Serie 2bis : Rappels 2eme principe

EXERCICE 1:

Un réfrigérateur permet de maintenir la température d'une enceinte à T_A = -10°C lorsque l'atmosphère extérieure est à la température T_C = 25°C. La machine utilise n = 5 moles d'un gaz parfait diatomique, de coefficient $\gamma = 1{,}4$ auquel elle impose le cycle décrit ci-dessous.

- AB : compression adiabatique réversible
- BC : évolution isobare au contact de la source chaude
- CD : détente isentropique
- DA : évolution isobare au contact de la source froide.

On note $\tau = P_B/P_A = 2$, le taux de compression.

1. Tracer le cycle sur le diagramme de Clapeyron.
2. Rappeler les 3 lois de Laplace, entre P-V, T-V et P-T en démontrant les deuxième et troisième lois, à l'aide de la première et de la loi des gaz parfaits.
3. Calculer les températures T_B et T_D.
4. Calculer les chaleurs échangées durant le cycle et en déduire W, le travail net.
5. Exprimer η, le rendement de ce cycle, en fonction de τ.
6. Calculer η pour $\tau = 2$.
7. Calculer η_{Carnot} et comparer avec le cycle de Carnot fonctionnant entre deux sources de mêmes températures T_A et T_C. Conclure.
8. À fréquence f (nombre de cycles par unité de temps, à exprimer en tr/mn), tourne ce réfrigérateur s'il consomme W = 300 Watts ?
9. Tracer le cycle sur le diagramme de Clapeyron.
10. Rappeler les 3 lois de Laplace, entre P-V, T-V et P-T en démontrant les deuxième et troisième lois, à l'aide de la première et de la loi des gaz parfaits.

    $PV^{\gamma} = Cste$

    $T V^{\gamma-1} = Cste$

    $P^{1-\gamma} T^{\gamma} = Cste$

11. Calculer les températures T_B et T_D. (2 pts)

    $T_B = T_A (P_A/P_B)^{(1-\gamma)/\gamma} = T_A \tau^{(\gamma-1)/\gamma} = 320{,}60$ K

    $T_D = T_C (P_C/P_D)^{(1-\gamma)/\gamma} = T_C (P_B/P_A)^{(1-\gamma)/\gamma} = T_C \tau^{(1-\gamma)/\gamma} = 244{,}46$ K

12. Calculer les chaleurs échangées durant le cycle et en déduire W, le travail net. (2 pts)

    $Q_{AB} = 0$

    $Q_{BC} = \Delta H_{BC} = n\, Cp\, (T_C - T_B) = n R\, \gamma/(\gamma-1)\, (T_C - T_B) = -\ 3\,288{,}19$ J

    $Q_{CD} = 0$

    $Q_{DA} = \Delta H_{DA} = n\, Cv\, (T_A - T_D) = n R\, \gamma/(\gamma-1)\, (T_A - T_D) = 2\,697{,}48$ J

    $W = -\ Q = -\ Q_{BC} - Q_{DA} = 590{,}71$ J

13. Exprimer η, le rendement de ce cycle, en fonction de τ.

    $\eta = Q_{DA} / W = (T_A - T_D) / (T_B - T_C + T_D - T_A) = (T_A - T_C\, \tau^{(1-\gamma)/\gamma}) / (T_A\, \tau^{(\gamma-1)/\gamma} - T_C + T_C\, \tau^{(1-\gamma)/\gamma} - T_A)$

$\eta = (T_A - T_C\, \tau^{(1-\gamma)/\gamma}) / (\tau^{(\gamma-1)/\gamma}(T_A - T_C\, \tau^{(1-\gamma)/\gamma}) - (T_A - T_C\, \tau^{(1-\gamma)/\gamma}))$

$\eta = 1 / (\tau^{(\gamma-1)/\gamma} - 1)$

14. Calculer η pour $\tau = 2$.

$\eta = 4{,}5659$

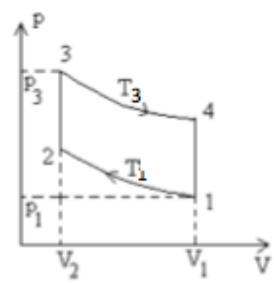
EXERCICE 2:

Soit une machine utilisant comme fluide l'air assimilé à un gaz parfait diatomique. Cette machine fonctionne réversiblement selon le cycle de Stirling représenté sur la figure ci-contre. Il est composé de deux isothermes 3 → 4 et 1 → 2 et de deux isochores 2 → 3 et 4 → 1.
A l'état 1, la pression est $P_1 = 10^5$ Pa et la température est $T_1 = 300$ K.
A l'état 3, la pression est $P_3 = 4 \times 10^5$ Pa et la température est $T_3 = 600$ K.

