Année universitaire : 2017/2018

Université Internationale
de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

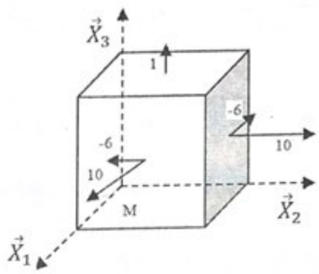
TD 4

Formation Initiale / 1ère Année CI

« MMC » Prof. – B. KISSI

EXERCICE 1 :

Soit l'état de contraintes schématisé ci-contre sur le cube élémentaire d'arête parallèles aux axes choisis.



1- Ecrire le tenseur de contrainte correspondant $\bar{\bar{\sigma}}_{ij}$.

2- décomposer ce tenseur en la somme d'une partie hydrostatique $\bar{\bar{\sigma}}_m$ et d'une partie déviatoire $\bar{\bar{S}}_{ij}$.

3- En diagonalisant la matrice $\bar{\bar{\sigma}}_{ij}$, calculer les trois contraintes principales de cet état de contrainte.

4- $\vec{x}_3$ est l'une des directions principales car la facette de normale $\vec{x}_3$ ne subit aucune cission. Dans le plan de *Mohr* (σ, τ), tracer le centre de Mohr lieu des vecteurs contraintes sur les facettes dont les normales sont dans le plan $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$

5- Tracer les deux autres cercles de *Mohr*.

EXERCICE 2 :

En un point M d'un milieu continu, la matrice du tenseur des contraintes de Cauchy dans une base cartésienne orthonormée $B = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est donnée par :

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0,7\alpha & 3,6\alpha & 0 \\ 3,6\alpha & 2,8\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 7,6 \end{bmatrix}$$

Avec : α une constante

1- Calculer les contraintes principales.

2- Déterminer les valeurs de α correspondant à un état de contrainte de révolution.

3- On pose $\alpha = 1$.

  a- Déterminer les vecteurs propres en M.

  b- Dessiner les cercles de Mohr.

c- Calculer la contrainte pour la direction $\vec{n} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_1 + \frac{1}{2}\vec{e}_2$.

d- Déterminer la valeur de la contrainte de cisaillement maximum T_{tm}.

EXERCICE 3 :

1- A l'aide des équations de Lamé, reconstituer l'expression de la matrice 6 x 6 des constantes élastiques d'un matériau isotrope en fonction des deux coefficients de Lamé λ et μ.

2- A l'aide des relations de Young, reconstituer l'expression de la matrice 6 x 6 des souplesses d'un matériau isotrope en fonction des deux coefficients E et ν.

Sachant que :

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \; ; \; \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \; ; \; \lambda = \frac{E.\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \; ; \; \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

EXERCICE 4 :

En un point M d'un solide, dans le repère orthonormé $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, le tenseur des contraintes a pour valeur :

$$\boxed{[\sigma(M)] = \begin{bmatrix} 80 & -40 & 0 \\ -40 & 120 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}}$$

1. Faire un dessin qui montre la signification physique des composantes du tenseur des contraintes.

2. Calculer les contraintes principales et les directions principales.

3. Faire un dessin qui montre la signification physique des contraintes et des directions principales.

4. Calculer les contraintes équivalentes de Von Mises et Tresca.