Transferts de chaleur = transferts thermique

chap 1 : Intro et concept :

. Thermique ou thermocinétique :
décrit quantitativement l'évolution des grandeurs caractéristiques du système.

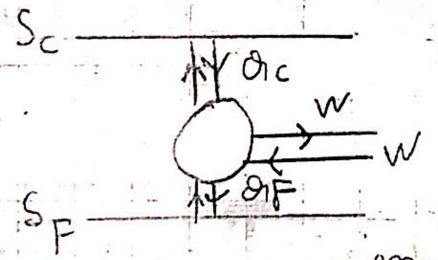
-> la température :
entre état d'éq i et final.

. microscopiquement : est une grandeur physique qui mesure l'agitation thermique des molécules

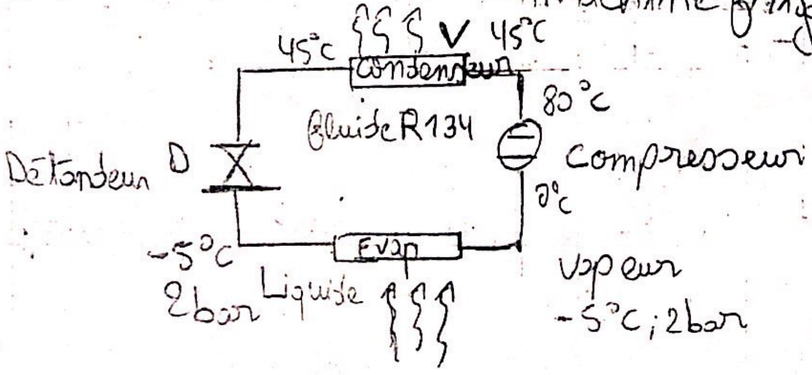
. macroscopiquement :
grandeur qui mesure : le chaud et le froid

-> Chaleur Q
Énergie exprimée en Joule (J) : [Q] = J
$1\ cal = 4{,}18\ J$
Pas une variable d'état.

Équilibre thermique :



machine frigorifique



$$\boxed{T_{eq} = \frac{C_1T_1 + C_2T_2}{C_1 + C_2}}$$ avec : $C_i = m_i c_i$

$$T_1 \xrightarrow{Q_1} T_{eq} \xleftarrow{Q_2} T_2$$

$Q_1 = m_1 c_1 (T_{eq} - T_1) < 0$

$Q_2 = m_2 c_2 (T_{eq} - T_2) > 0$

$Q_1 = - Q_2$

- réservoir thermique :

corps qui échange la chaleur sans que sa température change

↳ source de chaleur : r.th qui fournit de la chaleur à un syst.

↳ puit de chaleur : absorbe de la chaleur dégagée par un syst.

Débit de chaleur : = taux de chaleur

Q : quantité de chal. qui traverse une section transversale par unité de tps J/s ou W

Flux de chaleur

q : quantité de chal qui traverse $1m^2$ d'une sect. transversale par unité de tps J/s/m^2 ou W/m^2

- Travail :
Forme d'énergie équivalente mais non identique à la chaleur

- $[W] = J$

modes de transfert thermique :

. rayonnement (2 solides non en contact)

. convection (solide et fluide)

. conduction

. l'association

Conduction thermique :

surface transversale :
surf. perpendiculaire à la propagation d'un processus donné

Loi unidirectionnelle de la conduction :

-> le taux de chaleur est proportionnel

- à la surface A
- à la diff de temp ΔT
- conductivité thermique K (W/m/K)
- Inversement proportionnel à l'épaisseur Δx

$$Q = -k \cdot A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Loi de Fourier :

$$Q = -K A \frac{dT}{dx} \text{ en W}$$

Flux de chaleur : $q = \frac{Q}{A} = -K \frac{dT}{dx}$ en W/m^2

q indique le sens de propagation de la chaleur

. en propagation tridimensionnelle, le vecteur flux de chaleur q :

$\vec{q} = -k \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} - k \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} - k \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k}$ en $\boxed{W/m^2}$

$\vec{q} = -k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k} \right)$ en W/m^2

Fourier : $\vec{q} = -k \, \vec{grad}\, T$ en W/m^2

Ex 1

Mq : $dT = \vec{grad}\,T * d\vec{OM}$

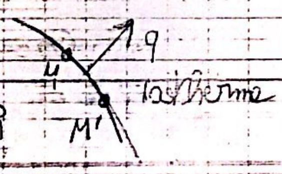
$= \left(\frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k} \right) \left(dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k} \right)$

$= \frac{\partial T}{\partial x} dx + \frac{\partial T}{\partial y} dy + \frac{\partial T}{\partial z} dz = dT$