1. Calculer les quantités de chaleur Q_{23} et Q_{41} échangées par une mole de gaz au cours des transformations isochores.
2. Calculer les travaux W_{12} et W_{34} et le travail W total. En déduire les quantités de chaleur Q_{12} et Q_{34} échangées par une mole de gaz au cours des transformations isothermes.
3. Déduire de ces résultats η, le rendement thermodynamique du cycle de Stirling.
4. Comparer ce rendement à η_C (à démontrer) celui que l'on obtiendrait si la machine fonctionnait selon le cycle de Carnot entre les mêmes sources aux températures T_1 et T_3.
5. Comparer Q_{23} et Q_{41}. En déduire un procédé original permettant d'obtenir le rendement maximal du cycle de Carnot.
6. Calculer les quantités de chaleur Q_{23} et Q_{41} échangées par une mole de gaz au cours des transformations isochores. (2 pts)

   $Q_{23} = \Delta U_{23} - W_{23} = Cv\,(T_3 - T_2) = R / (\gamma-1)\,(T_3 - T_1) = 6\,235{,}5$ J

   $Q_{41} = \Delta U_{41} - W_{41} = Cv\,(T_1 - T_4) = R / (\gamma-1)\,(T_1 - T_3) = -6\,235{,}5$ J



7. Calculer les travaux W_{12} et W_{34} et le travail W total. En déduire les quantités de chaleur Q_{12} et Q_{34} échangées par une mole de gaz au cours des transformations isothermes. (2 pts)

   $W_{12} = - \int_{12} P\, dV = - n\, R\, T_1 \ln(V_2/V_1) = - R\, T_1 \ln(V_3/V_1)$
   $= - R\, T_1 \ln(T_3/P_3 \times P_1/T_1) = 1\,728{,}85$ J

   $W_{34} = - \int_{34} P\, dV = - n\, R\, T_3 \ln(V_1/V_2) = R\, T_3 \ln(V_3/V_1) = R\, T_3 \ln(T_3/P_3 \times P_1/T_1) = - 3\,457{,}70$ J

   $Q_{12} = \Delta U_{12} - W_{12} = - W_{12} = - 1\,728{,}85$ J

   $Q_{34} = \Delta U_{34} - W_{34} = - W_{34} = 3\,457{,}70$ J
8. Déduire de ces résultats η, le rendement thermodynamique du cycle de Stirling.

   $\eta = - (W_{12} + W_{34}) / (Q_{23} + Q_{34}) = 0{,}178357$
9. Comparer ce rendement à η_C (à démontrer) celui que l'on obtiendrait si la machine fonctionnait selon le cycle de Carnot entre les mêmes sources aux

températures T_1 et T_3.

$\eta_C = - W_{cycle} / Q_c = (Q_c + Q_f)/Q_c = 1 + Q_f/Q_c = 1 – T_f/T_c = 1 – T_1/T_3 = 0{,}5$

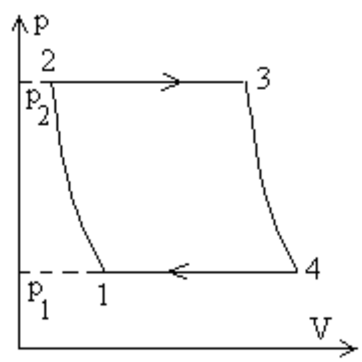
10. Comparer Q_{23} et Q_{41}. En déduire un procédé original permettant d'obtenir le rendement maximal du cycle de Carnot.

    $Q_{23} = - Q_{41}$

    Un système de stockage de la chaleur suivant 4->1 éviterait d'avoir à fournir, à la machine, la chaleur suivant 2->3 et le rendement de la machine fonctionnant suivant un cycle de Stirling deviendrait le rendement d'une machine de Carnot.

EXERCICE 3:

Soit une machine thermique utilisant comme fluide l'air assimilé à un gaz parfait diatomique. Cette machine fonctionne selon le cycle de la figure ci-contre, dit cycle de Joule composé de deux adiabatiques 1 → 2 et 3 → 4 et de deux isobares 2 → 3 et 4 → 1 au cours desquelles le gaz se met progressivement en équilibre de température avec la source chaude à température T_3 ou la source froide à T_1.
À l'état 1, la pression est $P_1 = 10^5$ Pa et la température $T_1 = 300$ K.
A l'état 3, la pression est $P_3 = 5\ 10^5$ Pa et la température $T_3 = 500$ K.



