Deuxième année cycle d'ingénieurs
Filière Génie Mécanique

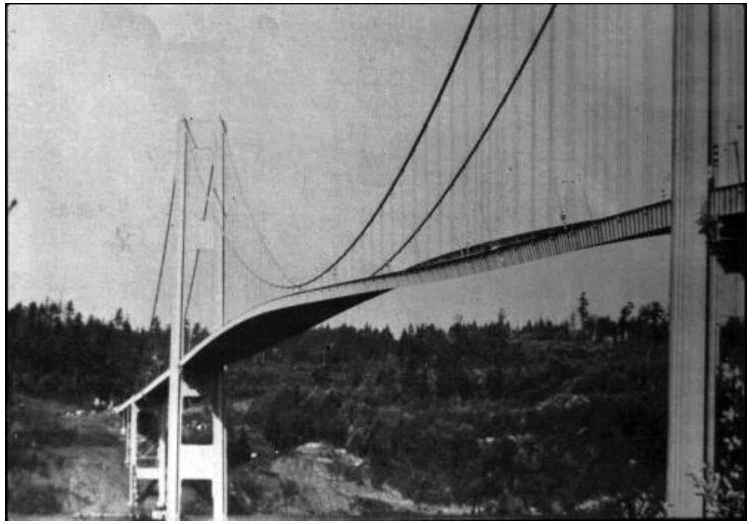
Cours de:

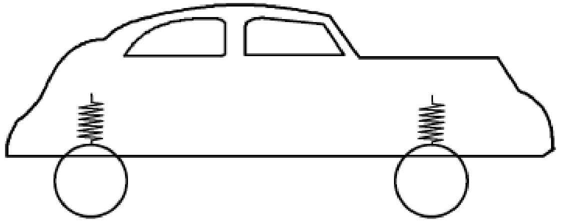
Vibration mécanique

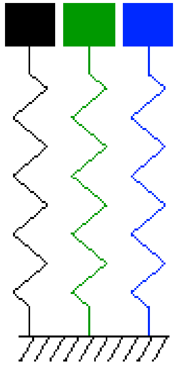
Professeur Basma Benhadou

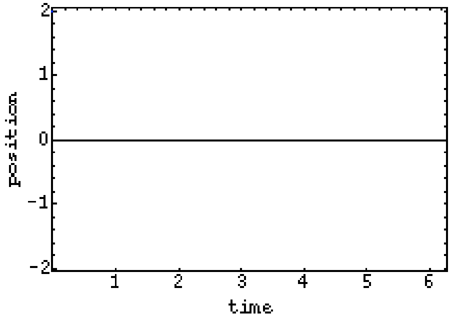
Université Internationale de Casablanca
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

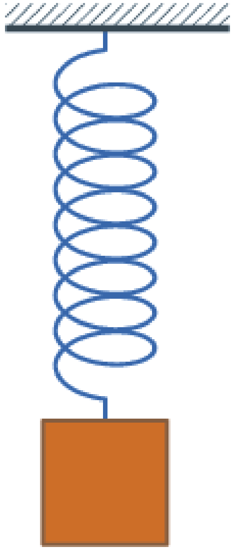
Année universitaire : 2017-2018











Objectifs

- Connaître le champ des déplacements dynamiques des structures.
- Savoir décrire le modèle de l'oscillateur harmonique et savoir l'appliquer à l'étude des systèmes physiques oscillants.
- Savoir étudier les réponses de ces systèmes, en tenant compte des paramètres caractéristiques et des conditions initiales.
- Savoir étudier l'énergie de tels systèmes.

