Mécanique des fluides avancée : corrigé TD2

Exercice 1 :

Déterminons la chute de pression en fonction de D, d, ρ et V :

$$\Delta P : ML^{-1}T^{-2}$$

$$D : L$$

$$d : L$$

$$\rho : ML^{-3}$$

$$V : LT^{-1}$$

Donc : n = 5 et p = 3 => j=3

Calcul de π : $K = n - j = 5 - 3 = 2$

Il faut chercher π_1 *et* π_2 :

Commençons par π_1:

$$\pi_1 = V^a . D^b . \rho^c . d$$
$$\pi_1 = [: LT^{-1}]^a . [L]^b . [: ML^{-3}]^c . L$$

$$\begin{matrix} L \\ T \\ M \end{matrix} \begin{cases} a + b - 3c + 1 = 0 \\ -a = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow \pi_1 = \frac{d}{D}$$

$$\pi_2 = V^a . D^b . \rho^c . \Delta P$$
$$\pi_2 = [: LT^{-1}]^a . [L]^b . [: ML^{-3}]^c . [ML^{-1}T^{-2}]$$

$$\begin{matrix} L \\ T \\ M \end{matrix} \begin{cases} a + b - 3c - 1 = 0 \\ -a - 2 = 0 \\ c + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -2 \ , c = -1 \ \text{ et } \ b = 0$$

$$\Rightarrow \pi_2 = \frac{\Delta P}{\rho V^2}$$

Donc :

$$\pi_2 = f(\pi_1)$$
$$\frac{\Delta P}{\rho V^2} = f\left(\frac{d}{D}\right)$$
$$\Rightarrow \Delta P = \rho V^2 . f\left(\frac{d}{D}\right)$$

Exercice 2 :

1/ L'expression de l'épaisseur de la couche limite :

$$\frac{\delta}{L} = Re^{-\frac{1}{2}}$$

2/ Calcul de nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho U_{\infty} D}{\mu}$$
$$A.N.:\ Re = 1{,}5 \times 10^{6}$$

3/ Calcul de la force de trainée :

$$F_x = \frac{1}{2}\rho C_x S U_{\infty}^{2}$$

$$A.N.:\ F_x = 300\ N$$

4/ L'équivalence de puissance nécessaire pour vaincre la force de trainée :

$$P_x = F_x . U_{\infty}$$
$$A.N.:\ P_x = 900\ W$$

Exercice 3 :

Déterminons la chute de pression en fonction de D, L, ρ , μ et V :

$$\Delta\mathrm{P} : \mathrm{ML^{-1}T^{-2}}$$

$$\mathrm{D} : \mathrm{L}$$

$$\mathrm{d} : \mathrm{L}$$

$$\rho : \mathrm{ML^{-3}}$$

$$\mathrm{V} : \mathrm{LT^{-1}}$$

$$\mu : \mathrm{ML^{-1}T^{-1}}$$

Donc : n = 6 et p = 3 => j=3

Calcul de π : $K = n - j = 6 - 3 = 3$

Il faut chercher $\pi_1, \pi_2\ et\ \pi_3$:

- π_1:

$$\pi_1 = \mathrm{V^a . D^b . \rho^c . L}$$
$$\pi_1 = [: \mathrm{LT^{-1}}]^{\mathrm{a}} . [\mathrm{L}]^{\mathrm{b}} . [: \mathrm{ML^{-3}}]^{\mathrm{c}} . \mathrm{L}$$

$$\begin{array}{l} \mathrm{L} \\ \mathrm{T} \\ \mathrm{M} \end{array} \begin{cases} \mathrm{a + b - 3c + 1 = 0} \\ \mathrm{-a = 0} \\ \mathrm{c = 0} \end{cases} \Longrightarrow \mathrm{b = -1}$$

$$\Longrightarrow \pi_1 = \frac{L}{D}$$

- π_2 :

$$\pi_2 = V^a . D^b . \rho^c . \mu$$
$$\pi_2 = [: LT^{-1}]^a . [L]^b . [: ML^{-3}]^c . ML^{-1}T^{-1}$$

$$\begin{array}{l} L \\ T \\ M \end{array} \begin{cases} a + b - 3c - 1 = 0 \\ -a - 1 = 0 \\ c + 1 = 0 \end{cases} \Longrightarrow a = -1 \ , c = -1 \ \text{et} \ b = -1$$

$$\Longrightarrow \pi_2 = \frac{\mu}{\rho V D}$$

- π_3 :

$$\pi_3 = V^a . D^b . \rho^c . \Delta P$$
$$\pi_3 = [: LT^{-1}]^a . [L]^b . [: ML^{-3}]^c . [ML^{-1}T^{-2}]$$

$$\begin{array}{l} L \\ T \\ M \end{array} \begin{cases} a + b - 3c - 1 = 0 \\ -a - 2 = 0 \\ c + 1 = 0 \end{cases} \Longrightarrow a = -2 \ , c = -1 \ \text{et} \ b = 0$$

$$\Longrightarrow \pi_3 = \frac{\Delta P}{\rho V^2}$$

Donc :

$$\pi_3 = f(\pi_1 ; \pi_2 \,)$$
$$\frac{\Delta P}{\rho V^2} = f\left(\frac{L}{D} ; \frac{\mu}{\rho V D}\right)$$
$$\Longrightarrow \Delta P = \rho V^2 \, . \, f\left(\frac{d}{D} ; \frac{\mu}{\rho V D}\right)$$