1. Les évolutions 1 → 2 et 3 → 4 étant décrites de manière réversible, trouver une relation entre T_1, T_2, T_3 et T_4. Calculer T_2 et T_4.
2. Calculer pour 1 mol de gaz la quantité de chaleur Q_{23} échangée au cours de l'évolution 2→3.
3. Calculer pour 1 mol de gaz la quantité de chaleur Q_{41} échangée au cours de l'évolution 4→1.
4. En déduire le travail W échangé par une mole au cours du cycle.
5. Calculer η le rendement de ce cycle.
6. Comparer ce rendement à η_C (à démontrer) celui qu'on obtiendrait si la machine fonctionnait selon le cycle de Carnot entre les mêmes sources aux températures T_1 et T_3.
7. Les évolutions 1 → 2 et 3 → 4 étant décrites de manière réversible, trouver une relation entre T_1, T_2, T_3 et T_4. Calculer T_2 et T_4. (2 pts)

   $T_1\ P_1^{(1-\gamma)/\gamma} = T_2\ P_2^{(1-\gamma)/\gamma} \Rightarrow T_2 = T_1\ (P_1/P_2)^{(1-\gamma)/\gamma} = T_1\ (P_1/P_3)^{(1-\gamma)/\gamma} = 475{,}15$ K

   $T_3\ P_3^{(1-\gamma)/\gamma} = T_4\ P_4^{(1-\gamma)/\gamma} \Rightarrow T_4 = T_3\ (P_3/P_4)^{(1-\gamma)/\gamma} = T_3\ (P_3/P_1)^{(1-\gamma)/\gamma} = 315{,}70$ K

8. Calculer pour 1 mol de gaz la quantité de chaleur Q_{23} échangée au cours de l'évolution 2→3.

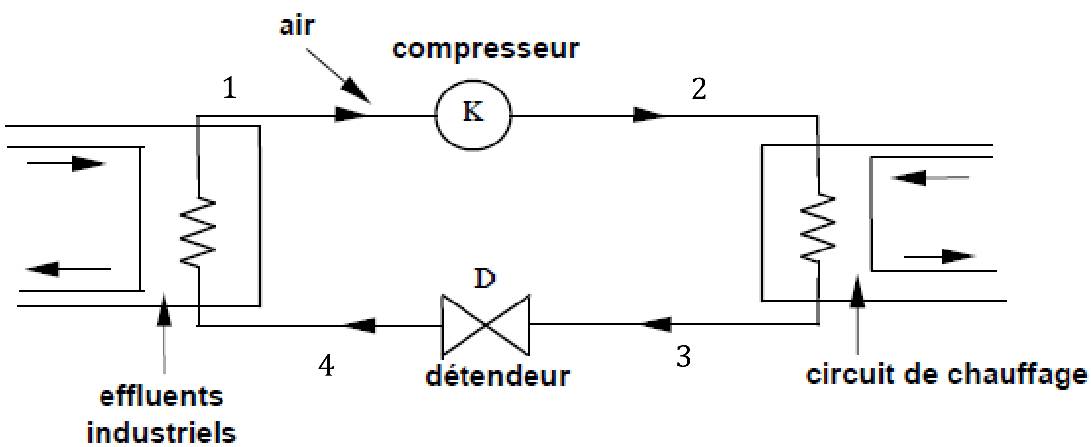
   $Q_{23} = \Delta H_{23} = Cp\ (T_3 – T_2) = R\ \gamma/(\ \gamma-1)\ (T_3 – T_2) = 723{,}11$ J

9. Calculer pour 1 mol de gaz la quantité de chaleur Q_{41} échangée au cours de l'évolution 4→1.
   $Q_{41} = \Delta H_{41} = C_p (T_1 - T_4) = R\,\gamma/(\gamma-1)\,(T_1 - T_4) = -456{,}85$ J
10. En déduire le travail W échangé par une mole au cours du cycle.
   $W = -Q_{23} - Q_{41} = -266{,}26$ J
11. Calculer η le rendement de ce cycle.
   $\eta = -W / Q_{23} = 0{,}36821$
12. Comparer ce rendement à η_C (à démontrer) celui qu'on obtiendrait si la machine fonctionnait selon le cycle de Carnot entre les mêmes sources aux températures T_1 et T_3.
   $\eta_C = -W_{cycle} / Q_c = (Q_c + Q_f)/Q_c = 1 + Q_f/Q_c = 1 - T_f/T_c = 1 - T_1/T_3 = 0{,}4$

EXERCICE 4:

On s'intéresse à une pompe à chaleur qui participe au chauffage de locaux, en prélevant de la chaleur aux effluents liquides à température élevée d'une installation industrielle, avant leur rejet dans une rivière qui recevra des effluents à température plus faible.