Syllabus de cours

A- Systèmes discrets

a. Système à 1 seul degré de liberté

b. Système à 2 degrés de liberté

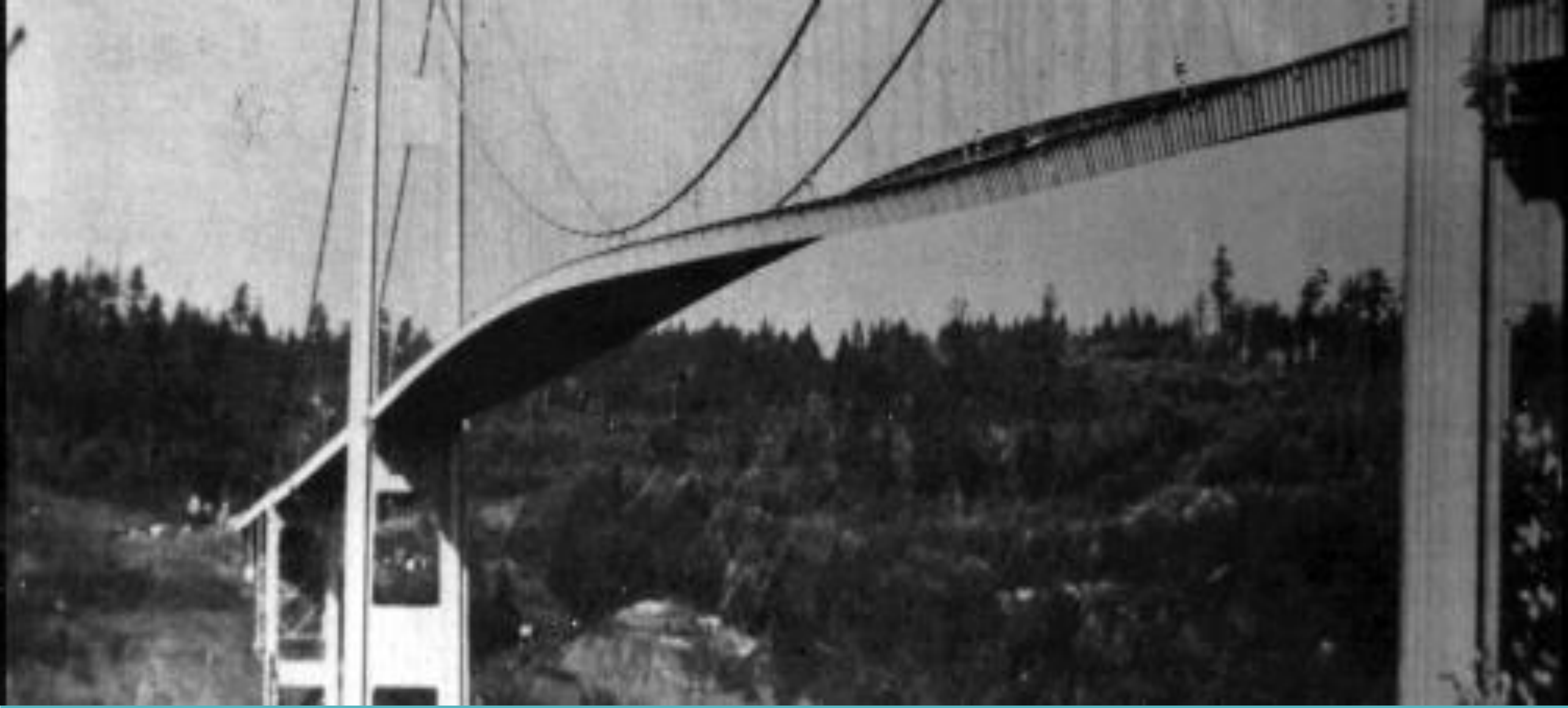
b. Systèmes à plusieurs degrés de liberté

B- Système continus

a. Vibrations en torsion

b. Vibration en flexion

C- Capteurs de vibrations



Pont du Detroit de Tacoma (1940)

Pont du Detroit de Tacoma (1940)

https://www.youtube.com/watch?v=3mclp9QmCGs

Rappels

- Principe fondamental de la dynamique
- Energie mécanique
- Energie cinétique
- Energie potentielle
- Equation différentielle de second ordre à coefficients constants et sans second membre.