. Mq $\vec{q} \perp$ aux isotherme

on considère une surface isotherme ($T = cte \Rightarrow dT = 0$)

$dT = \vec{grad}\,T * d\vec{OM} = 0$



$-k\, \vec{grad}\,T * d\vec{OM} = 0$

$\Rightarrow \vec{q} * d\vec{OM} = 0 \Rightarrow \vec{q} \perp$ à $d\vec{OM}$

Ex d'appli 1 :

a) le tour de perte de chaleur par le toit cette mur-là

b) " " " pour le prop. de la Δ

si le coût d'élect est 1DH/KWh

$[q] = W/m^2$; $[Q] = W$

$\vec{q} = -k \vec{grad}\, T$; $Q = Aq$

a) $q = -k \frac{\Delta T}{\Delta x}$; $q = -0{,}8\, W/m/k \; \frac{(15-4)K}{(0{,}25)m}$

$q = -35{,}2 \; W/m^2$

$Q = -35{,}2 \times (6 \times 8) = -1689{,}6\, W = -1{,}6896\, KW$

b) $E = Q \Delta t = 1{,}6896\, KW \times 10h = 16{,}896\, Kwh$

Montant = 16,896 DA

. convection :

fluide en mvt $\Rightarrow$ convection forcée

. Rayonnement :

2 corps T_1, T_2 avec $T_1 < T_2$

$\alpha = \frac{k}{\rho c p} \Rightarrow \alpha = \frac{[W/m/k]}{[kg/m^3][J \cdot kg^{-1} K^{-1}]}$

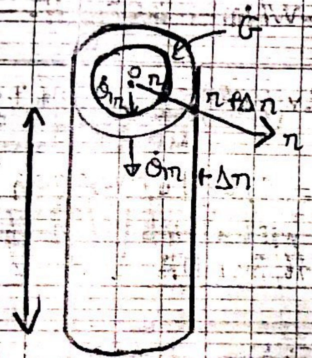
$= \frac{[J \cdot s^{-1} \cdot m^{-1} \cdot k^{-1}]}{[kg \cdot m^{-3}][J \cdot kg^{-1} \cdot k^{-1}]} = [m^2 s^{-1}]$

$T°(F) = \frac{9}{5} (T(°C)) + 32$

2) Équation en coordonnées cylindriques : Transfert radial

Ex :

en appliquant $\dot{Q}_e - \dot{Q}_s + \dot{Q}_{gén} = \dot{Q}_{accu}$ à l'élmt de vol. $\Delta V = A\,\Delta r$ d'un cyl, pendant Δt, l'équation de la chaleur de le cylindre ?



$$\underset{\text{entrée } W}{\dot{Q}(r)} - \underset{\text{sortie } W}{\dot{Q}(r+\Delta r)} + \underset{\substack{\text{gén} \\ W}}{G} = \underset{\text{accum } W}{\frac{\Delta E}{\Delta t}}$$

ΔE ?

G ?

$$\Delta E = E_{t+\Delta t} - E_t = m\,c\,(T_{t+\Delta t} - T_t) = \rho\, c A\, \Delta r\, (T_{t+\Delta t} - T_t)$$

prodct de l'énergie dans le vol. $A\Delta r$: $G = \underset{(W/m^3)}{g_0}\, \Delta V = g_0\, A\, \Delta r$

TD1 :

loi de Fourier : $\vec{q} = -k\, \vec{grad}\, T$

@ la conductivité thermique :

$$k = 1{,}9891 \times 10^{-4} \cdot \frac{\sqrt{T/M}}{\sigma^2\, \Omega_k}$$

selon la table E_1 (argon)

$\sigma_{AR} = 3{,}432\ (Å)$

$M = 39{,}948\ (g/m)$

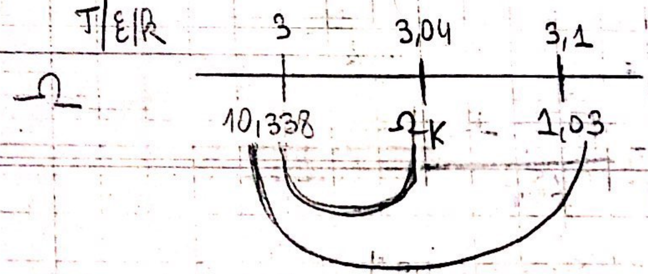
$\varepsilon/k = 122{,}4\ (K)$

$T = 100 + 273{,}15\ (K)$

pour avoir Ω_k on forme le rapport :

$$T/\varepsilon/k = \frac{373{,}15}{122{,}4} = 3{,}04$$

à trouver le Tab E_2 :



$$\frac{\Omega_k - 1{,}0388}{1{,}03 - 1{,}0388} = \frac{3{,}04 - 3}{3{,}1 - 3} = \frac{0{,}04}{0{,}1} = 0{,}4$$

$$\Omega_k = 1{,}0388 + 0{,}4\,(1{,}03 - 1{,}0388)$$

$$= \underline{1{,}0353}$$

d'où : $K = 1{,}9891 \times 10^{-4} \dfrac{\sqrt{\dfrac{373{,}15}{39{,}948}}}{(3{,}1432)^2 \times 1{,}0353}$

