

Systèmes à un degré de liberté : Oscillations amortis

- La force d'amortissement :

$$Fq = -\alpha \dot{q}$$

- La fonction de dissipation D :

$$D = \frac{1}{2} \alpha \dot{q}^2$$

- L'équation Lagrangienne du mouvement :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = - \frac{\partial D}{\partial \dot{q}}$$

- Equation du mouvement : $\ddot{x} + 2\lambda \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$

- $\Delta' > 0$: Régime aperiodique (amortissement fort)

$$\rightarrow q(t) = A e^{r_1 t} + B e^{r_2 t}$$

- $\Delta' = 0$: Régime critique

$$\rightarrow q(t) = e^{-\lambda t} (At + B)$$

- $\Delta' < 0$: Régime pseudoperiodique (faible amortissement)

$$\rightarrow q(t) = q_m e^{-\lambda t} \cos(\omega t + \varphi)$$

- Facteur d'amortissement λ :

$$\lambda = \frac{\alpha}{2m}$$

- Facteur qualité :

$$Q = \frac{\omega_0}{2\lambda}$$

- Pseudo-pulsation du mouvement :

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$$

- Pseudo-période :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}}$$

- Décrément logarithmique

$$\delta = \lambda T$$

- Temps de relaxation

$$\tau_r = \frac{\tau}{2} = \frac{1}{2\lambda}$$