Principe fondamental de la dynamique

- Une loi mettant en relation la ***masse*** d'un objet et ***l'accélération*** qu'il reçoit si des ***forces*** lui sont appliquées.
- Appelé aussi la ***deuxième loi de Newton*** ou ***relation fondamentale de la dynamique (RFD).***

Energie cinétique

- L’énergie cinétique Ec est l’***énergie*** que possède un ***corps*** grâce à son ***mouvement.***
- C’est la ***vitesse*** de déplacement d’un corps : plus un corps se déplace vite plus son énergie cinétique est grande.
- Si un corps est ***immobile*** alors son énergie cinétique est nulle.
- ***L'unité*** légale de l’énergie cinétique est le ***joule***.

Energie cinétique

L'énergie cinétique Ec correspond à:

$$\mathbf{Ec = 1/2 \ \times m \times v^2}$$

Avec:

- Ec en joule (J)
- m en kilogramme (kg)
- v en mètre par seconde (m.s-1)

Energie cinétique

Exemple:

Un objet de masse $m = 6{,}7g$ est en mouvement de translation à une vitesse v de $2{,}7\ m.s^{-1}$.

Quelle est alors la valeur de son énergie cinétique ?

Rappel:

$$Ec = 1/2 \times m \times v^2$$

Energie cinétique

Exemple:

On sait que v = 2,7 m.s-1 et que m = 6,7g.

Il faut dans un premier temps convertir la masse en kilogrammes. On a donc : m = 6,7g = 0,067 kg.

Ainsi, on peut appliquer la formule précédemment énoncée :

$Ec = 1/2 \times m \times v^2$

D'où : $Ec = 1/2 \times 0{,}0067 \times (2{,}7)^2$

Donc : Ec = 0,024 J.

L'énergie cinétique de l'objet est donc de 0,33 Joules.

Energie potentielle de pesanteur

- L'énergie potentielle de pesanteur est l'énergie liée au ***poids d'un corps***. Elle est du au fait que ce corps se trouve dans un champ de pesanteur.
- Elle dépend donc de la ***masse du corps*** et de son ***altitude***.
- L'énergie potentielle de pesanteur est notée Epp et s'exprime en joule.

Energie potentielle de pesanteur

- L'énergie potentielle de pesanteur est :

$$\Delta(E_{pp}) = m \times g \times (z_1 - z_0)$$

Avec :

- Epp est en joule (J)
- m est en kilogramme (kg)
- g l'intensité de la pesanteur est en $N.kg^{-1}$ ($g=9{,}81\ m\ s^{-2}$ ou 9,81 N/kg).
- z_1 et z_0 est en mètre (m)

Energie potentielle de pesanteur

Exemple

On lance un ballon de football qui reste accroché à un arbre. Ce ballon a une masse de 400g. Il reste coincé à une hauteur de 3,7m.

Quelle est alors son énergie potentielle de pesanteur ?

Rappel

$$\Delta(E_{pp}) = m \times g \times (z_1 - z_0)$$

Energie potentielle de pesanteur

Exemple

On sait que $m = 400g$ et $z1 = 3{,}7m$.

Il nous faut dans un premier temps convertir la masse en kilogrammes. On a donc $m = 400\ g = 0{,}4kg$.

On peut donc appliquer la relation précédemment énoncée:

$\Delta(Epp) = m \times g \times (z1 - z0)$

D'où : $\Delta(Epp) = 0{,}4 \times 9{,}81 \times 3{,}7$ (ici $z0 = 0$ puisque le ballon est parti du sol)

Donc : $\Delta(Epp) = 14{,}52\ J$.

L'énergie potentielle de pesanteur du ballon est de 14,52 Joules.

