Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Année universitaire : 2017/2018

TD 3

Formation Initiale / 1ère Année CI

«MMC» Prof. – B.KISSI

EXERCICE 1 :

En un point (M) d'un milieu continu l'état de contrainte est donné par le tenseur suivant :

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 120 & 0 & 0 \\ 0 & 40 & 10 \\ 0 & 10 & 40 \end{bmatrix}$$

1. Déterminer les contraintes principales $\sigma_1 ; \sigma_2 ; \sigma_3$

2. Déterminer les contraintes : totale T, normale σ_N et tangentielle τ , suivant une facette de normale unitaire $\bar{n} = \frac{1}{\sqrt{3}}\bar{e}_1 + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\bar{e}_2$

EXERCICE 2 :

En un point M d'un solide, dans le repère orthonormé $\{\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\}$, le tenseur des contraintes a pour valeur :

$$\begin{array}{cccc} & T(M,\vec{i}) & T(M,\vec{j}) & T(M,\vec{k}) \\ [\sigma(M)] = & \multicolumn{3}{c}{\begin{bmatrix} 100 & -40 & 0 \\ -40 & 80 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} Mpa} \end{array}$$

1- Faire un dessin qui montre la signification physique des composantes du tenseur des contraintes.

2- Soit le vecteur unitaire $\vec{n}$ de composantes : $\{n\} = \frac{1}{\sqrt{5}}\begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{Bmatrix}$ sur la facette $\vec{n}$.

- **a-** Calculer les composantes du vecteur contrainte $\vec{T}(M, \vec{n})$.
- **b-** Calculer la contrainte normale σ_n.
- **c-** Calculer les composantes du vecteur cisaillement $\vec{\tau}_n$, puis le module τ_n du cisaillement.

EXERCICE 3 :

En un point M d'un solide élastique isotrope, le tenseur des contraintes rapporté au repère orthonormé $B = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est :

$$\sigma = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & \sqrt{3} \\ 1 & \sqrt{3} & 2 \end{bmatrix} \text{ Mpa}$$

Déterminer Les contraintes et les directions principales agissant en M.

EXERCICE 4 :

On considère à un état de contraintes uniforme dont les composantes cartésiennes sont:

$$\sigma = \begin{bmatrix} -4 & \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -1 & 3 \\ -\sqrt{2} & 3 & -1 \end{bmatrix} \quad (N/mm^2)$$

1) Déterminer les contraintes principales.
2) Déterminer les directions principales normalisées.
3) Ecrire la matrice C des cosinus directeurs des axes principaux.
4) Calculer la contrainte moyenne normale et la contrainte tangentielle maximale
5) Vérifier les invariants des contraintes I_1 et I_3.

EXERCICE 5 :

On considère le vecteur contrainte défini dans la base $B = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ par :

$$\vec{T}(\vec{e}_1) = \sigma_0(-\vec{e}_1 - \gamma\vec{e}_3)$$

$$\vec{T}(\vec{e}_2).\vec{e}_2 = -\sigma_0$$

$$\vec{T}(\vec{e}_3) \wedge \vec{e}_1 = -\sigma_0\vec{e}_2$$

Avec $\sigma_0 \neq 0$ et $\gamma \neq 0$.

1. Quelle est la dimension de $\vec{T}$ (Unité SI).
2. Donner les composantes du tenseur des contraintes de Cauchy $\overline{\overline{\sigma}}$.
3. Calculer les valeurs propres et les vecteurs propres de $\overline{\overline{\sigma}}$.

EXERCICE 6 :

Tracer la représentation de Mohr pour :

1. Traction ou compression hydrostatique :

$$\sigma_a = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_1 \end{bmatrix} \qquad \sigma_b = \begin{bmatrix} -\sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_1 \end{bmatrix} \qquad \text{Avec : } \sigma_1 > 0$$

2. Traction ou compression simple dans une direction :

$$\sigma_a = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \sigma_b = \begin{bmatrix} -\sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{Avec : } \sigma_1 > 0$$

3. Cisaillement simple :

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$T(n, e_n)$ $\vec{T}(u, g)$ $P(u, e)$

$$\bar{T} = \bar{\sigma}.\vec{n} \qquad \begin{bmatrix} \sigma_{11} & x & x \\ x & \sigma_{21} & x \\ x & x & \sigma_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$$