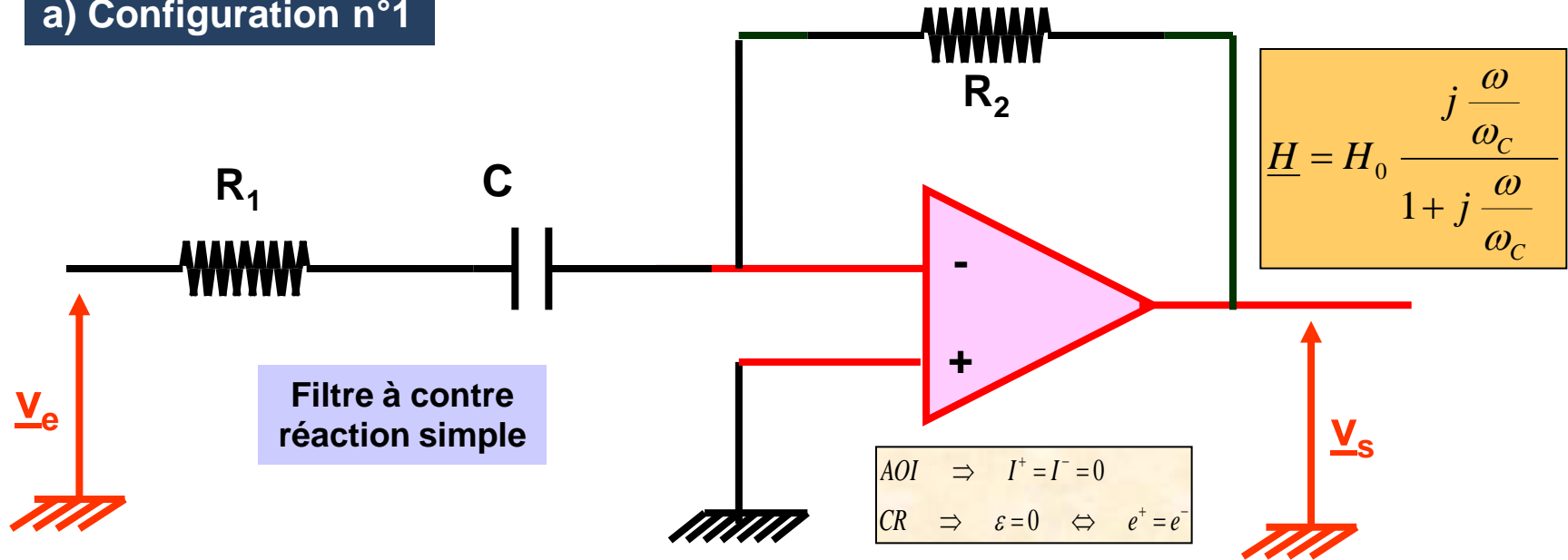


FPH



2. FPH actif

a) Configuration n°1



→ Gain d'un amplificateur inverseur :

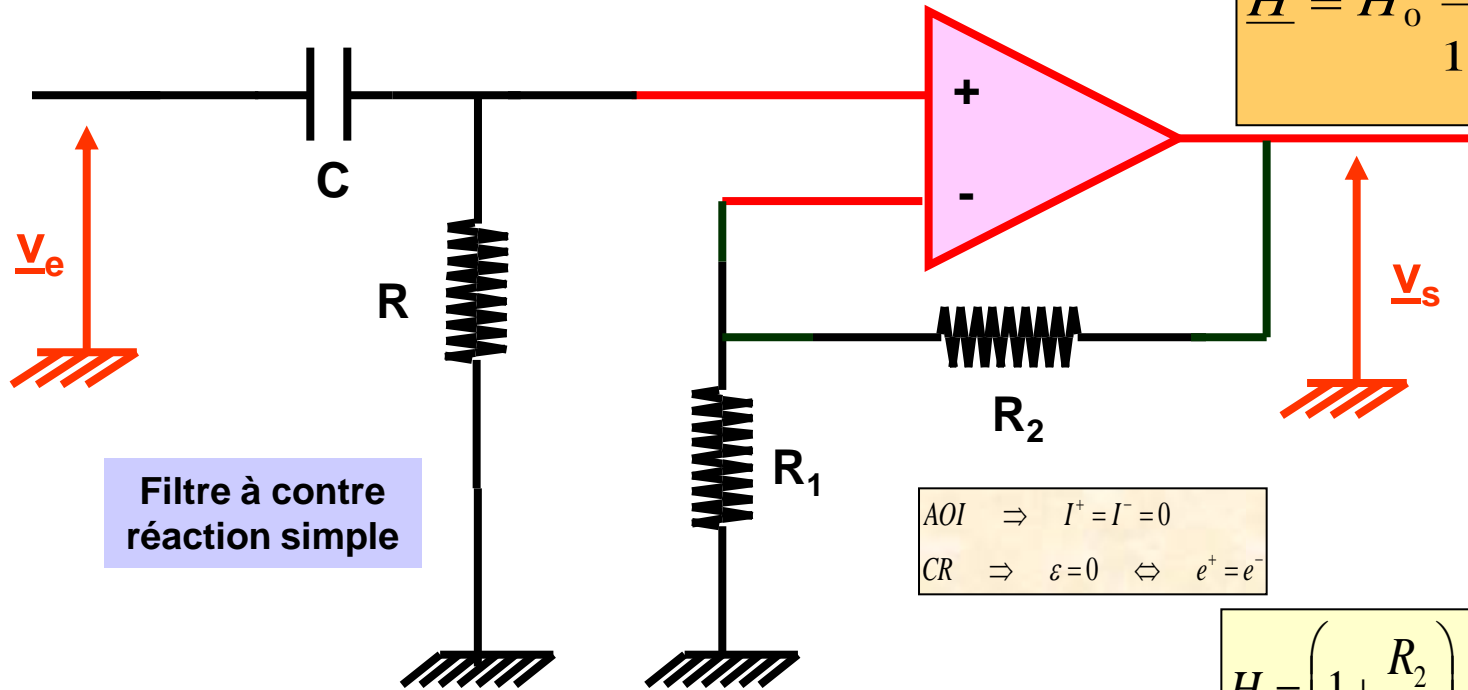
$$H_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\underline{H} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{j R_1 C \omega}{1 + j R_1 C \omega}$$

→ Fréquence de coupure si :

$$f_c = \frac{1}{2 \pi R_1 C}$$

b) Configuration n°2



$$\underline{H} = H_0 \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

Filtre à contre réaction simple

$$\begin{aligned} AOI &\Rightarrow I^+ = I^- = 0 \\ CR &\Rightarrow \varepsilon = 0 \Leftrightarrow e^+ = e^- \end{aligned}$$

$$\underline{H} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{j R C \omega}{1 + j R C \omega}$$

→ Gain d'un amplificateur non inverseur : $A = H_0 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

→ Fréquence de coupure : $f_c = \frac{1}{2 \pi R C}$

c) Diagramme asymptotique (ou étude asymptotique)

Filtre actif : $|H_0| > 1$

$$\underline{H} = H_0 \cdot \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

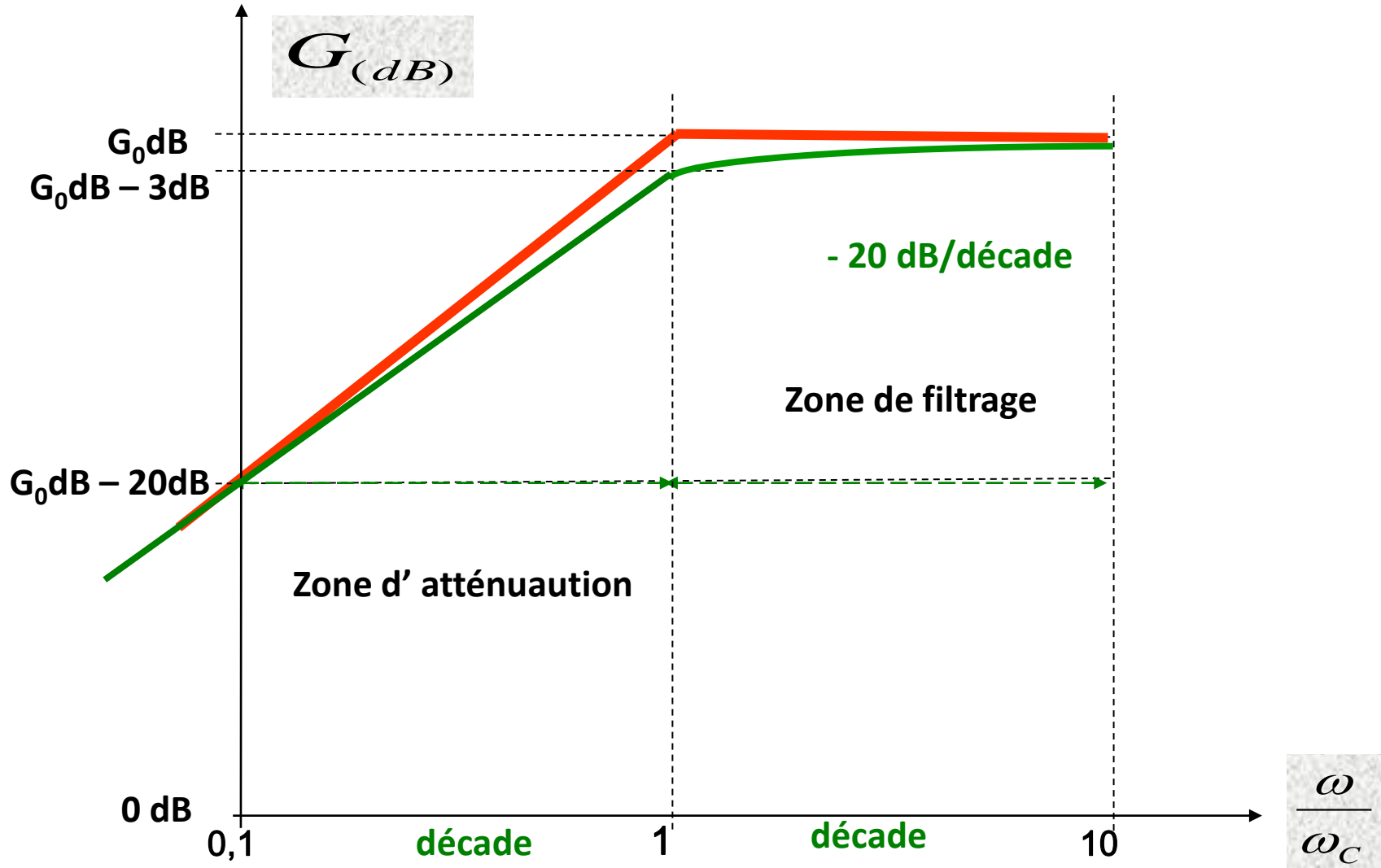
<i>Etude asymptotique</i>	$\omega \ll \omega_c$	$\omega \gg \omega_c$
$\underline{H} = H_0 \cdot \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$	$\underline{H} \approx H_0 \cdot j \frac{\omega}{\omega_c}$	$\underline{H} \approx H_0$
$G = H_0 \cdot \frac{\frac{\omega}{\omega_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$	$G \approx H_0 \cdot \frac{\omega}{\omega_c}$	$G \approx H_0 $
$H_0 > 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$ $H_0 < 0 \Rightarrow \varphi = \pm \pi + \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$	$H_0 > 0 \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{2}$ $H_0 < 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$	$H_0 > 0 \Rightarrow \varphi = 0$ $H_0 < 0 \Rightarrow \varphi = \pm \pi$
$G_{dB} = 20 \log H_0 \cdot \frac{\frac{\omega}{\omega_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$	$\left\{ \begin{array}{l} G_{dB} = 20 \log H_0 + 20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \\ \text{pente de } (+1) \end{array} \right.$	$G_0(dB) = 20 \log H_0 $

