Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Année universitaire : 2017/2018

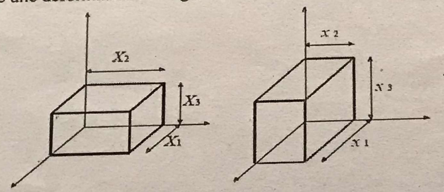
TD 2

Formation Initiale / 1ère Année CI

«MMC» Prof. – B.KISSI

EXERCICE 1 :

On considère une déformation homogène triaxiale définie par les relations suivantes :



$$\begin{cases} x_1 = \lambda_1 X_1 \\ x_2 = \lambda_2 X_2 \\ x_3 = \lambda_3 X_3 \end{cases}$$

1) Déterminer alors les composantes, dans la base orthonormée directe $(\overline{E_1}, \overline{E_2}, \overline{E_3})$ des tenseurs suivants :
   - Tenseur gradient $\overline{\overline{F}}$
   - Tenseur de Cauchy Green $\overline{\overline{C}}$
   - Tenseur des déformations de Green Lagrange $\overline{\overline{E}}$
   - Tenseur des déformations d'Euler Almansi $\overline{\overline{A}}$
2) Constater que l'on a bien la relation : $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{(F^{-1})}}^T \otimes \overline{\overline{E}} \otimes \overline{\overline{F^{-1}}}$
3) Donner les composantes du tenseur de Green Lagrange dans la base orthonormée $(\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3})$ définie par :

$$\begin{cases} \vec{e}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \\ \vec{e}_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(-\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \\ \vec{e}_3 = \vec{E}_3 \end{cases}$$

4) Application numérique : $\lambda_1 = \frac{5}{4}$; $\lambda_2 = \frac{5}{6}$; $\lambda_3 = 1$

Donner les valeurs numériques des différents tenseurs.

EXERCICE 2 :

Soit un milieu soumis à un tenseur de déformation $\overline{\overline{E}}$ dont la matrice dans une base $B = (\overline{e_1}, \overline{e_2}, \overline{e_3})$ donnée est :

$$\overline{\overline{E}} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 1 \end{bmatrix}_B$$

1- Calculer la trace de $\overline{\overline{E}}$ ainsi que son déterminant.

2- Calculer $\det\left(\overline{\overline{E}} - \lambda \overline{\overline{I}}\right)$. En déduire les valeurs des déformations principales et la forme de la matrice de $\overline{\overline{E}}$ dans sa base principale.

3- Ordonner les déformations principales, puis calculer les coordonnées du vecteur propre $\overline{b_2}$ correspondant à la déformation principale intermédiaire E_2.

EXERCICE 3 :

1- Diagonaliser la matrice :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

2- Quelle est la base de vecteurs propres associée à cette transformation linéaire ?

EXERCICE 4 :

Un disque plat est soumis à du glissement simple (Figure 1).

$$\boxed{\begin{cases} x_1 = X_1 + X_2/3 \\ x_2 = X_2 \\ x_3 = X_3 \end{cases}}$$

Calculer :

- Le tenseur gradient de la transformation
- Le tenseur des dilatations de Cauchy-Green
- La dilatation selon les trois axes X_1, X_2
- L'angle entre les axes 1 et 2 après transformation
- Le tenseur des déformations de Green-Lagrange
- La déformation selon les trois axes
- Le tenseur de petites déformations

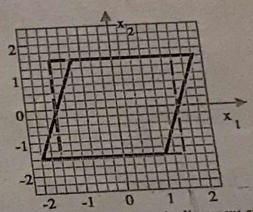


Figure 1 : disque soumis à glissement simple

1

EXERCICE 5 :

Un solide est déformé en déformation uni-axiale selon X1. : $x_1 = X_1(1+\beta t)$, $x_2 = X_2$
$x_3 = X_3$

. Où t correspond au temps et β est une constante arbitraire.

Calculer :

1/ - Le tenseur gradient de la transformation
2/ - Le tenseur des dilatations de Cauchy-Green
3/ - La dilatation selon les trois axes X1, X2
4/ - L'angle entre les axes 1 et 2 après transformation
5/ - Le tenseur des déformations de Green-Lagrange
6/ - La déformation selon les trois axes
7/ - Le tenseur gradient des déplacements
8/ - Le tenseur de petites déformations

EXERCICE 6 :

Soit : $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

- Donner les valeurs propres de A.
- Calculer les vecteurs propres associés à chaque valeur propre.

EXERCICE 7 :

Calculer les valeurs propres et les vecteurs propres réels des matrices :

$$A_1 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, A_4 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, A_6 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, A_7 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$