Pr. M. Lakhssassi **Formulaire Transformées de Fourier :** 2019/2020

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}\ ; \qquad \mathcal{F} : f \longmapsto \mathcal{F}f; \qquad \mathcal{F}f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{C}$$

Propriété	Fonction	Transformée de Fourier
Définition	$f(t)$	$\mathcal{F}f(u) = \int_{\mathbb{R}} f(t).e^{-2i\pi ut}dt$
	f paire	$\mathcal{F}f(u) = 2\int_0^{+\infty} f(t).\cos(2\pi ut)\,dt$
	f impaire	$\mathcal{F}f(u) = -2i\int_0^{+\infty} f(t).\sin(2\pi ut)\,dt$
Linéarité	$\lambda.f(t) + \beta.g(t)$	$\lambda.\mathcal{F}f(u) + \beta.\mathcal{F}g(u)$
Dérivation (temporelle)	$f^{(k)}(t)$	$(2i\pi u)^k.\mathcal{F}f(u)$
Dérivation (fréquentielle) ou multiplication par t^k	$t^k.f(t)$	$\left(\frac{i}{2\pi}\right)^k.\frac{d^k\,\mathcal{F}f(u)}{du^k}$
Translation (temporelle)	$f(t-a)$ $a \in \mathbb{R}_+^*$	$e^{-2i\pi au}.\mathcal{F}f(u)$
Modulation (temporelle) ou translation (fréquentielle)	$e^{2i\pi at}.f(t)$	$\mathcal{F}f(u-a)$
Changement d'échelle ou dilatation	$f(\omega t)$ $\omega \in \mathbb{R}^*$	$\frac{1}{\lvert\omega\rvert}.\mathcal{F}f\left(\frac{u}{\omega}\right)$
Conjugaison complexe	$f^*(t)$	$\left(\mathcal{F}f(-u)\right)^*$
Produit de convolution (temporel)	$(f * g)(t)$	$(\mathcal{F}f.\mathcal{F}g)(u)$
Produit ou produit de convolution (fréquentiel)	$(f.g)(t)$	$(\mathcal{F}f * \mathcal{F}g)(u)$
Inversion	$\mathcal{F}f(u)$	$f(-t)$

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1 & si \quad t \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \\ 0 & sinon \end{cases}\ ; \qquad \Lambda(t) = \begin{cases} 1-\lvert x\rvert & si \quad t \in [-1,1] \\ 0 & sinon \end{cases}\ ; \qquad \mathbb{1}_E(t) = \begin{cases} 1 & si \quad t \in E \\ 0 & si \quad t \notin E \end{cases}$$

Fonction	Transformée de Fourier	Remarque
$\Pi(t)$ (porte)	$sinc(\pi u)$	
$\Lambda(t)$ (triangle)	$sinc^2(\pi u)$	
$e^{-a\lvert t\rvert}$ $a \in \mathbb{R}_+^*$	$\frac{2a}{a^2+4\pi^2u^2}$	Valable même si $\mathcal{R}e(a) > 0$
$\frac{1}{a^2+t^2}$ (Lorentzienne)	$\frac{\pi}{a}e^{-2\pi a\lvert u\rvert}$	Valable même si $\mathcal{R}e(a) > 0$
e^{-at^2} (Gaussienne) $a \in \mathbb{R}^*$	$\sqrt{\frac{\pi}{a}}.e^{-\frac{\pi^2}{a}u^2}$	a réel
$e^{-at}.\mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(t)$ $a \in \mathbb{R}_+^*$	$\frac{1}{a+2i\pi u}$	Valable même si $\mathcal{R}e(a) > 0$
$t^n e^{-at}.\mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(t)$ $a \in \mathbb{R}_+^*$	$\frac{n!}{(a+2i\pi u)^{n+1}}$	Valable même si $\mathcal{R}e(a) > 0$