d) Diagramme de Bode (ou Tracé de Bode)

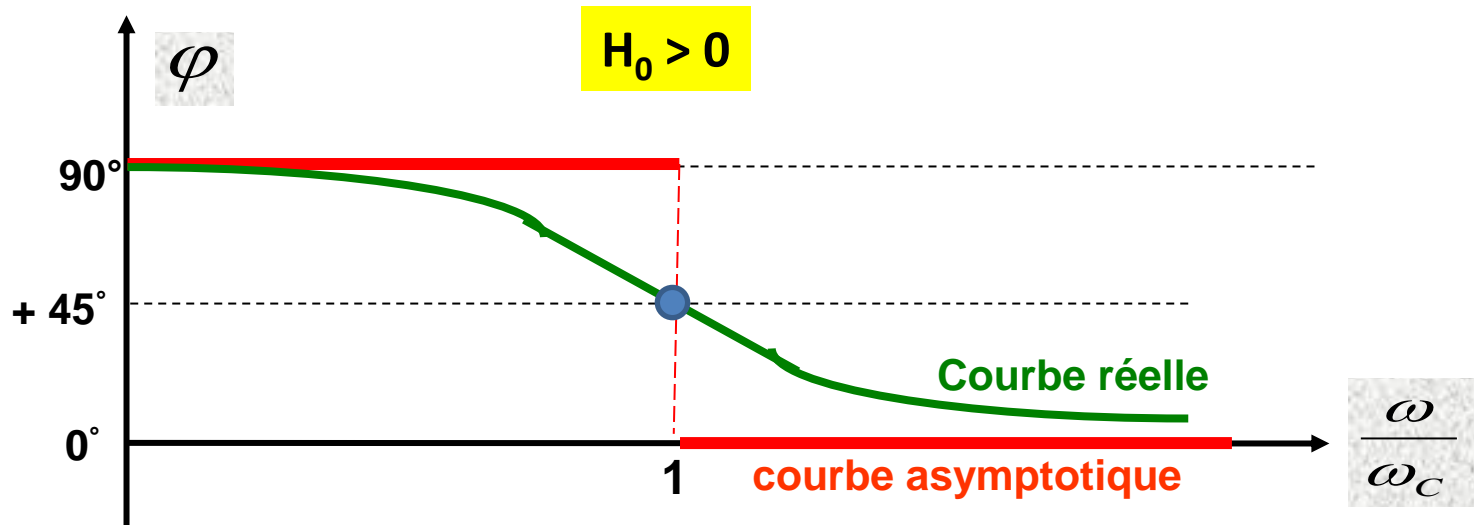
Filtre actif : $|H_0| > 1$

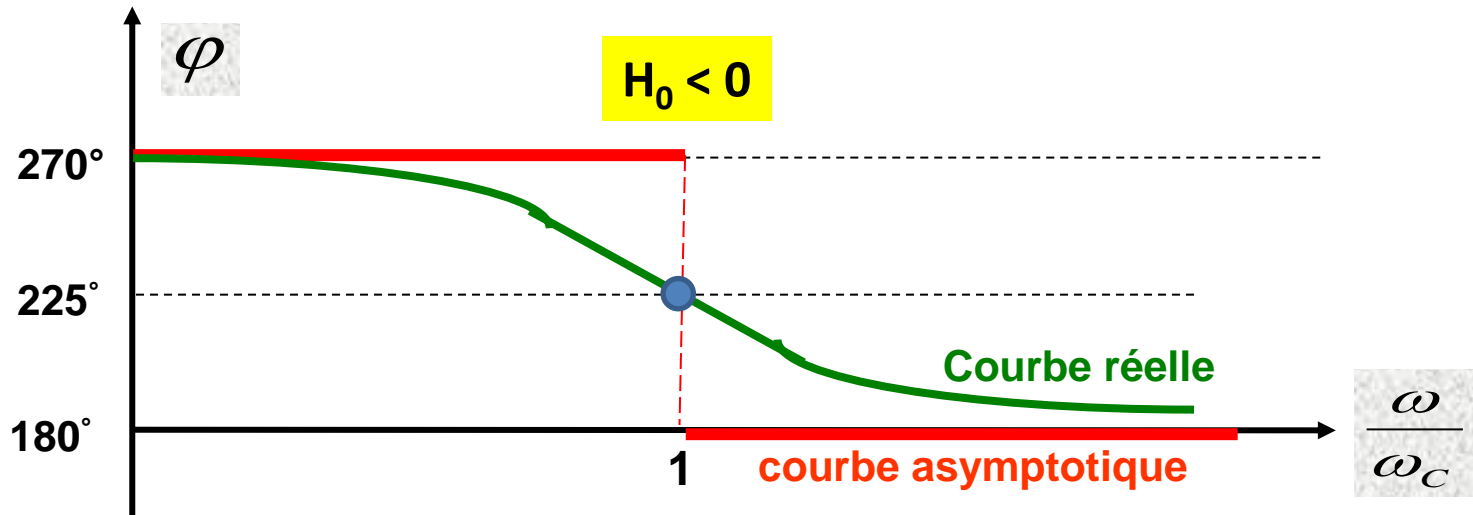
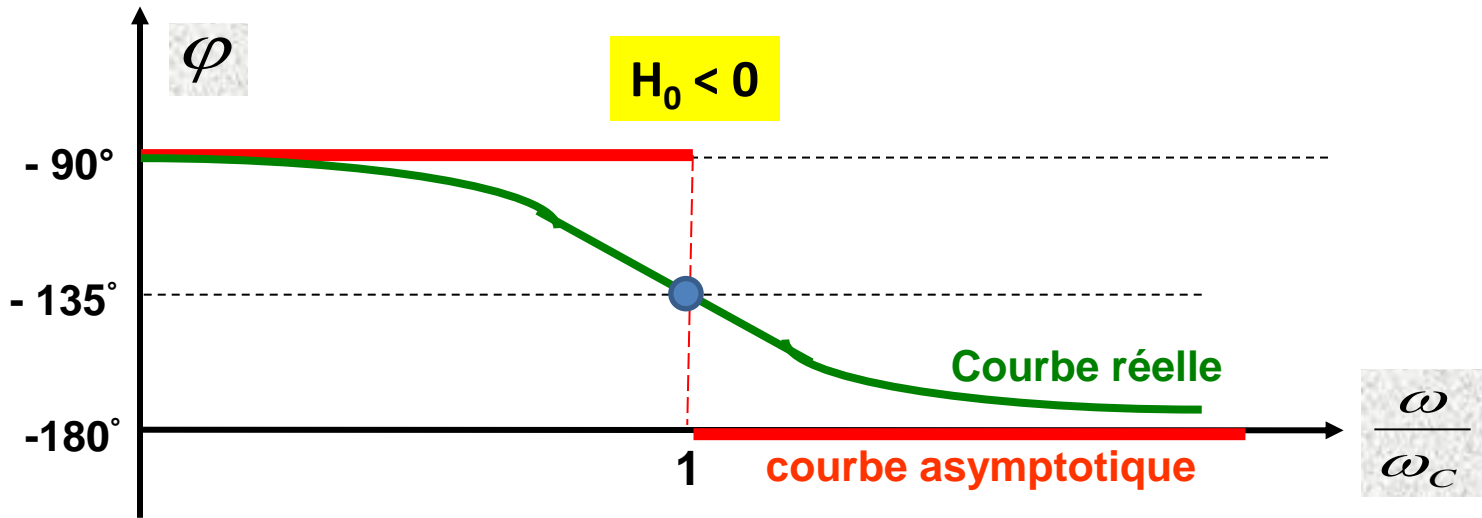
Tracé de Bode	0	ω_c	$+\infty$
$\underline{H} = \frac{v_s}{v_e} = H_0 \cdot \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$	⊗	⊗	⊗
$G = H_0 \cdot \frac{\frac{\omega}{\omega_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$	0	$\frac{ H_0 }{\sqrt{2}}$	$ H_0 $
$H_0 > 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$ $H_0 < 0 \Rightarrow \varphi = \pm \pi + \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$	$H_0 > 0 \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{2}$ $H_0 < 0 \Rightarrow \varphi = \begin{cases} +\frac{3\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \end{cases}$	$H_0 > 0 \Rightarrow \varphi = +\frac{\pi}{4}$ $H_0 < 0 \Rightarrow \varphi = \begin{cases} +\frac{5\pi}{4} \\ -\frac{3\pi}{4} \end{cases}$	$H_0 > 0 \Rightarrow \varphi = 0$ $H_0 < 0 \Rightarrow \varphi = \pm \pi$
$G_{dB} = 20 \log_{10} \left(H_0 \cdot \frac{\frac{\omega}{\omega_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \right)$	$-\infty dB$	$G_0(dB) - 3dB$	$G_0(dB)$