$= 4{,}98 \times 10^{-5}$ cal/(s.cm.K)

2) comparer avec la valeur expérimentale $5{,}06 \times 10^{-5}$ cal/(s.cm.K)

$\varepsilon_R = \dfrac{|K_{exp} - K_{cal}|}{K_{exp}} = \dfrac{|(5{,}06 - 4{,}98)| \times 10^{-5}}{5{,}06 \times 10^{-5}}$

$= 1{,}5\,\%$

3) $K = (\tilde{C_p} + 1{,}25 R)\dfrac{\mu}{M}$

$= (7{,}15 + 1{,}25 \times 1{,}987) \times \dfrac{1929 \times 10^{-7}}{32{,}006}$

$K_{cal} = 6{,}19326 \times 10^{-5}$ cal/m.s.K

$= 6{,}19326 \times 10^{-5} \times 4{,}184 \times 10^{2}$

$K_{cal} = 0{,}02591$ W/m.K

$K_{exp} = 0{,}02590$ W/m.K

$\varepsilon_r = \dfrac{|K_{exp} - K_{cal}|}{K_{exp}}$

$\varepsilon_r = \dfrac{|0{,}02590 - 0{,}02591|}{0{,}02590} = 0{,}038\,\%$

pour CH_4

$K = (\tilde{C_p} + 1{,}25 R) . \dfrac{\mu}{M}$

$= (8{,}55 + 1{,}987 \times 1{,}25) \times \dfrac{1116 \times 10^{-7}}{16{,}04}$

$= 7{,}67684 \times 10^{-5}$ cal s^{-1} cm^{-1} K^{-1}

$K_{cal} = 7{,}67684 \times 10^{-5} \times 4{,}184 \times 10^{2}$ W m^{-1} K^{-1}

$= 0{,}03211$ W m^{-1} K^{-1}

$K_{exp} = 0{,}03427$ W m^{-1} K^{-1}

$\varepsilon_r = \dfrac{|K_{exp} - K_{cal}|}{K_{exp}} = \dfrac{|0{,}03427 - 0{,}03211|}{0{,}03427}$

$= 6{,}3\,\%$

Ex 02 :

$$K_{mix} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i K_i}{\sum_{j=1}^{n} x_j \phi_{ij}}$$

$$K_{mix} = \frac{x_1 K_1}{\sum_{j=1}^{2} x_j \phi_{1j}} + \frac{x_2 K_2}{\sum_{j=1}^{2} x_j \phi_{2j}}$$

$$= \frac{x_1 K_1}{x_1 \phi_{11} + x_2 \phi_{12}} + \frac{x_2 K_2}{x_1 \phi_{21} + x_2 \phi_{22}}$$

$$x_i = \frac{n_i}{n} = \frac{n_i V_0}{n V_0} = \boxed{\frac{V_i}{V}}$$

	M_i	k_i	$\mu_i \cdot 10^5$	X_i
1 H_2	2,016	0,1789	0,8944	0,8
2 CO_2	44,10	0,01661	1,506	0,2

$$\phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}}\left(1+\frac{M_i}{M_j}\right)^{-1/2}\left(1+\left(\frac{\mu_i}{\mu_j}\right)^{1/2}\left(\frac{M_j}{M_i}\right)^{1/4}\right)^2$$

$\phi_{11} = \phi_{22} = 1$

$$\phi_{21} = \frac{1}{\sqrt{8}}\left(1+\frac{44,01}{31,999}\right)^{-1/2}\left(1+\left(\frac{1,506}{0,8944}\right)^{1/2}\left(\frac{31,999}{44,01}\right)^{1/4}\right)^2$$
$= 2,4568$

$\phi_{12} = 0,1895$

$$\text{donc}: k_{mim} = \frac{0,2 \times 0,01661}{0,2+0,8\times 2,4568} + \frac{0,8\times 0,1789}{0,8+0,2\times 0,1895}$$
$= 12,02 \times 10^{-2}\ W/m.K$

