$\gamma = 5/3$

SERIE1 : TRAVAUX DIRIGÉS: PREMIER PRINCIPE DE LA THERMODYNAMIQUE

Notations

$\tilde{C}_V$: capacité calorifique molaire à volume constant

$\tilde{C}_P$: capacité calorifique molaire à pression constante

Questions d'application

1. Énoncez la loi des gaz parfaits
2. Énoncez l'expression de dU, l'énergie interne d'un gaz parfait
3. Énoncez l'expression de dH, l'enthalpie d'un gaz parfait
4. Énoncez la relation entre dU et dH
5. Démontrez l'expression de R en fonction de $\tilde{C}_V$ et $\tilde{C}_P$
6. Donnez l'expression de γ (gamma) en fonction de $\tilde{C}_V$ et $\tilde{C}_P$
7. Démontrez l'expression de $\tilde{C}_V$ en fonction de R et γ (gamma)
8. Démontrez l'expression de $\tilde{C}_P$ en fonction de R et γ (gamma)
9. Démontrez la loi de Laplace (transformation isentropique) entre P et V
10. Déduisez-en la loi de Laplace (transformation isentropique) entre T et V
11. Déduisez-en la loi de Laplace (transformation isentropique) entre P et T
12. Démontrez l'expression du travail d'une transformation isotherme
13. Démontrez l'expression de la chaleur d'une transformation isotherme
14. Démontrez l'expression du travail d'une transformation adiabatique
15. Démontrez l'expression de l'énergie interne d'une transformation adiabatique

EXERCICE 1 :

$\gamma = 7/5$

On considère une mole de gaz parfait diatomique initialement dans l'état 0 (P_0 = 1 atm ; T_0 = 273 K ; V_0). On amène ce gaz dans l'état 1 (P_1 = 10 atm ; T_1 ; V_1) de deux manières différentes :

a) par compression adiabatique réversible,
b) par compression isotherme réversible jusqu'à la pression P_1 puis échauffement à pression constante jusqu'à la température T_1.

1. Représenter les évolutions a) et b) sur un diagramme (P en ordonnées, V en abscisse).
2. Calculer V_0, V_1 et T_1.
3. Calculer les travaux W_a et W_b, et les quantités de chaleur Q_a et Q_b au cours de chacune des évolutions :
   a. par compression adiabatique réversible,
   b. par compression isotherme réversible jusqu'à la pression puis échauffement à pression constante jusqu'à la température.
4. Conclusions.

EXERCICE 2 :

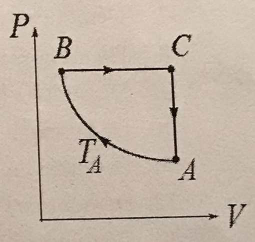
On dispose dans un cylindre fermé par un piston une certaine masse d'un gaz parfait diatomique (γ = 1,4). Les parois du cylindre et du piston sont isolées et supposées imperméables à la chaleur. Dans les conditions initiales, le volume occupé par le gaz est V_1 = 10 L, la pression est $P_1 = 10^5$ Pa et la température T_1 = 300 K.

R = 8,314 J/K.mol

1. Calculer la capacité calorifique C_V relative à cette masse de gaz.
2. On comprime ce gaz de manière réversible jusqu'à $P_2 = 10^6$ Pa.
    1. Dans quelle(s) condition(s) la réversibilité est-elle réalisée ?
    2. Calculer V_2 et T_2.
    3. Calculer le travail W_{12} au cours de l'évolution.
3. On comprime maintenant le gaz en partant du même état initial (P_1, V_1, T_1) mais en appliquant brutalement $P_2 = 10^6$ Pa.
    1. Que peut-on dire de la transformation ?
    2. Exprimer le travail W_{13} échangé par le système de deux manières différentes.
    3. En déduire la valeur de V_3 et T_3 en fin d'évolution ainsi que W_{13}.
    4. Comparer ces résultats à ceux de la question 2) et expliquer la différence.
4. On suppose que l'on retire l'isolant thermique qui entourait le cylindre, les parois deviennent perméables à la chaleur. On réalise un refroidissement isobare de l'état (P_2, V_3, T_3) à l'état (P_2, V_2, T_2). Calculer la quantité de chaleur échangée au cours de cette transformation.

EXERCICE 3 : transformation cyclique

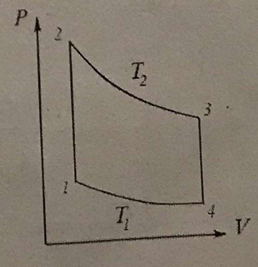
Une mole d'un gaz parfait monoatomique décrit le cycle suivant : AB isotherme, BC isobare et CA isochore. On donne : $T_A = T_B = 28$ °C; $P_A = 1$ bar; $P_B = P_C = 5$ bars



1. Exprimez et calculez $V_A = V_C$.
2. Exprimez et calculez V_B.
3. Exprimez et calculez T_C.
4. Exprimez et calculez C_V, la capacité calorifique à volume constant.
5. Exprimez et calculez ΔU_{AB}, la variation d'énergie durant la transformation AB.
6. Exprimez et calculez W_{AB}, le travail reçu durant la transformation AB.
7. Exprimez et calculez Q_{AB}, la chaleur reçue durant la transformation AB.
8. Exprimez et calculez ΔU_{BC}, la variation d'énergie durant la transformation BC.
9. Exprimez et calculez W_{BC}, le travail reçu durant la transformation BC.
10. Exprimez et calculez Q_{BC}, la chaleur reçue durant la transformation BC.
11. Exprimez et calculez ΔU_{CA}, la variation d'énergie durant la transformation CA.
12. Exprimez et calculez W_{CA}, le travail reçu durant la transformation CA.
13. Exprimez et calculez Q_{CA}, la chaleur reçue durant la transformation CA.
14. Exprimez et calculez ΔU_{Cycle}, la variation d'énergie durant le cycle ABCA.
15. Justifiez le résultat.