e) Filtre passe haut actif de 1^{er} ordre : courbe de gain en dB

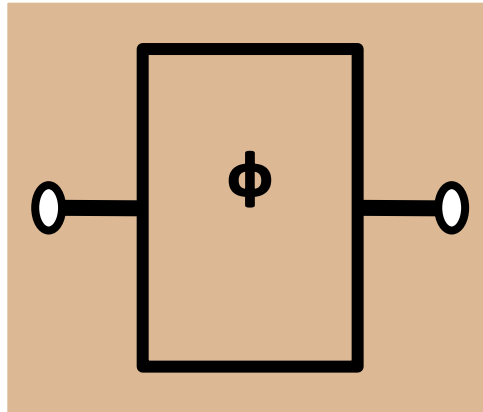


f) Filtre passe haut actif de 1^{er} ordre : courbe de phase





Filtre Passe Tout : « FPT »



Filtre Déphaseur

IV. Filtre actif passe tout (déphaseur)

1. FPT passif

La fonction de transfert d'un filtre passe tout : version n°1

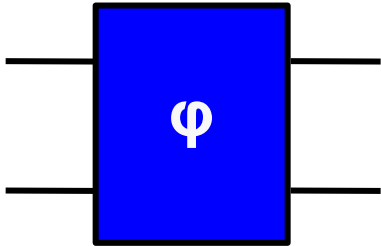
$$\underline{F.P.T} : \quad \underline{H} = H_0 \frac{1 - j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} = G e^{j\varphi}$$

$$H_0 = +1 \quad \text{ou} \quad H_0 = -1 \quad \Rightarrow \quad G = |H_0| = 1$$

$$\varphi = -2 \arctg \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) = \varphi(\omega) \quad \text{si} \quad H_0 = +1$$

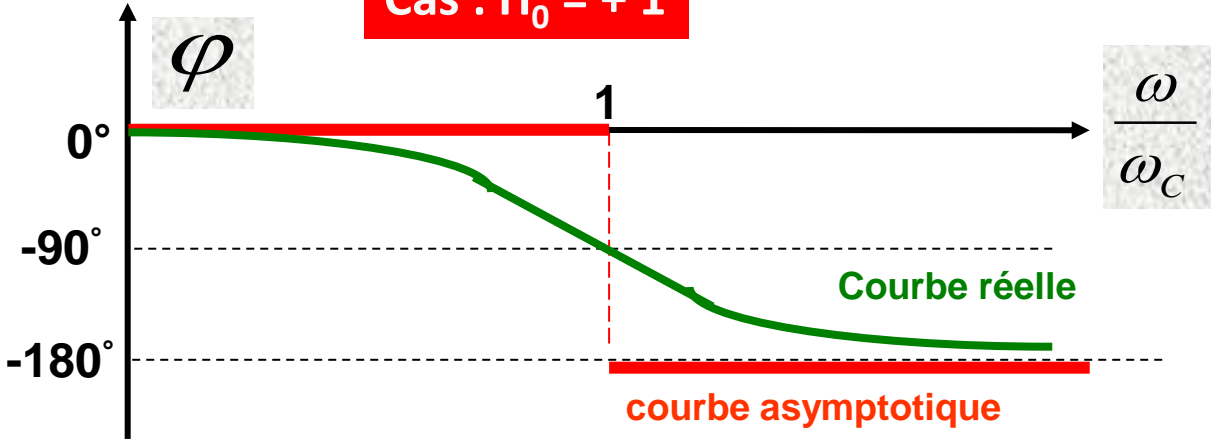
$$\varphi = \pi - 2 \arctg \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) = \varphi(\omega) \quad \text{si} \quad H_0 = -1$$

$$\varphi = -2 \arctg \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)$$

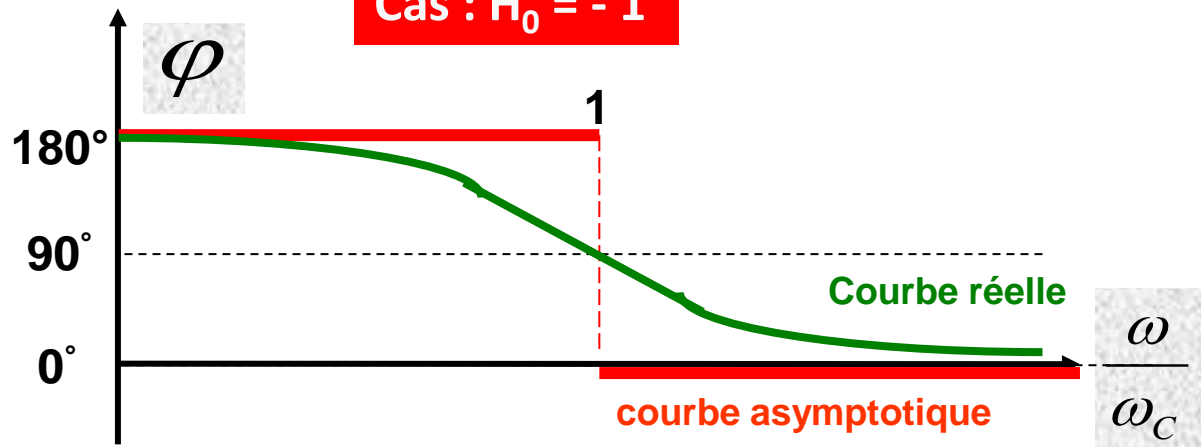


$$\varphi = \pi - 2 \arctg \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)$$

Cas : $H_0 = + 1$



Cas : $H_0 = - 1$



La fonction de transfert d'un filtre passe tout : version n°2

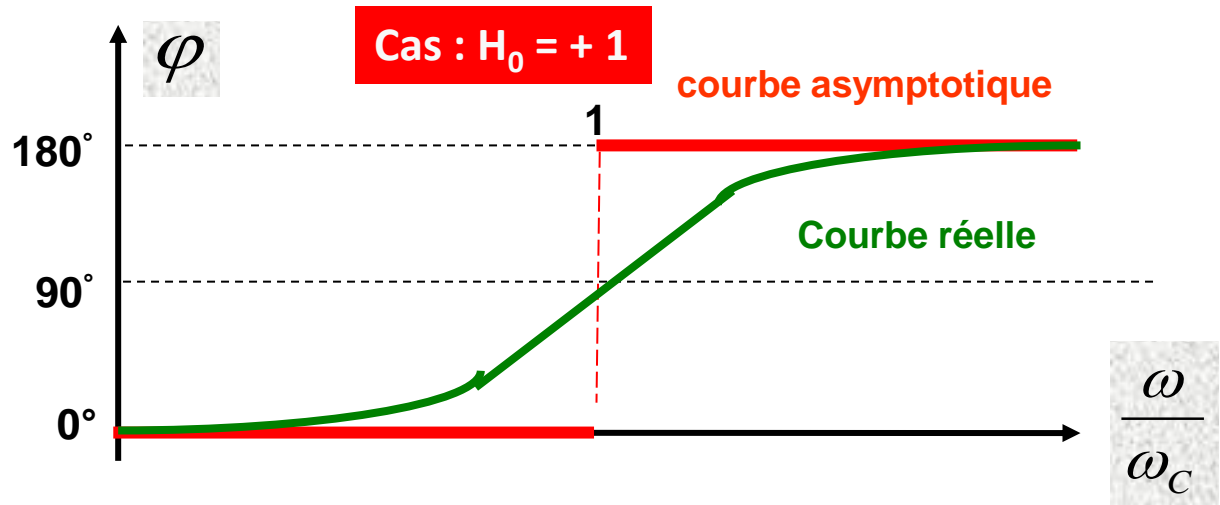
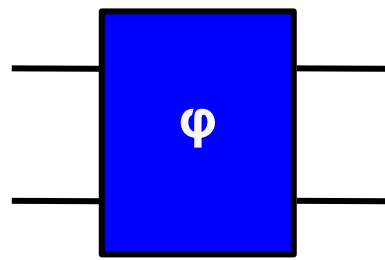
$$\underline{F.P.T} : \quad \underline{H} = H_0 \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 - j \frac{\omega}{\omega_c}} = G e^{j\varphi}$$

$$H_0 = +1 \quad \text{ou} \quad H_0 = -1 \quad \Rightarrow \quad G = |H_0| = 1$$

