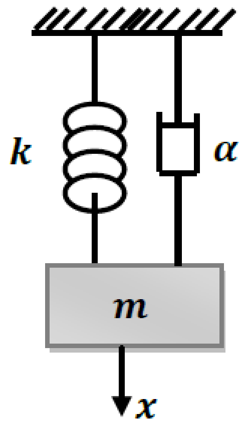
TD 2 : Systèmes linéaires amortis à un degré de liberté

Exercice 1 :

On considère un oscillateur amorti Suivant.



Le ressort, disposé verticalement, est de raideur k = 3Nm, de masse négligeable et d'élasticité parfaite. Son extrémité supérieure est fixe. On suspend à son extrémité libre une masse m = 150g. Le ressort s'allonge alors de la longueur l = 5 cm par rapport à sa longueur à vide jusqu'à atteindre une position d'équilibre.

Sachant que α=0.6kg/s, résoudre l'équation du mouvement de ce système.

Exercice 2 :

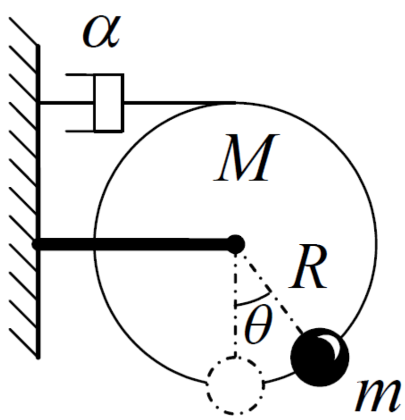
On définit un oscillateur amorti régi par l'équation différentielle suivante : $\mathbf{m\ddot{x} + \alpha\,\dot{x} + kx = 0}$**,** avec m est la masse du corps, k est le coefficient de rappel et x est le déplacement du corps. On lance le système avec une vitesse initiale v0=25cm/s. Donc on a : t=0, x=0 et $\dot{x} = v_0$

Calculer la période propre du système, Sachant que : m=150g et k=3.8N/m.

1. Montrer que si α=0.6kg/s, le corps a un mouvement oscillatoire amorti.
2. Résoudre dans ce cas l'équation différentielle.
3. Calculer la pseudo-période du mouvement.
4. Déterminer la pseudo-pulsation du système.
5. Déterminer le décrément logarithmique du système.

Exercice 3 :

Un disque de rayon R et de masse M suspendu verticalement peut tourner librement autour de son axe fixe. Une masse ponctuelle m est soudée à sa périphérie. L'ensemble des frottements est symbolisé par l'amortisseur de coefficient α.



Moment d'inertie du disque autour de son axe : $\mathbf{I = \frac{1}{2}MR^2}$

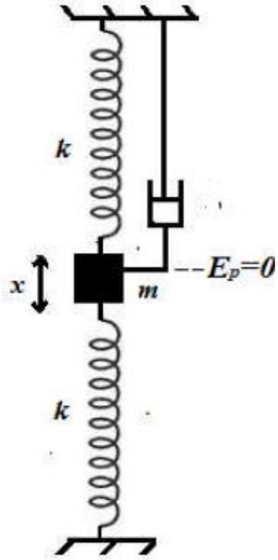
A l'équilibre m était en position verticale.

1. Trouver les énergies Ec, Ep et Em.
2. Trouver la fonction de dissipation D.
3. Trouver le Lagrangien et déduire l'équation du mouvement.
4. Sachant que α 20N.s /m, M = m =1kg, R=15cm, $g=10m/s^2$.Trouver la nature du mouvement.
5. Déterminer τpour$\frac{1}{7}$ de l'amplitude.

Exercice 4 :

Soit le système mécanique représenté ci-après. Pour des petites oscillations, on désire :

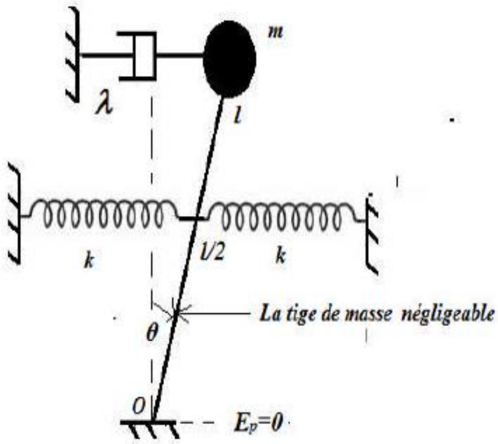
1. Calculer les énergies : cinétique, potentielle et mécanique.
2. Déterminer le Lagrangien.
3. Déterminer la fonction de dissipation.
4. En utilisant Lagrange-Euler, déterminer l'équation différentielle du mouvement.
5. En déduire la pulsation propre
6. Déterminer la solution générale pour un faible amortissement.
7. En déduire les caractéristiques de ce régime.



Exercice 5 :

Soit le système mécanique représenté ci-après. Pour des petites oscillations, on désire :

1. Calculer les énergies : cinétique, potentielle et mécanique.
2. Déterminer le Lagrangien.
3. Déterminer la fonction de dissipation.
4. En utilisant Lagrange-Euler, déterminer l'équation différentielle du mouvement.
5. En déduire la pulsation propre
6. Déterminer la solution générale pour un faible amortissement.
7. En déduire les caractéristiques de ce régime.



Exercice 6 :

On considère un système mécanique amorti, oscillant autour d'un axe passant par O représenté par une tige métallique de longueur l de masse négligeable reliée par un ressort de constante de raideur k au point l/2.

1. Etablir le Lagrangien du système.
2. Déterminer l'équation différentielle du mouvement.
3. En déduire la pulsation propre du système.
4. Déterminer les caractéristiques du régime.