Ex 4 :

a) $K = K_r \cdot K_c$

D'après la table E_1 :

$P_c = 45,8$ (atm)

$T_c = 191,1$ (K)

$K_c = 158 \times 10^{-6}$ cal.cm^{-1}.s^{-1}.K

Ainsi on a : $P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{110,4}{45,8} = 2,41$

$T_r = \frac{T(F) + 459,4}{1,8 \times T_c} = 1,77$ $\Rightarrow$ D'après le graphe $K_r(P_r, T_r) \simeq 0,77$

$K = K_r \times K_c = 0,77 \times 158 \times 10^{-6}$
$= 1,2166 \times 10^{-4}$ cal.s^{-1}.cm^{-1}.K^{-1}

$= 1,2166 \times 10^{-4} \times 2,4175 \times 10^2$ Btu/hr ft F

$\boxed{K = 0,0294\ \text{Btu/hr ft F}}$

$E_r = \frac{0,0294 - 0,0282}{0,0282} = 4,2\%$ $\Rightarrow$ $E_r = 4,2\%$

Série 2 :

Ex 1

a) $\Delta T + \frac{g_0}{K} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{g_0}{K} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

pas de produit de chaleur $\Rightarrow g_0 = 0$

on suppose que la chaleur se propage de manière unidirectionnelle (suivant Ox) $\Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$

un régime permanent (stationnaire) $\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} = 0$

d'où $\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = C_1 \Rightarrow T(x) = C_1 x + C_2$ (1)

① + CL ⇝ le pb. est fermé

$CL_1 : x = 0,\ T = T_1 \rightsquigarrow T(0) = T_1 = C_1 \cdot 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = T_1$

$CL_2 : x = L,\ T = T_2 \rightsquigarrow T(L) = T_2 = C_1 L + T_1$

d'où : $C_1 = \dfrac{T_2 - T_1}{L}$

$$\begin{cases} T(x) = \dfrac{T_2 - T_1}{L} x + T_1 = \dfrac{50 - 120}{0{,}2} x + 120 \\ 0 \leq x \leq L \end{cases}$$

T en $x = 0{,}1$

avec $T(x) = -350x + 120$

$T(0{,}1) = -350 \times 0{,}1 + 120 = 85°C$

④

$$\Delta T + \frac{g_0}{K} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

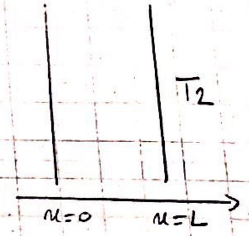
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \underbrace{\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}}_{=0} + \frac{g_0}{k} = \underbrace{\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}}_{=0}$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{g_0}{k} = 0$$

$Q = hA\Delta T$

$q = h\Delta T$

Ex:



CL_1 : en $x = L$: $T = T_2 = 110°c$

$CL_2 : x = 0$

$$q_0 = -K\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=0}$$

$q_0 = -K a_1$

$$q_0 = \frac{800 \times 0{,}9}{\pi (0{,}1)^2} = 22{,}91\ KW/m^2$$

Ex 03

b) on sait que $T(x) = -2666,66x + 41086,56$

• $T(x) = C_1 x + C_2$

CL_1 : $-k\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=0} = q_0$

$\frac{dT}{dx} = C_1 \Rightarrow -k C_1 = q_0$

$C_1 = \frac{-q_0}{k}$

$T(x) = -\frac{q_0}{k} x + C_2$

CL_2 =

$-k\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=L} = h\left(T(x) - T_\infty\right)_L$

$-kC_1 = h\left(T(L) - T_\infty\right)$

$-kC_1 = h\left(C_1 L + C_2 - T_\infty\right)$

$\frac{q_0}{h} - C_1 L + T_\infty = C_2$

$\frac{q_0}{h} + \frac{q_0}{k} L + T_\infty = C_2$

$T(x) = -\frac{q_0}{k} x + \frac{q_0}{h} + \frac{q_0}{k} L + T_\infty$

$T(x) = \frac{q_0}{k}(L - x) + \frac{q_0}{h} + T_\infty$

b) $x = 0$,

$T(0) = \frac{q_0}{k} L + \frac{q_0}{h} + T_\infty$

Transferts de chaleur = Transferts thermique

$= \frac{40000}{15}\left(0,5 \times 10^{-2}\right) + \frac{40000}{80} + 20$

$T(0) = 533,34\,°C$

$x = L$,

$T(L) = \frac{q_0}{h} + T_\infty = \frac{40000}{80} + 20$

$\boxed{T(L) = 520\,°C}$

Ex7.