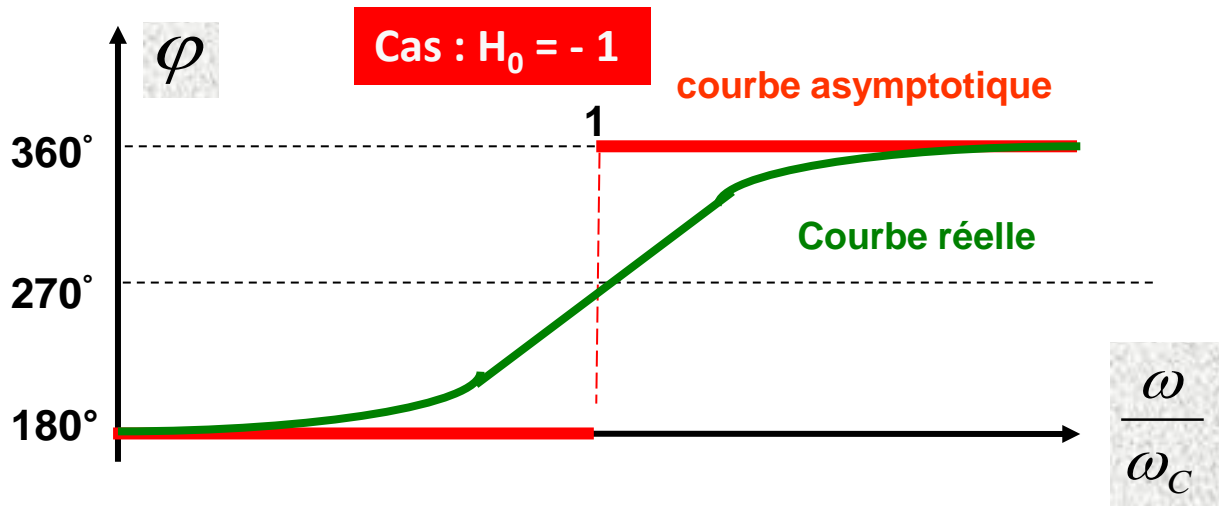
$$\varphi = +2 \arctg \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) = \varphi(\omega) \quad \text{si} \quad H_0 = +1$$

$$\varphi = \pi + 2 \arctg \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) = \varphi(\omega) \quad \text{si} \quad H_0 = -1$$

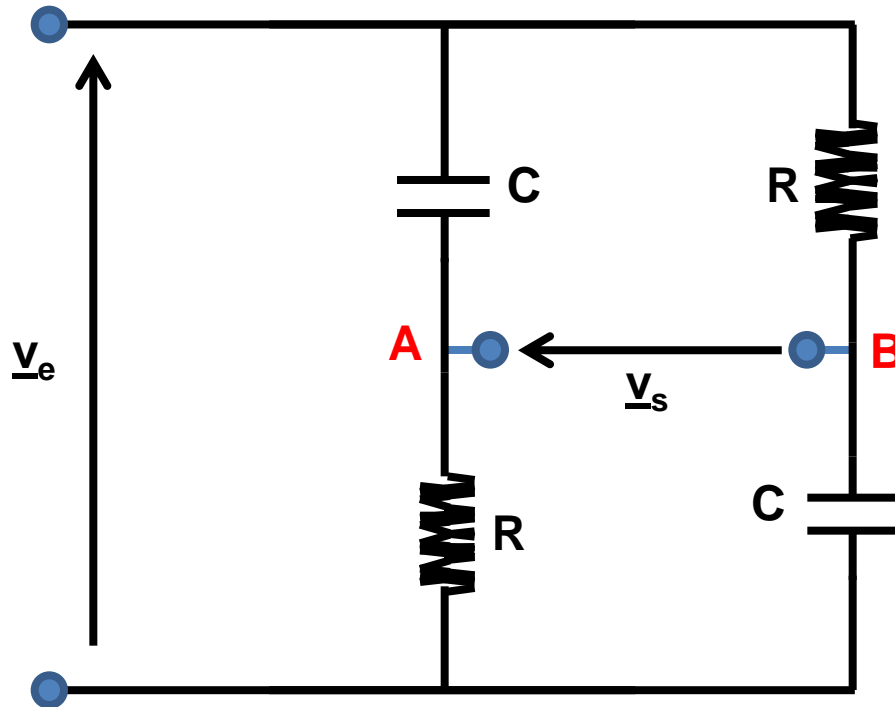
$$\varphi = +2\text{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$



$$\varphi = \pi + 2\text{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$



Matérialisation d'un filtre passe tout passif de 1^{er} ordre

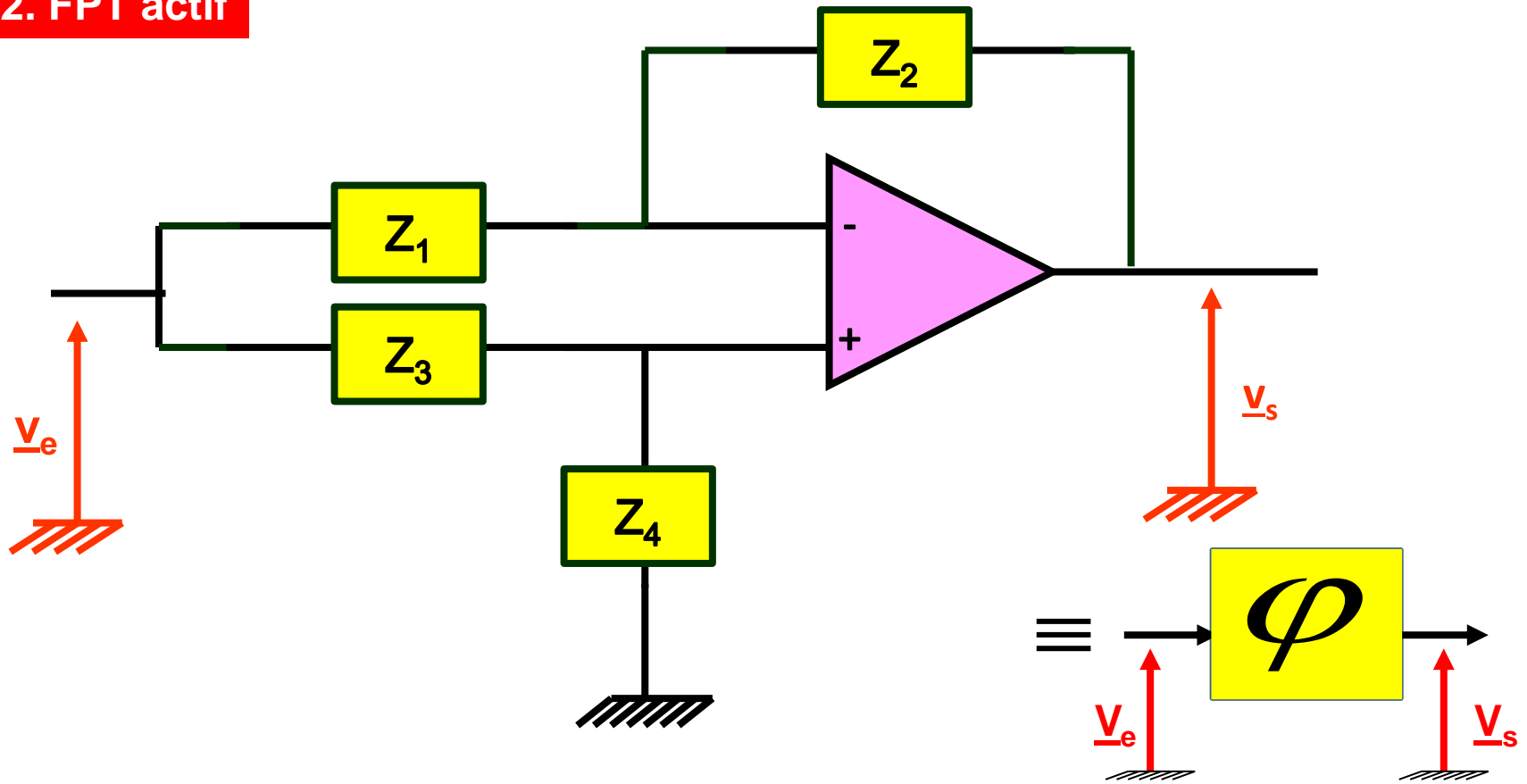


F.P.T :

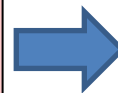
$$\underline{H} = -\frac{1 - j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} = G e^{j\varphi}$$

$$\underline{H} = \frac{v_s}{v_e} = \frac{R - \frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = -\frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega} = -\frac{1 - j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