EXERCICE 4 : rendement d'un cycle

Un gaz parfait décrit le cycle réversible ci-contre dans le sens (1, 2, 3, 4, 1) ou dans le sens (1, 4, 3, 2, 1). Les transformations 1 → 2 et 3 → 4 sont des isochores et les transformations 2 → 3 et 4 → 1 sont des isothermes. Les pressions, volumes, températures sont notés respectivement P, V, T aux états 1, 2, 3 et 4.

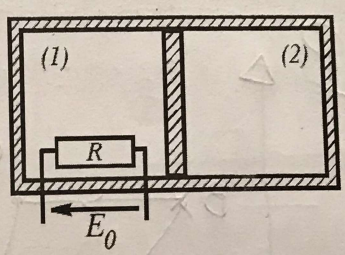


1. Démontrez la relation entre Q_{23} et W_{23}
2. Démontrez la relation entre Q_{41} et W_{41}
3. Démontrez la relation entre W_{12} et W_{34}
4. Démontrez la relation entre Q_{12} et Q_{34}

5. Exprimez W_{23} et W_{41}
6. Quel est le signe de $W_{23} + W_{41}$? Avons-nous un cycle moteur ?
7. Exprimez la chaleur dépensée Q_{23}
8. Exprimez le rendement du moteur en fonction des chaleurs Q_{41} et Q_{23} (on rappelle que le rendement est le rapport entre l'énergie obtenue, $-(W_{23} + W_{41})$, et l'énergie dépensée, Q_{23})
9. En déduire le rendement en fonction de T_1 et T_2

EXERCICE 5

Deux compartiments contiennent le même gaz parfait initialement dans le même état {P0, T0, V0}. Le nombre de moles est donc le même et sera noté n. La capacité calorifique molaire à volume constant $\tilde{C}_V$ est constante. Les parois sont calorifugées ainsi que le piston. Ce dernier se déplace sans frottement dans le cylindre.



On fait passer un courant I dans la résistance R de telle sorte que la transformation du gaz puisse être considérée comme quasi-statique, et jusqu'à ce que la pression devienne P_f dans les deux compartiments.

Nous noterons 1 et 2 les états finaux de chacun des deux compartiments, comme indiqué ci-contre.

1. Exprimez V_2 fonction de V_0, P_0 et P_2.
2. En déduire et exprimez T_2 fonction de T_0, P_0 et P_2.
3. Démontrez et établissez une relation entre V_0, V_1 et V_2.
4. En déduire une relation entre dV_0, dV_1 et dV_2.
5. En déduire une relation entre pressions et températures aux états 0, 1 et 2.
6. En déduire T_1 en fonction de P_f/P_0 et T_0.
7. Exprimez la variation d'énergie interne du compartiment 1.
8. Exprimez la variation d'énergie interne du compartiment 2.
9. En déduire l'énergie reçue par le système composé des deux compartiments (1) + (2) et donc la chaleur cédée par la résistance.
10. Exprimez le travail reçu par le compartiment 1.
11. Exprimez le travail reçu par le compartiment 2.
12. Calculez le travail reçu par les deux compartiments (1) + (2).
13. Exprimez la chaleur reçue par le compartiment 2.
14. Déduisez la chaleur reçue par le compartiment 1.
15. Exprimez la variation d'entropie du compartiment 1 en fonction de T et V, aux états 0 et 1.

EXERCICE 6

On adopte le modèle de moteur Diesel suivant : une même quantité d'un gaz parfait de coefficient isentropique $\gamma = 1{,}4$ décrit de manière quasi statique et en équilibre mécanique avec l'extérieur un cycle ABCD : les évolutions AB et CD sont adiabatiques réversibles; l'évolution BC modélise la phase de combustion provoquée par l'inflammation spontanée du mélange par une évolution isobare au cours de laquelle le gaz reçoit un transfert thermique Qc en provenance d'une source chaude fictive ; l'évolution DA est modélisée par une évolution isochore au contact de l'atmosphère jouant le rôle de source froide.

	A	B	C	D
P (bar)	1			
T (K)	323	954		
V (L)	2,4		0,24	2,4

1. Calculer n, le nombre de moles de gaz qui évolue dans chaque cycle.
2. Tracer le cycle sur le diagramme de Clapeyron en précisant les signes des travaux et des chaleurs.
3. Calculer P_B et V_B, la pression et le volume en B.
4. Calculer P_C et T_C, la pression et la température en C.
5. Calculer P_D et T_D, la pression et la température en D.
6. Calculer les travaux (W_{AB}, W_{BC}, W_{CD} et W_{DA}) échangés au cours du cycle.
7. Calculer les chaleurs (Q_{AB}, Q_{BC}, Q_{CD} et Q_{DA}) échangées au cours du cycle.