$\Phi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e}{k.A}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e}{K.L.\ell}}$

$R_{th} = \frac{e}{K.L.\ell} = \frac{0,3}{0,5 \times 2 \times 5} = \frac{1}{45} = 0,022$

$\Phi = \frac{16-2}{R_{th}} = 636,36$

ou $\Rightarrow \Phi = -KA.\,\mathrm{grad}\,T$

$\cancel{\frac{dT}{dx} = \frac{-\Phi}{KA} \Rightarrow T = \frac{-\Phi}{KA} x + C}$

~~en x=0~~

$\cancel{T = 16 \Rightarrow C = 16}$

ou bien

$\Phi = -KA\,\mathrm{grad}\,T$ / $\Delta T + \frac{q_0}{k} = 0$

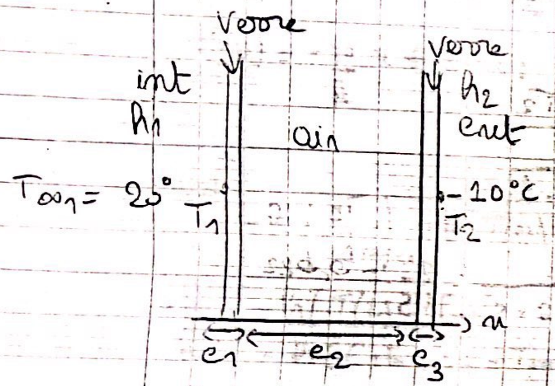
$\frac{dT}{dx} = \frac{-\Phi}{kA}$ $\frac{d^2T}{dx^2} = 0$

$$T = -\frac{\varphi_1}{kA} x + c_1 \qquad T_1 = c_1$$

$$T = -\frac{\varphi_1}{kA} x + T_1$$

$$T_2 = -\frac{\varphi_1}{kA} L + T_1 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{T_1 - T_2}{L/kA}$$

Ex 8



① $$\varphi_1 = \frac{T_{\infty_1} - T_{\infty_2}}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{e_1}{k_1 A} + \frac{e_2}{k_2 A} + \frac{e_3}{k_3 A} + \frac{1}{h_3 A}}$$

$$R_{th} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{e_1}{k_1 A} + \frac{e_2}{k_2 A} + \frac{e_3}{k_3 A} + \frac{1}{h_3 A}$$

$$= R_{Si} + (R_{th})_{\text{vitre int}} + (R_{th})_{\text{air}} + (R_{th})_{\text{vitre ext}} + R_{SE}$$

$$A = 0{,}8 \times 1{,}5 = 1{,}2\ m^2$$

$$R_{th} = \frac{1}{10 \times 1{,}2} + \frac{4 \times 10^{-3}}{0{,}78 \times 1{,}2} + \frac{10 \times 10^{-3}}{0{,}026 \times 1{,}2} + \frac{4 \times 10^{-3}}{0{,}78 \times 1{,}2} + \frac{1}{40 \times 1{,}2}$$

$$R_{th} = 0{,}083 + 4{,}27 \times 10^{-3} + 0{,}32 + 4{,}27 \times 10^{-3} + 0{,}02$$
$$R_{th} = 0{,}43$$

$$\varphi_1 = \frac{20 - (-10)}{0{,}43} \Rightarrow \varphi_1 = 69{,}73\ W.$$

Rq : simple vitrage :

$$R_{th} = 0{,}083 + 4{,}27 \times 10^{-3} + 0{,}02$$
$$= 0{,}11$$

D'où : $\varphi_1 = \frac{20 - (-10)}{0{,}11} = 272{,}72\ W$

c/c : le double vitrage permet de réduire considérablement l'échange thermique entre l'intérieur et l'extérieur du local.

Double vitrage

② $\varphi_1 = h_1 A (T_{\infty_1} - T_1)$

$$\Leftrightarrow T_1 = \frac{T_{\infty_1} h_1 A - \varphi_1}{h_1 A} = T_{\infty_1} - \frac{\varphi_1}{h_1 A}$$
$$= 20 - \frac{69{,}73}{10 \cdot 1{,}2}$$

$T_1 = 14{,}18°C$

- simple vitrage :

$$T_1 = T_{\infty_1} - \frac{\varphi_1}{h_1 A}$$
$$= 20 - \frac{272{,}72}{10 \times 1{,}2} = -2{,}72°C$$

Ex 4 :

a) $T(r) = \dfrac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \times \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) + T_1$

$T_1 = 150°$
$T_2 = 60°$
$r_1 = 6\,cm$
$r_2 = 8\,cm$

b) $\Phi = -KA\,\mathrm{grad}(T)$
$= -KA\left(\dfrac{\partial T}{\partial r}\right)$