2. FPT actif



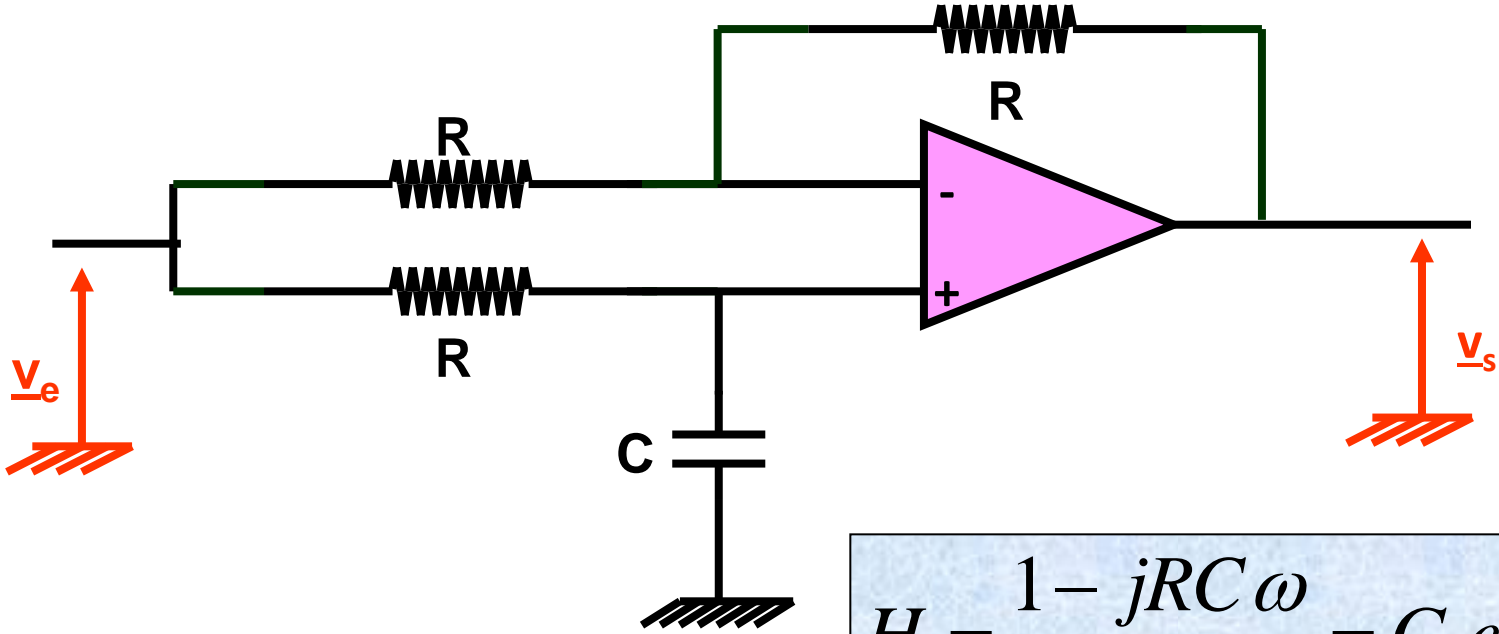
$$\underline{H} = \frac{Z_4}{Z_1} \cdot \frac{Z_1 + Z_2}{Z_3 + Z_4} - \frac{Z_2}{Z_1}$$



$$\underline{H} = \frac{Z_1 Z_4 - Z_2 Z_3}{Z_1 (Z_3 + Z_4)}$$

Cas n°1 :

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = R \quad Z_4 = \frac{1}{jC\omega}$$



$$\underline{H} = \frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega} = G e^{j\varphi}$$

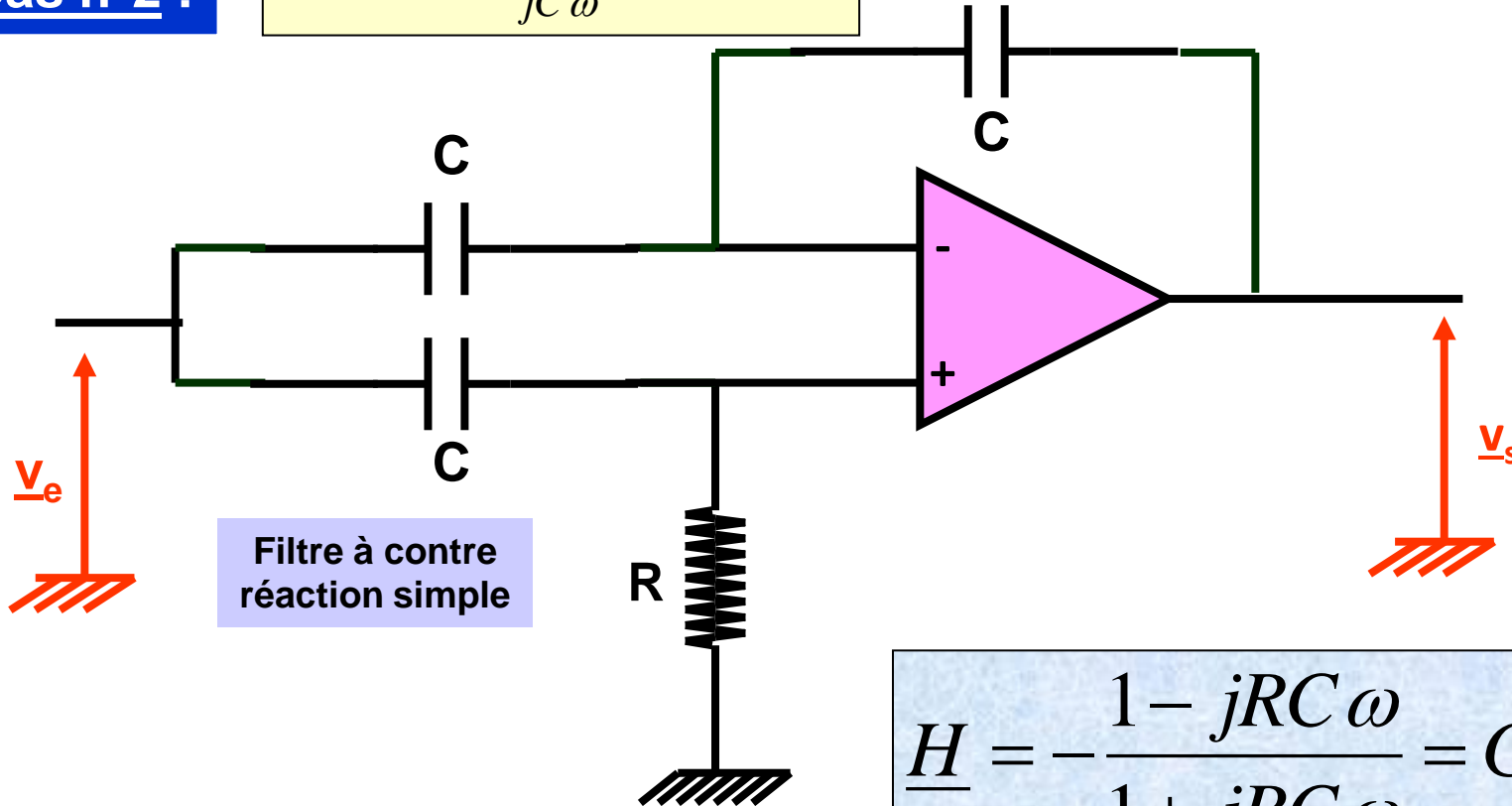
→ **Module :** $|\underline{H}| = G = 1 \quad \forall \omega$

→ **Déphasage :** $\varphi = -2 \arctg(RC\omega)$

$$\underline{H} = e^{j\varphi}$$

Cas n°2 :

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = \frac{1}{jC\omega} \quad Z_4 = R$$



$$\underline{H} = -\frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega} = G e^{j\varphi}$$

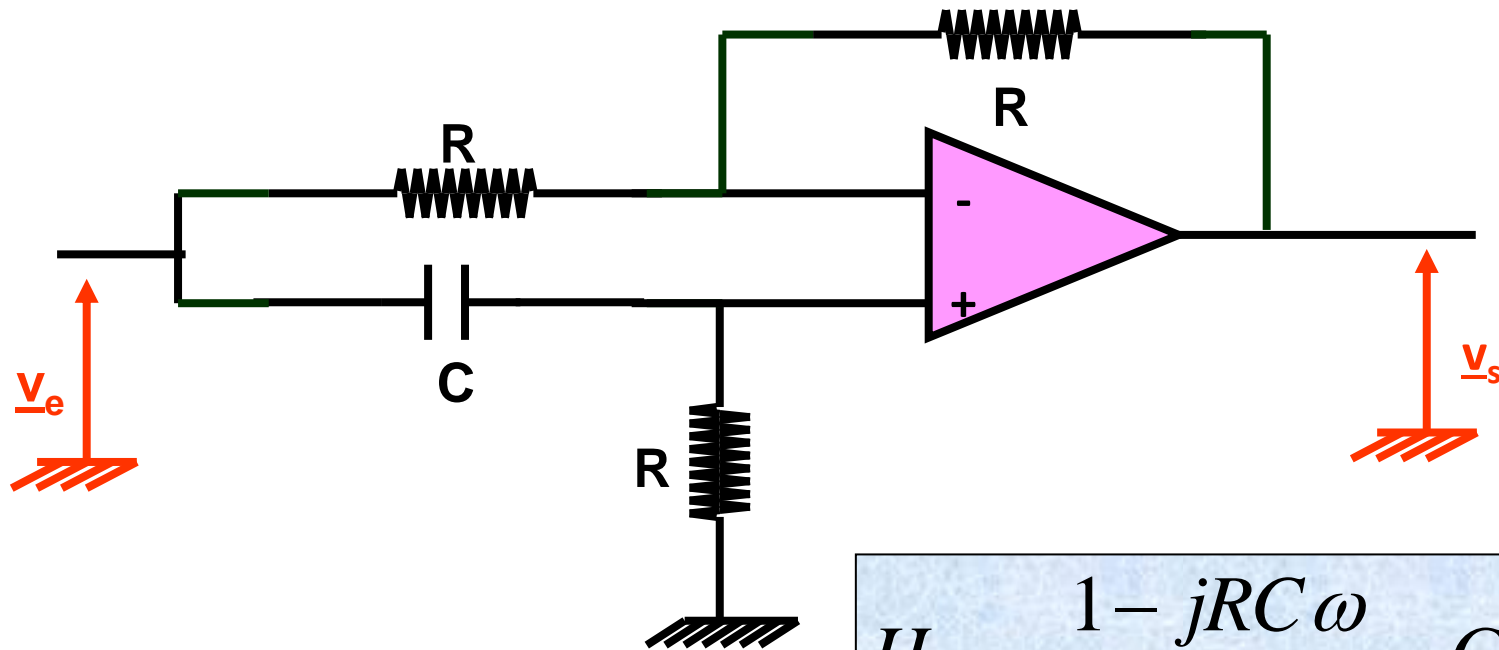
→ Module : $|\underline{H}| = G = 1 \quad \forall \omega$

