

TD N°1 Mécanique des Fluides

Exercice 1

On considère le champ de vitesse suivant :

$$V_x = \frac{x}{(t+t_0)}$$

$$V_y = 0$$

$$V_z = 0$$

- 1) S'agit-il d'un écoulement compressible ou incompressible ?
- 2) Montrer que les trajectoires V_x sont toutes des droites issues du point $(x = 0, t = -t_0)$ dans le plan (x, t) .
- 3) On suppose que le profil $\rho(x, y, z, 0)$ est connu. Déterminer l'expression de la masse volumique ρ en fonction de x, y, z et t .

Exercice 2

On considère l'écoulement permanent d'un fluide réel visqueux entre deux plaques planes parallèles de longueur L séparées par une distance $2e$.

– le fluide est mis en mouvement par le gradient de pression p parallèle à l'axe des x . On suppose donc que la pression ne dépend que de x . On donne $P(0)=P_e$ et $P(L)=P_s$.

- on néglige la pesanteur.
- le fluide est incompressible.
- les lignes de courant sont parallèles, $v = w = 0$.
- au contact avec chaque plaque, la vitesse du fluide est nulle ($V = 0$ pour $z = \pm e$).
- le régime des vitesses est établi : V ne dépend pas de x .
- le problème est identique pour tout y , donc V ne dépend pas de y .
- la viscosité μ du fluide et sa masse volumique ρ sont connus.

1) Etablir l'équation liant les composantes de la vitesse à celles du gradient de pression. En déduire l'équation vérifiée par $u(z)$.

2) En déduire :

- a. l'expression de u en fonction de z ,
- b. l'expression de la contrainte de cisaillement σ_{xz} en fonction de z ,
- c. l'expression du débit par unité de largeur (dans la direction y) entre les deux plaques, ✓
- d. l'expression de la vitesse moyenne du fluide entre les deux plaques.

3) Y a-t-il perte de charge ?

4) Faites le calcul pour les fluides suivants avec $e = 1 \text{ mm}$ et $\text{grad} p = 10^4 \text{ Pa} \cdot \text{m}^{-1}$ pour une l'huile ayant une viscosité dynamique : $\mu = 1 \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$

Exercice 3

On souhaite bien étaler du miel sur une tartine.

Du miel, fluide incompressible de masse volumique ρ , de viscosité dynamique μ est étalé sur une tartine de surface plane, en une épaisseur e , à l'aide d'un couteau (de largeur très grande par rapport à e) en mouvement de translation à la vitesse $\mathbf{V}_0 = U_0 \mathbf{e}_x$ parallèle à la tartine ($U_0 = \text{cste}$) et dans la direction de sa longueur L .

L'écoulement est considéré stationnaire et incompressible.

Par symétrie, on trouve que la vitesse $\mathbf{V} = V_x \mathbf{e}_x$ et ne dépend pas de z . Avec x est l'axe parallèle au support (la tartine) dans la direction de sa longueur et y est l'axe perpendiculaire au support selon la verticale ascendante.

1. Montrer que la vitesse ne dépend pas de la composante x .
2. Que dire alors de l'accélération du fluide?
3. Calculer la pression dans le fluide (On donne P_0 la pression constante à la surface de contact du miel avec le couteau).
4. Trouver l'équation de la vitesse du fluide.
5. Calculer la vitesse du fluide. Représenter le profil de vitesse.
6. Calculer le débit volumique (On donne l la largeur de la tartine).
7. Calculer la force nécessaire à appliquer sur le couteau (pour étaler le miel).