L'installation représentée ci -dessous comporte : un compresseur, un détendeur et deux serpentins qui sont le siège des échanges thermiques, avec les effluents d'une part, et avec l'eau d'un circuit de chauffage d'autre part.



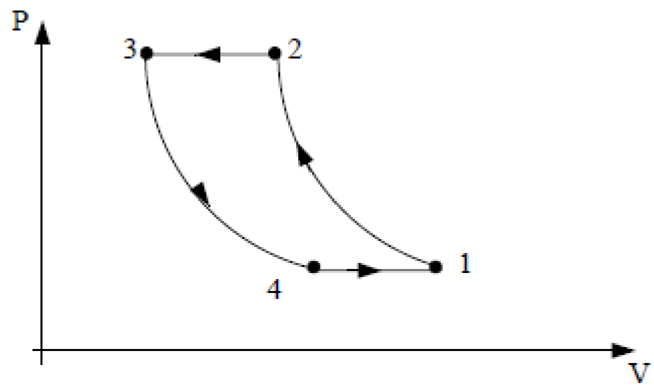
Le fluide frigorigène est de l'air, assimilé à un gaz parfait de masse molaire M = 29 g.

On étudie les transformations réversibles de 1 kg d'air qui décrit le cycle suivant :

- 1-2 : dans le compresseur : compression adiabatique, la pression passant de $P_1 = 10^5$ Pa à $P_2 = 2 \times 10^5$ Pa et la température passant de $T_1 = 310$ K à T_2.
- 2-3 : dans le serpentin au contact du circuit de chauffage ($V_3 < V_2$) : refroidissement isobare, la température passant de T_2 à $T_3 = 330$ K.
- 3-4 : dans le détendeur : détente adiabatique, la pression passant de $P_3 = P_2$ à $P_4 = P_1$, la température passant de T_3 à $T_4 = 271$ K.
- 4-1 : dans un serpentin plongé dans les effluents industriels : échauffement isobare jusqu'à la température T_1.

1. Représenter l'allure du cycle décrit par l'air sur un diagramme de Clapeyron (P, V). Indiquer par des flèches le sens des transformations.

2. Calculer T_2.
3. Calculer les quantités de chaleur échangées par une masse de 1 kg d'air au cours de chacune des 4 transformations. On les notera Q_{12}, Q_{23}, Q_{34} et Q_{41}.
4. En déduire le travail W reçu par la masse de 1 kilogramme d'air, au cours du cycle.
5. Calculer η le rendement de la pompe à chaleur, c'est-à-dire le rapport de la quantité de chaleur reçue par la source chaude et du travail reçu par l'air, au cours d'un cycle.
6. Comparer avec η_C (à démontrer) le rendement d'un cycle de Carnot fonctionnant aux températures T_1 et T_3.
7. Représenter l'allure du cycle décrit par l'air sur un diagramme de Clapeyron (P, V). Indiquer par des flèches le sens des transformations.



8. Calculer T_2.
   $T_2 = T_1 \, (P_1/P_2)^{(1-\gamma)/\gamma} = 377{,}90$ K
9. Calculer les quantités de chaleur échangées par une masse de 1 kg d'air au cours de chacune des 4 transformations. On les notera Q_{12}, Q_{23}, Q_{34} et Q_{41}. (2 pts)
   $Q_{12} = 0$
   $Q_{23} = \Delta H_{23} = Cp/M \, (T_3 - T_2) = R/M \, \gamma/(\gamma-1) \, (T_3 - T_2) = -48\,063$ J
   $Q_{34} = 0$
   $Q_{41} = \Delta H_{41} = Cp/M \, (T_1 - T_4) = R/M \, \gamma/(\gamma-1) \, (T_1 - T_4) = 39\,133$ J
10. En déduire le travail W reçu par la masse de 1 kilogramme d'air, au cours du cycle.
    $W = -Q_{23} - Q_{41} = 8\,930$ J
11. Calculer η le rendement de la pompe à chaleur, c'est-à-dire le rapport de la quantité de chaleur reçue par la source chaude et du travail reçu par l'air, au cours d'un cycle.
    $\eta = -Q_{23} / W = 5{,}3822$
12. Comparer avec η_C (à démontrer) le rendement d'un cycle de Carnot fonctionnant aux températures T_1 et T_3.
    $\eta_C = -Q_c / W_{cycle} = Q_c / (Q_c + Q_f) = 1/(1 + Q_f/Q_c) = 1/(1 - T_f/T_c) = T_c / (T_c - T_f) = T_3 / (T_3 - T_1) = 16{,}5$