→ Déphasage : $\varphi = \pi - 2 \arctg(RC\omega)$

$$\underline{H} = e^{j\varphi}$$

Cas n°3 :

$$Z_1 = Z_2 = Z_4 = R \quad Z_3 = \frac{1}{jC\omega}$$



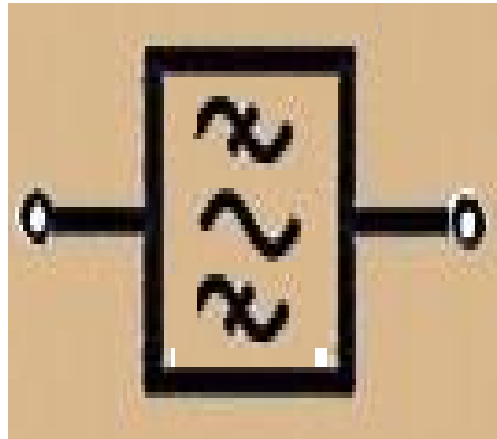
$$\underline{H} = -\frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega} = G e^{j\varphi}$$

→ Module : $|\underline{H}| = G = 1 \quad \forall \omega$

→ Déphasage : $\varphi = \pi - 2 \arctg(RC\omega)$

$$\underline{H} = e^{j\varphi}$$

Filtre Passe Bande



V. Filtre passe Bande de 2^{ème} ordre

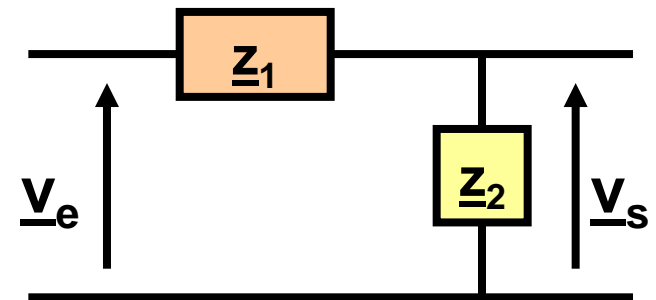
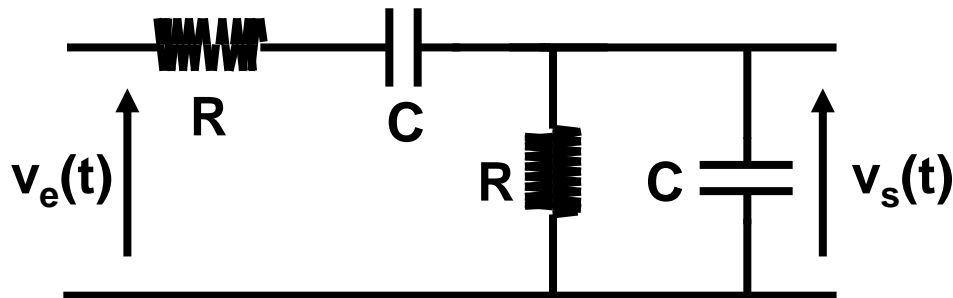
1. Filtre Passe Bande passif

a°) Fonction de transfert universelle d'un Filtre Passe Bande du 2^{ème} ordre

$$\underline{H} = H_0 \frac{2jm \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} = H_0 \frac{j \frac{1}{Q} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)}{1 + j \frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \omega_0 : \text{pulsation centrale de la bande} \\ m = \frac{1}{2Q} : \text{coefficient t d'amortissement} \\ Q = \frac{1}{2m} : \text{coefficient t de qualité} \end{cases}$$

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \omega_0 : \text{pulsation centrale} \\ Q : \text{coefficient nt de surtension ou (de qualité)} \end{cases}$$

b°) Circuit RC série – RC // : Filtre Passe Bande



Représentation symbolique complexe

c°) Fonction de transfert du circuit

$$\underline{v}_s = \underline{v}_e \frac{1}{1 + \underline{y}_2 \cdot \underline{z}_1} = \underline{v}_e \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{R} + jC\omega \right) \left(R + \frac{1}{jC\omega} \right)}$$

$$\underline{H} = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{\frac{1}{3}}{1 + j \left(\frac{RC\omega}{3} - \frac{1}{3RC\omega} \right)} = G e^{j\varphi}$$

d°) Caractéristiques du filtre

Par identification à la fonction de transfert universelle on en déduit que :

$$\underline{H} = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{\frac{1}{3}}{1 + j \left(\frac{RC\omega}{3} - \frac{1}{3RC\omega} \right)} = \frac{H_0}{1 + j Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = H_0 \frac{2jm \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} = H_0 \frac{j \frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j \frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

$$H_0 = \frac{1}{3} \qquad \underbrace{Q = \frac{1}{3} < 0,5}_{\text{pas de résonance}} \qquad \underbrace{m = \frac{3}{2} > 1}_{\text{pas de résonance}} \qquad \omega_0 = \frac{1}{RC} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

e° Diagramme de Bode asymptotique (ou étude asymptotique)

Etude asymptotique	$\omega \ll \omega_0$	$\omega \gg \omega_0$
$\underline{H} = \frac{1/3}{1 + j\left(\frac{RC\omega}{3} - \frac{1}{3RC\omega}\right)} = \frac{1/3}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$	$\underline{H} \approx \frac{1/3}{jQ\left(-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$	$\underline{H} \approx \frac{1/3}{jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$
$G = \frac{1/3}{\sqrt{1 + \left(\frac{RC\omega}{3} - \frac{1}{3RC\omega}\right)^2}} = \frac{1/3}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$	$G \approx \frac{1/3}{Q\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$	$G = \frac{1/3}{Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$
$\varphi = -\arctg\left(\left(\frac{RC\omega}{3} - \frac{1}{3RC\omega}\right)\right) = -\arctg\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$	$\varphi \approx +\arctg\left(\frac{Q\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)}{0}\right) = +\frac{\pi}{2}$	$\varphi \approx -\arctg\left(\frac{Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{0}\right) = -\frac{\pi}{2}$
$G_{dB} = 20 \log \left[\frac{1/3}{\sqrt{1 + \left(\frac{RC\omega}{3} - \frac{1}{3RC\omega}\right)^2}} \right] = 20 \log \left[\frac{1/3}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \right]$	$\begin{cases} G_{dB} = 20 \log \left(\frac{1/3}{Q\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)} \right) \\ \text{pente de } (+1) \end{cases}$	$\begin{cases} G_{dB} = 20 \log \left(\frac{1/3}{Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)} \right) \\ \text{pente de } (-1) \end{cases}$

f°) Diagramme de Bode réel (ou courbe réelle ou allure réelle)

Tracé de Bode	0	ω_0	$+\infty$
$\underline{H} = \frac{\frac{1}{3}}{1 + j\left(\frac{RC\omega}{3} - \frac{1}{3RC\omega}\right)} = \frac{\frac{1}{3}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$	⊗	⊗	⊗
$G = \frac{\frac{1}{3}}{\sqrt{1 + \left(\frac{RC\omega}{3} - \frac{1}{3RC\omega}\right)^2}} = \frac{\frac{1}{3}}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$	0	$\frac{1}{3}$	0
$\varphi = -\arctg\left(\frac{RC\omega}{3} - \frac{1}{3RC\omega}\right) = -\arctg\left(Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)$	$+\frac{\pi}{2}$	0	$-\frac{\pi}{2}$
$G_{dB} = 20 \log \left(\frac{\frac{1}{3}}{\sqrt{1 + \left(\frac{RC\omega}{3} - \frac{1}{3RC\omega}\right)^2}} \right) = 20 \log \left(\frac{\frac{1}{3}}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \right)$	$-\infty \text{ dB}$	$-9,54 \text{ dB}$	$-\infty \text{ dB}$