$\Phi = -K\,2\pi \cancel{r}\left[\dfrac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \times \dfrac{1}{\cancel{r}}\right]$

$= K \cdot 2\pi\left[\dfrac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}\right] = 40\pi\left[\dfrac{90}{\ln\left(\frac{4}{3}\right)}\right] \simeq 40\,kW$

Ex5,

$\dfrac{1}{r^n}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r^n \dfrac{\partial T}{\partial r}\right) + \dfrac{g_0}{K} = \dfrac{1}{\alpha}\dfrac{\partial T}{\partial t}$

$(n=2)$ $(g_0 = 0)$ et $\dfrac{\partial T}{\partial t} = 0$

$\Rightarrow \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \dfrac{\partial T}{\partial r}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left(r^2 \dfrac{\partial T}{\partial r}\right) = C_1 \Rightarrow \boxed{\dfrac{dT}{dr} = \dfrac{C_1}{r^2}}$

$\boxed{T(r) = \dfrac{-C_1}{r} + C_2}$

$T_1 = 200°C$ et $T_2 = 80°C$

$T_1 = \dfrac{-C_1}{r_1} + C_2$ et $T_2 = -\dfrac{C_1}{r_2} + C_2$

$T_1 - T_2 = -\dfrac{C_1}{r_1} + \dfrac{C_1}{r_2} = C_1\left(\dfrac{1}{r_2} - \dfrac{1}{r_1}\right)$

$\Rightarrow C_1 = (T_1 - T_2)\left(\dfrac{r_1 \times r_2}{r_1 - r_2}\right)$

$C_2 = T_1 + \dfrac{C_2}{r_1}$

$C_2 = T_1 + (T_1 - T_2)\dfrac{r_2}{r_1 - r_2}$

$= \dfrac{r_2 \cancel{T_1} - T_2 r_2 + T_1 r_1 - \cancel{T_1 r_2}}{r_1 - r_2}$

$C_2 = \dfrac{T_1 r_1 - T_2 r_2}{r_1 - r_2}$

$T(r) = \dfrac{(T_2 - T_1)(r_1 \times r_2)}{r(r_1 - r_2)} + \dfrac{T_1 r_1 - T_2 r_2}{r_1 - r_2}$

b) $\Phi = -KA\,\mathrm{grad}\,T$

$= -KA\dfrac{\partial T}{\partial r}(r)$

$= K\,4\pi r^2\left(\dfrac{T_2 - T_1}{r_1 - r_2} \cdot \dfrac{1}{r^2} \cdot r_1 r_2\right)$

$= K\,4\pi\,\dfrac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1}\,r_1 \times r_2$

$$\Phi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{r_2 - r_1}{4\pi k r_1 r_2}} \quad R_{th}$$

$$R_{th} = \frac{10\times10^{-2} - 8\times10^{-2}}{4\pi\times45\times8\times10\times10^{-4}} = 4{,}42\times10^{-3}\ K/W$$

$$\boxed{\Phi = \frac{200-80}{4{,}42\times10^{-3}} = 27{,}14\ kW}$$

Ex6.

$$\frac{1}{r^n}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^n \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{g_0}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$(n=1)$ $(g_0 \neq 0)$ et $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{-g_0}{k}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = -\frac{g_0 r}{k}$$

$$\Rightarrow r\frac{dT}{dr} = \frac{-g_0 r^2}{2k} + C_1$$

$$\frac{dT}{dr} = \frac{-g_0 r}{2k} + \frac{C_1}{r}$$

$$T(r) = \frac{-g_0 r^2}{4k} + C_1 \ln r + C_2$$

cylindre plein $\Rightarrow C_1 = 0$

$$T(r) = \frac{-g_0 r^2}{4k} + C_2$$

en $\underline{r = R}$: $T = T_S$

$$T_S = \frac{-g_0 R^2}{4k} + C_2$$

$$C_2 = T_S + \frac{g_0 R^2}{4k}$$

$$T(r) = \frac{g_0}{4k}(R^2 - r^2) + T_S$$

$$T_0 = T(0) = \frac{g_0}{4k}R^2 + T_S$$

$$g_0 = \frac{2\times10^3}{\pi R^2 L} = \frac{2\times10^3}{\pi(2\times10^{-3})^2 \times 0{,}5} = 318{,}3\times10^6\ W/m^3$$

$$T_0 = \frac{318{,}3\times10^6}{4\times15}\times(2\times10^{-3})^2 + 105$$

$T_0 = 126{,}22\,°$

$$\begin{cases} \vec{q} = -k\,\overrightarrow{grad}\,T & \text{loi de Fourier} \\ \Delta T + \frac{g_0}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \end{cases}$$

