Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Année universitaire : 2017/2018

TD 1

Formation Initiale / 1ère Année CI

«MMC» Prof. – B.KISSI

EXERCICE 1 :

Soit $F(x) = 4x + 5$,

1- Calculez $F(2x), F(x^2), et\ F(x+3)$.

Soient les vecteurs : $X = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$; $Y = \begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix}$ et les matrices : $A = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\1 & 2 & 0\\0 & 0 & 3\end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix}3 & 0 & 0\\0 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

2- Calculer $X + Y$, $\bullet\ Y$, $||X||$, $3X$.

3- Calculer $3A$, $Z = A \bullet X$, $C = A \bullet B$, $det(A)$, $Tr(A)$.

EXERCICE 2 :

Soit une longueur de référence$l$. On définit le domaine Ω_0 par :

$$\Omega_0 = \left\{\underline{a} \in \mathbb{R}^3\ tel\ que\ 0 \le a_2 \le 1\ ;\ |a_2| \le l\ \ et\ -\sqrt{l^2 - a_1^2} \le a_3 \le l\right\}$$

On considère un mouvement $\underline{x} = \underline{X}(a,t)$ défini par :

$$x_1 = k(t).a_1\ ,\quad x_2 = a_2 \quad et \quad x_3 = a_3 + \beta(t).a_1^2$$

avec : $k(t) = 1 + \alpha[1 - \cos(2\omega t)]$ et $\beta = \beta_0 \sin(\omega t)$ avec $\alpha \ge 0$ et $\beta \ge 0$.

Pour les tracés graphiques, on considère les valeurs $\alpha = 1/2$, $\beta_0 = 1\ cm^{-1}$ et $\omega = \frac{\pi}{4}\ s^{-1}$

1- Calculer le champ de vitesse eulérien $\underline{U}(\underline{x}, t)$ associé au mouvement $\underline{X}(\underline{a}, t)$

2- Etablir l'expression $B^{(L)}(\underline{a}, t)$ de la représentation lagrangienne du champ B dont la représentation eulérienne est $B^{(E)}(\underline{x}, t) = \gamma x_3^2$ pour $x_3 \ge 0$ et $B^{(E)}(\underline{x}, t) = 0$ pour $x_3 \le 0$; où γ est une cte.

3- Etablir l'expression de $\frac{dB}{dt}(\underline{x}, t)$.

EXERCICE 3 :

On considère un mouvement défini dans la base $B = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ par sa représentation lagrangienne (ω est une constante positive) :

$$\begin{cases} x_1 = X_1 cos(\omega t) - X_2 sin(\omega t) \\ x_2 = X_1 sin(\omega t) + X_2 cos(\omega t) \\ x_3 = X_3 \end{cases}$$

1- Calculer le tenseur gradient $\bar{\bar{F}}$, le tenseur des dilatations $\bar{\bar{C}}$, et le tenseur des déformations $\bar{\bar{E}}$ de ce mouvement au point $\vec{X}$ et à l'instant t.

2- A quelle classe particulière ce mouvement appartient-il ?

3- Pour un instant t donné, calculer la dilatation en un point $\vec{X}$ et dans une direction $d\vec{X}$.

4- Pour un instant t donné, calculer le glissement en un point $\vec{X}$ et pour deux directions orthogonales $d\vec{X}$ et $d\vec{X}'$.

5- On considère un milieu animé de ce mouvement, muni d'une masse volumique homogène ρ_0 à l'instant $t_0 = 0$. Calculer le jacobien de la transformation, ainsi que la masse volumique du milieu à l'instant t.

6- Calculer le champ de vitesse $\vec{V}(\vec{X}, t)$ et le champ d'accélératio $\vec{\gamma}(\vec{X}, t)$ en coordonnées lagrangiennes.

7- Exprimer les coordonnées initiales à partir des coordonnées actuelles. Calculer le champ de vitesse $\vec{V}(\vec{X}, t)$ et le champ d'accélération $\vec{\gamma}(\vec{X}, t)$ en coordonnées eulériennes.