Diagramme de BODE

Module en décibel pulsations quadrantales

Pas de résonance
car
 $Q < 0,5$ et $m > 1$

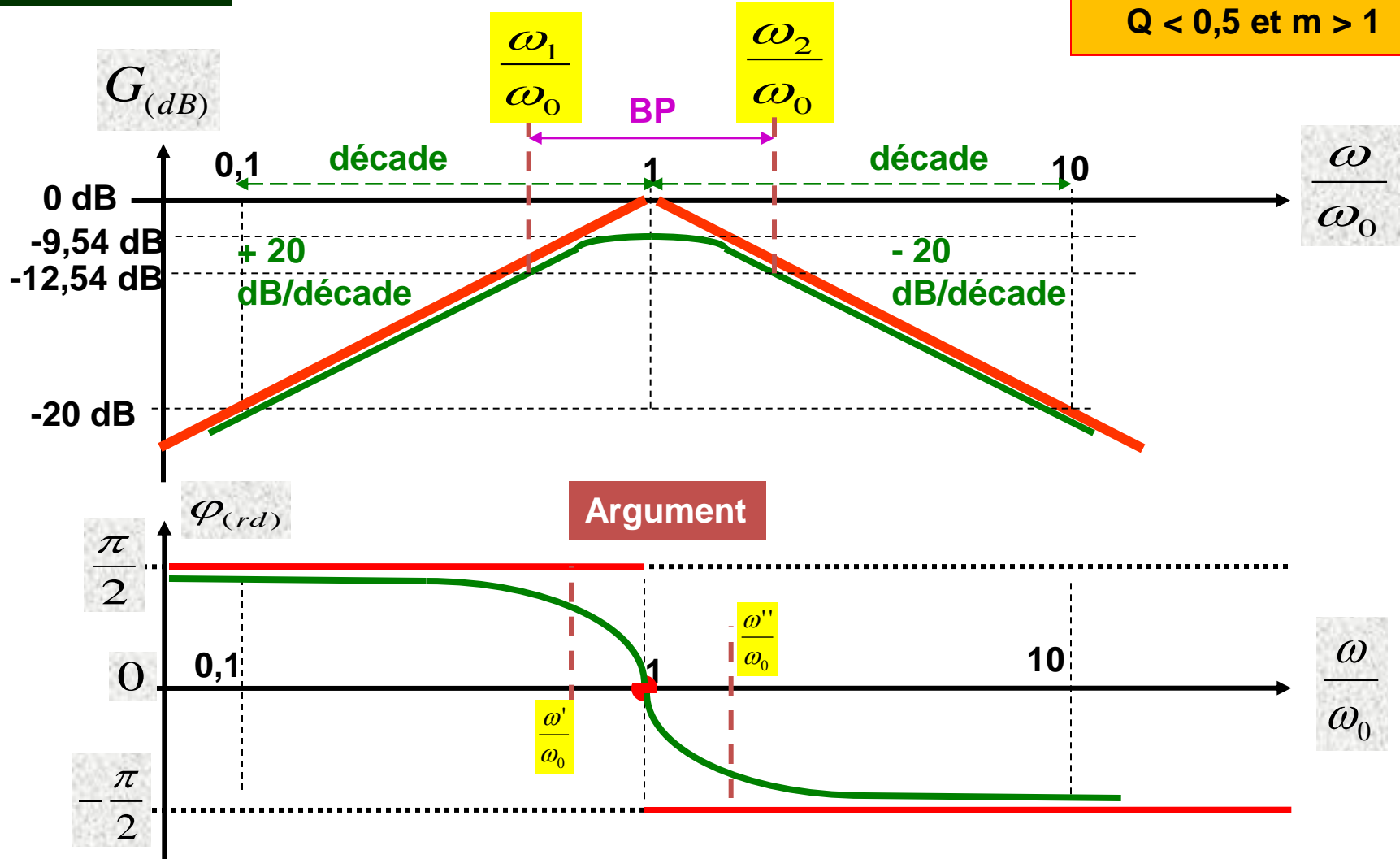
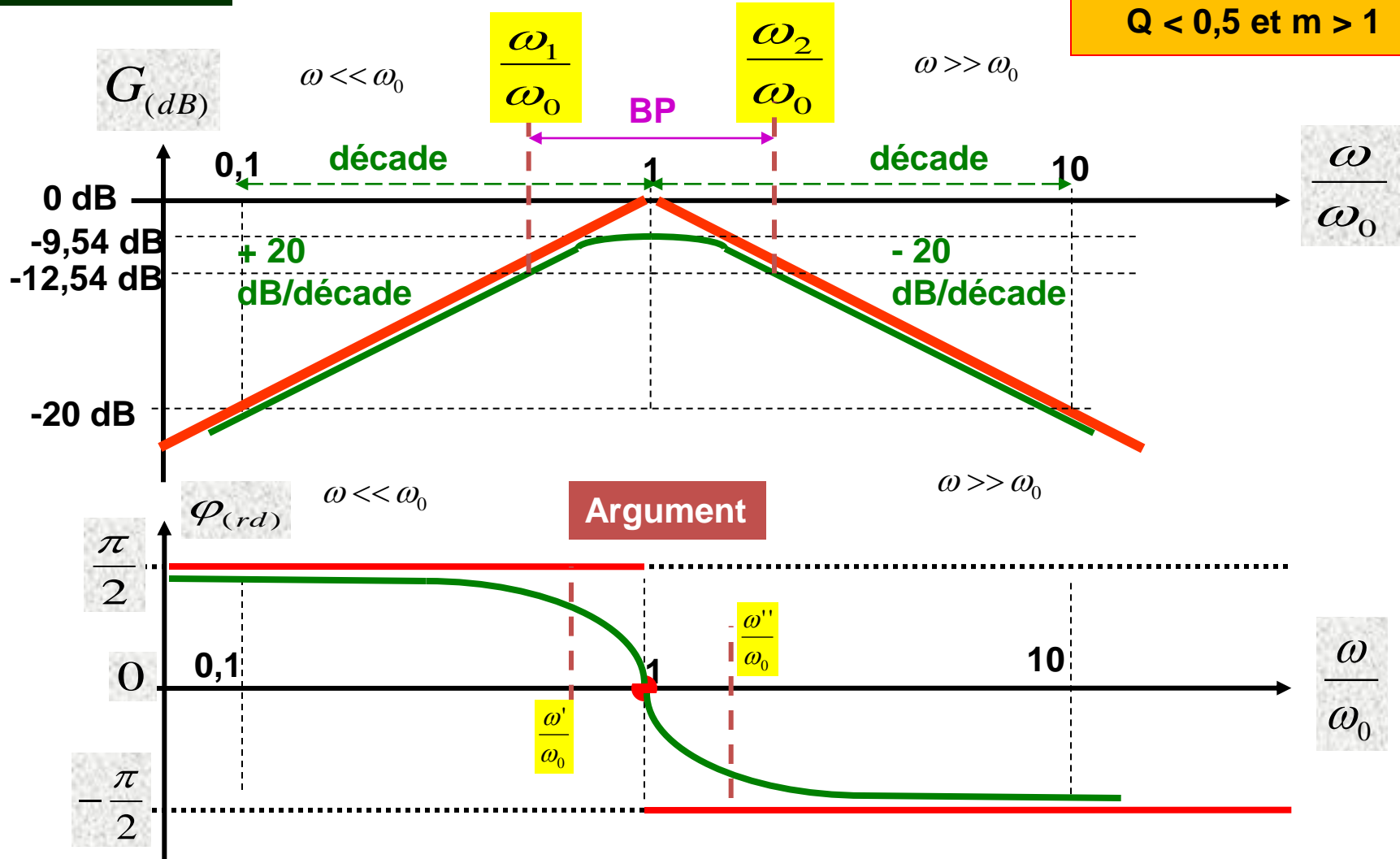


Diagramme de BODE

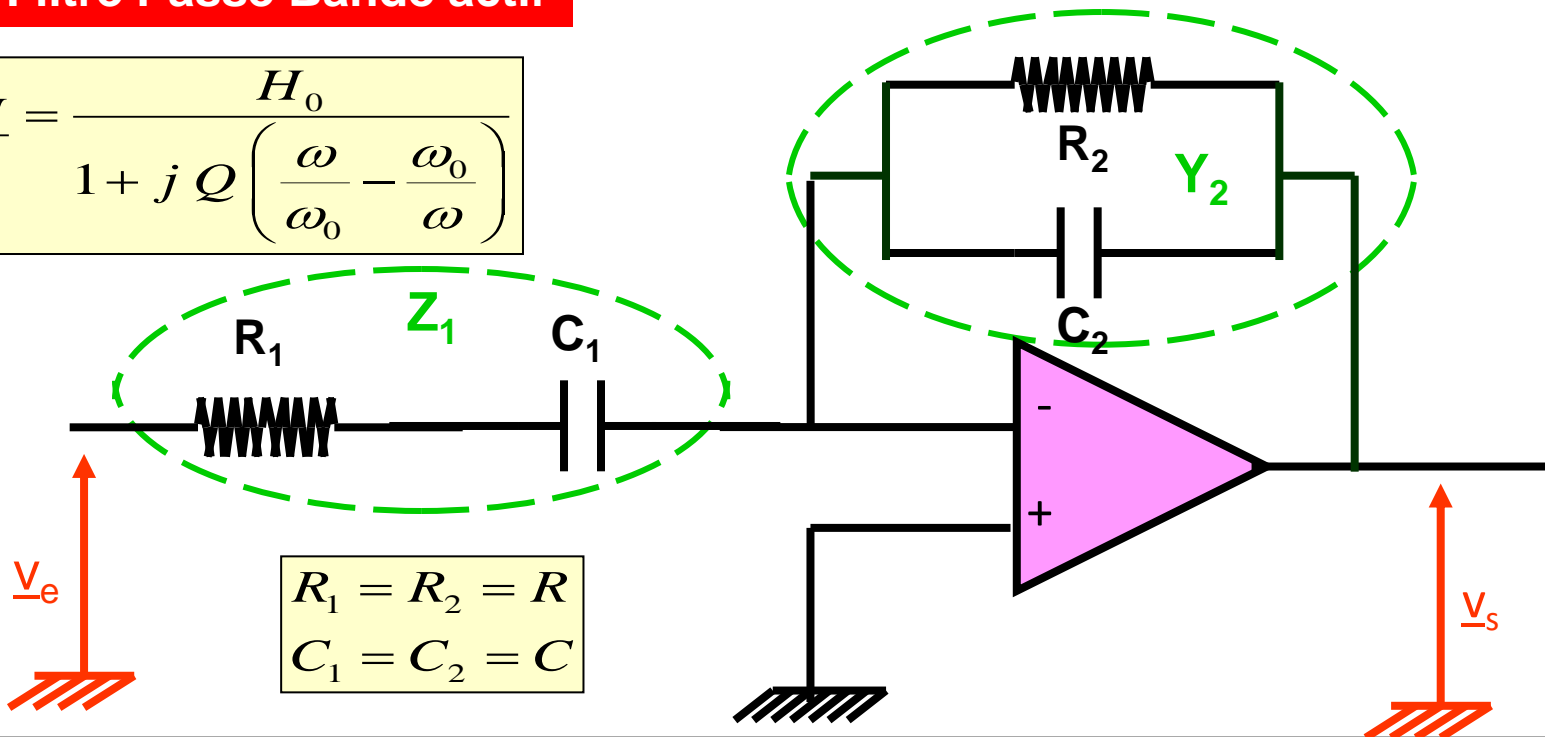
Module en décibel pulsations quadrantales