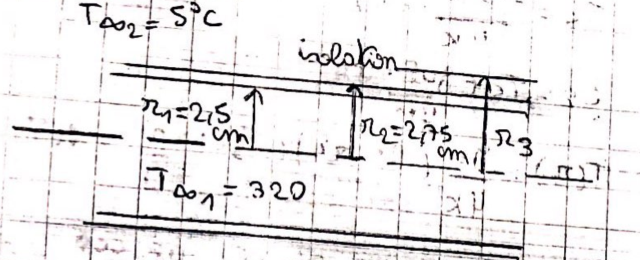
$\Phi = hA\Delta T$

$Nu = \frac{hD}{k}$

$\Phi = \varepsilon \sigma T^4$

$\Phi = \varepsilon A \sigma (T_1^4 - T_2^4)$

Ex 4 :



$A_1 = 2\pi r_1 L = 2\pi (0,025)(1\,m)$
$= 0,157\, m^2$

$A_3 = 2\pi r_2 L = 2\pi (0,0575)\ 1m$
$= 0,361\ m^2$

1°/ $R_i = R_{conv,1} = \dfrac{1}{A_1 h_1} = \dfrac{1}{(60 W/m^2 °C)(0,157 m^2)}$

$= 0,106\ m\ °C/W$

$R_1 = R_{pipe} = \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi R_1 L} = \dfrac{\ln(2,75/2,5)}{2\pi(80 W/m°C)(1m)}$

$= 0,0002\ C/W$

$R_2 = R_{insulation} = R_{isolation} = \dfrac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi r_2 L}$

$= \dfrac{\ln(5,75/2,75)}{2\pi(0,05\ W/m°C)(1m)} = 2,35°C$

$R_o = R_{conv,2} = \dfrac{1}{A_3 h_2} = \dfrac{1}{(18 W/m^2 °C)(0,361 m^2)}$

$= 0,154\ °C/W$

$R_{total} = R_i + R_1 + R_2 + R_o = 0,106 + 0,0002 + 2,35 + 0,154 = 2,61\ °C/W$

d'où $Q_1 = \dfrac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{total}} = \dfrac{(320 - 5)°C}{2,61°C/W} = 121\ W$

2°) Chute de températures :
. Au niv du tube :
$\Delta T_{tube} = Q_1 R_{tube} = 121 \times 0,0002 = 0,02°C$

. Au niv isolation
$\Delta T_{isolation} = Q\, R_{isolation} = 121 \times 2,35 = 284°$

Ex 11 :

1)° $A_{no\ fin}$ = surface lorsqu'il n'y a pas d'ailette
$A_{no\ fin} = \pi D_1 L = \pi (0,03)(1) = 0,0942\ m^2$

surface d'une ailette . $A_{fin} = \underbrace{2\pi(r_2^2 - r_1^2)}_{\text{surf latérale}} + \underbrace{2\pi r_2 t}_{\text{surf. transversale}}$

$A_{fin} = 2\pi\left[(0,03)^2 - (0,015)^2\right] + 2\pi(0,03)(0,002)$
$= 0,00462\ m^2$

. A_{unfin} (entre 2 ailettes) :

$A_{unfin} = \pi D_1 S = \pi(0,03)(0,003)$
$= 0,000283\ m^2$

2°) $Q_{no\ fin} = h . A_{no\ fin} (T_b - T_\infty) = 60 W/m^2 °C \times 0,0942 m$
$= 537\ W$

3°) $Q_{fin} = \eta \, Q_{fin,max}$; η = efficacité de l'ailette

avec : $Q_{fin,max} = A_{fin} \times h \, (T_b - T_\infty)$

$Q_{fin} = \eta_{fin} \, A_{fin} \, h \, (T_0 - T_\infty)$

η_{fin} ?

Pour clc η à partir de l'abaque on forme les paramètres

$P_1 = \frac{r_2 + \frac{1}{2}t}{r_1}$ et $P_2 = \xi = \left(L + \frac{1}{2}t\right)\sqrt{h/kt}$

avec : $L = \frac{1}{2}(D_2 - D_1) = \frac{1}{2}(0{,}06 - 0{,}03) = 0{,}015\,m$

donc $\begin{cases} P_1 = \frac{(0{,}03 + \frac{1}{2}\,0{,}002)\,m}{0{,}015} = 2{,}07 \\ P_2 = \xi = \left(L + \frac{1}{2}t\right)\sqrt{h/kt} = \left(0{,}015 + \frac{1}{2}\,0{,}002\right)\sqrt{\frac{60}{180 \times 0{,}002}} = 0{,}207 \end{cases}$