Pas de résonance
car
 $Q < 0,5$ et $m > 1$



2. Filtre Passe Bande actif

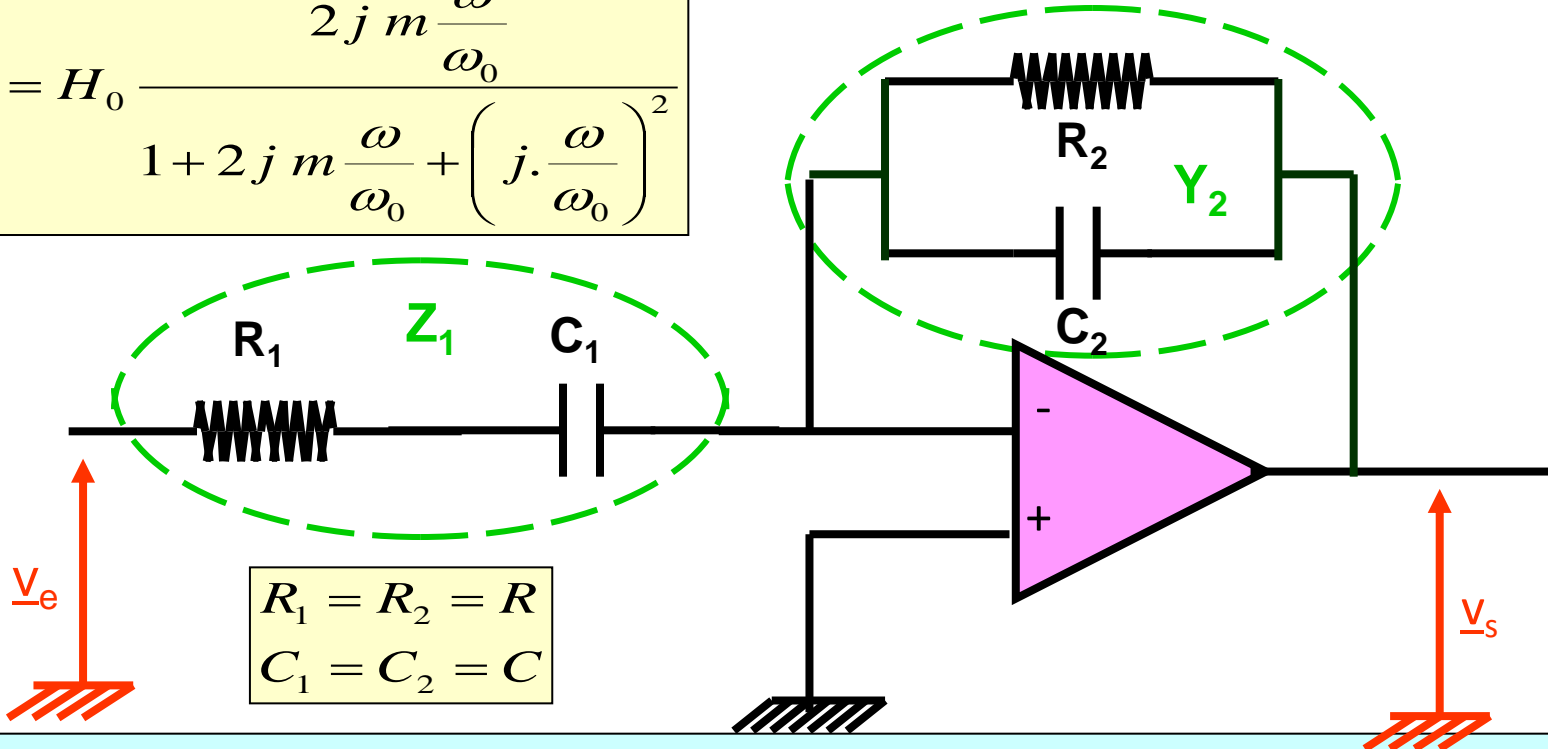
$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$



$$\underline{v}_s = -\frac{1}{Y_2 Z_1} \underline{v}_e \Rightarrow \underline{H} = -\frac{1}{\left(R + \frac{1}{jC\omega} \right) \left(\frac{1}{R} + jC\omega \right)} = -\frac{1/2}{1 + j \left(\frac{RC\omega}{2} - \frac{1}{2RC\omega} \right)} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

$$H_0 = -\frac{1}{2} \quad \omega_0 = \frac{1}{RC} \quad Q = \frac{1}{2m} = \frac{1}{2} \quad m = \frac{1}{2Q} = 1$$

$$\underline{H} = H_0 \frac{2 j m \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2 j m \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \cdot \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

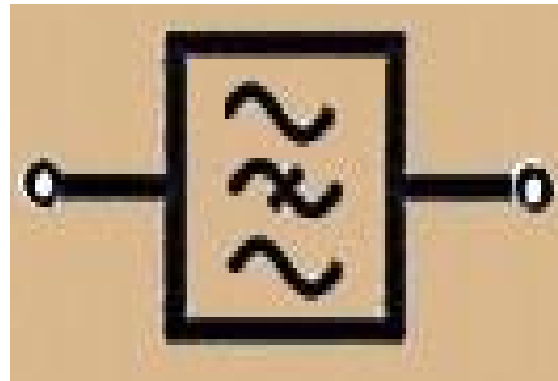


$$\begin{aligned} R_1 &= R_2 = R \\ C_1 &= C_2 = C \end{aligned}$$

$$\underline{v}_s = -\frac{1}{Z_1 Y_2} \underline{v}_e \Rightarrow \underline{H} = -\frac{1}{2} \frac{2 j R C \omega}{1 + 2 j R C \omega + (j R C \omega)^2} = H_0 \frac{2 j m \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2 j m \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

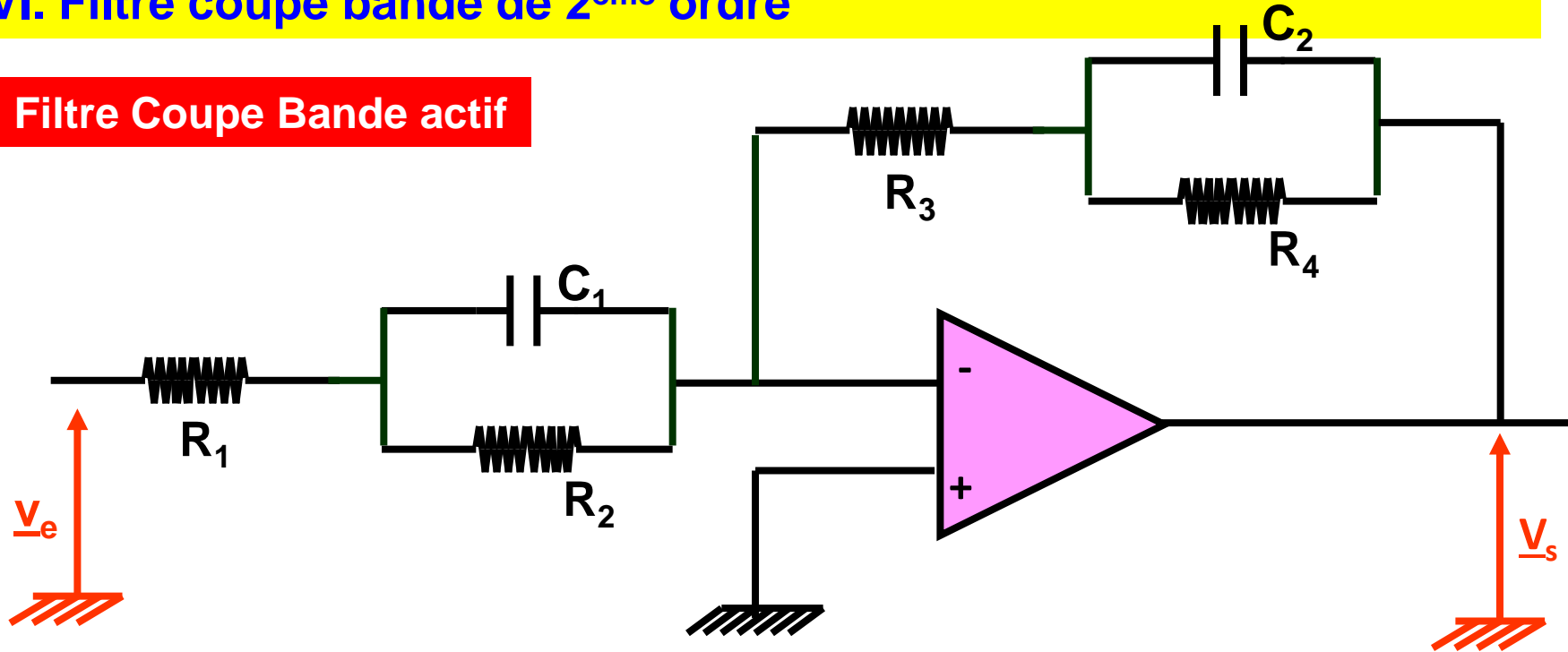
$$\underline{H} = \frac{-j R C \omega}{(1 + j R C \omega)^2} = \underbrace{-\frac{1}{1 + j R C \omega}}_{FPB} \times \underbrace{\frac{j R C \omega}{1 + j R C \omega}}_{FPH}$$

Filtre Coupe Bande



VI. Filtre coupe bande de 2^{ème} ordre

Filtre Coupe Bande actif



$$\underline{H} = H_0 \frac{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_1}\right) \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_2}\right)}{\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_3}\right) \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_4}\right)}$$

$$H_0 = - \frac{R_3 + R_4}{R_1 + R_2}$$

$$\omega_1 = \frac{R_3 + R_4}{R_3 \cdot R_4 \cdot C_2} \quad \omega_2 = \frac{1}{R_2 \cdot C_1}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{R_4 \cdot C_2} \quad \omega_4 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1}$$



Fin du chapitre III

Montages à régime linéaire dépendants de la fréquence