$\begin{cases} P_1 = 2{,}07 \\ P_2 = \xi = 0{,}207 \end{cases} \xrightarrow{\text{graphe}} \eta \simeq 0{,}95$

D'où $Q_{fin} = \eta_{fin} \, Q_{fin,max} = \eta_{fin} \, h \, A_{fin} \, (T_0 - T_\infty)$

$= 0{,}95 \times 60 \times 0{,}00462 \times (120 - 25)$

$= 25\,W$

4°) $Q_{unfin} = h \, A_{unfin} \, (T_b - T_\infty)$

$= 60 \times 0{,}000283 \, (120 - 25)$

$= 1{,}60\,W$

5°) $Q_{total,fin} = n \left(Q_{fin} + Q_{unfin}\right) = 200 \, (25 + 1{,}6)$

$= 5320\,W$

6°) $Q_{increase} = Q_{total\,fin} - Q_{no\,fin} = 5320 - 537$

$= 4783\,W$

clc l'ajout des ailettes augmente considérablement l'échange thermique.

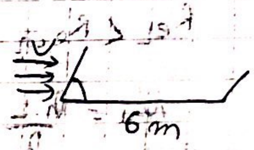
7°) $\xi = \frac{Q_{total\,fin}}{Q_{total,no\,fin}} = \frac{5320}{537} = 9{,}9$

clc l'ajout des ailettes multiplie l'échange par un facteur 10.

TD3.

Ex1,

(a) on calcule le Re_L



$Re_L = \frac{V \cdot L}{\nu}$

$Re_L = \frac{8 \times 6}{2{,}048 \times 10^{-5}} = 1{,}884 \times 10^6$

$Re_L > Re_{cr} = 5 \times 10^5 \Rightarrow$ on utilise la corrélation moyenne :

$Nu = \frac{hL}{k} = \left(0{,}037 \times Re_L^{0{,}8} - 871\right) Pr^{1/3}$

$= \left[0{,}037 \left(1{,}884 \times 10^6\right)^{0{,}8} - 871\right] \times 0{,}715^{1/3}$

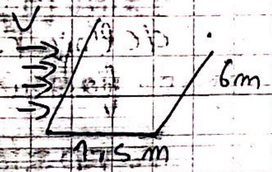
$= 2687$

$h = \frac{k}{L} Nu = \frac{0,02953}{6} \times 2687 = 13,2 \; W/(m^2 °C)$

la surface de la plaque est : $A = L\ell = 1,5 \times 6 = 9 m^2$

d'où $Q = hA(T_s - T_\infty) = 13,2 \times 9 (140 - 20)$
$= 1,43 \times 10^4 W$
$= 14,3 kW$

b) si l'air circule // au côté de 1,5 m



on recalcule Re_L

$Re_L = \frac{V \cdot L}{\nu} = \frac{8 \times 1,5}{2,548 \times 10^{-5}}$
$= 4,71 \times 10^5$

$Re_L < Re_{cr}$ => on utilise la corrélation

$Nu = \frac{h \cdot L}{k} = 0,664 \, Re_L^{0,5} \times Pr^{1/3}$

$= 0,664 (4,71 \times 10^5)^{0,5} \times 0,7254^{1/3} = 408$

$h = \frac{k}{L} Nu = \frac{0,02953}{1,5} \, 408 = 8,03 \; W/(m^2 °C)$

D'où $Q = h \cdot A (T_s - T_\infty)$
$= 8,03 \times 9 (140 - 20)$
$= 8,67 kW$

CC
Exercice
conduction
Cours
convection
rayonnement

Ex2

a) $E_b = \sigma T^4$ pour un corps noir

$E_b = 5,67 \times 10^{-8} \, W/m^2.K^4 \; (800 K^4) = 23,2 kW/m^2$

b) Pour la balle de surface A_s :
$A_s = 4\pi r^2 = \pi D^2 = \pi (0,2)^2 = 0,127 m^2$
$\Delta t = 5 min = 300 s$

$Q = E_b \times A_s \times \Delta t = 23,2 \; kW/m^2 \cdot 0,1257 m^2 \cdot 300 s$
$Q = 876 kJ$

c) $E_{b\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1\right]} = \frac{3,743 \times 10^8 \; W \mu m^4/m^2}{(3 \mu m)^5 \exp\left[\frac{1,4387 \times 10^4 \mu m K}{3 \mu m \cdot 800 K}\right]}$

$E_{b\lambda} = 3848 \; W/(m^2) \mu m$