Energie mécanique

- L'énergie mécanique est une quantité utilisée en mécanique classique pour désigner ***l'énergie*** d'un système ***emmagasinée*** sous forme d'énergie ***cinétique*** et d'énergie ***potentielle mécanique***.
- L'énergie mécanique est:

$$\mathbf{Em = Ec + Epp}$$

- L'unité légale de l'énergie cinétique est ***le joule***.

Rappels sur les matrices

Transposées de matrices

$$(\mathbf{A}^T)^T = \mathbf{A}$$

$$(\mathbf{A}\,\mathbf{B})^T = \mathbf{B}^T\,\mathbf{A}^T$$

$$(\mathrm{diag}[\alpha])^T = \mathrm{diag}[\alpha]$$

Inverses de matrices

$$\mathbf{A}\,\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1}\,\mathbf{A} = \mathbf{I}$$

$$(\mathbf{A}^{-1})^{-1} = \mathbf{A}$$

$$(\mathbf{A}\,\mathbf{B})^{-1} = \mathbf{B}^{-1}\,\mathbf{A}^{-1}$$

$$(\mathrm{diag}[\alpha])^{-1} = \mathrm{diag}\left[\frac{1}{\alpha}\right]$$

$$(\mathbf{A}^{-1})^T = (\mathbf{A}^T)^{-1}$$

Matrices orthogonales

$$\mathbf{A}^T\,\mathbf{A} = \mathbf{I} \qquad \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$$

Généralités sur les vibrations mécaniques

Vibration mécanique

- Une vibration est le ***mouvement*** d'un système mécanique qui reste ***voisin*** d'un état de ***repos***.
- Un tel mouvement peut :
  - être provoqué par une ***Excitation*** : on parle alors de ***vibrations forcées***
  - être le résultat d'une ***action imposée*** à un instant donné (telle que déplacer le système de sa position de repos, ou lui imposer une impulsion initiale) : on parle alors d'***oscillations libres.***

Vibration mécanique

Exemples:

- Les battements du cœur,
- Le mouvement d'une balançoire,
- Le mouvement alternatif des pistons d'un moteur à explosion

Vibration mécanique

Exemples:

Vibrations dues aux engins mécaniques

Vibrations transmises par les machines portatives

Mouvement périodique

- C'est un mouvement qui ***se répète*** à intervalles de ***temps réguliers***, cet intervalle est appelé ***période*** (T) qui s'exprime en seconde (s).
- Pour les ***mouvements rapides***, on utilise la ***fréquence*** : *f* exprimée en Hertz (HZ)
- L'expression de T en fonction de la pulsation : $\mathbf{T} = \frac{2\pi}{\omega}$
- ω est appelée la ***pulsation*** qui liée à la fréquence des oscillations et est mesurée en rad.s-1.

$$\omega = 2\pi f$$

Mouvement vibratoire

- Un mouvement vibratoire est un ***mouvement*** se produisant de part et d'autre de la ***position d'équilibre***.
- Le mouvement vibratoire est défini aussi par sa fréquence f.
- La fréquence indique le nombre d'oscillations complètes (dans le sens aller-retour) se produisant par seconde.

Mouvement vibratoire : Relation fréquence - période

- On peut établir la relation entre la fréquence et la période :

$$\boldsymbol{f} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{T}}$$

- La ***période*** T des oscillations est ***le temps*** mis par le système pour revenir à une ***position identique*** quelque soit le choix de cette position. C'est aussi, le temps mis pour faire une oscillation complète ou un « aller-retour ».

- Le mouvement périodique de période T est défini par:

A tout instant t : $\boldsymbol{x}\,\mathbf{(t+T)} = \boldsymbol{x}\mathbf{(t)}$

Mouvement vibratoire libre

- Les vibrations libres sont les vibrations qui résultent lorsqu’on écarte un système de sa position d’équilibre ou on lui donne une ***vitesse initiale*** , puis on le laisse ***vibrer librement***.

Exemples:

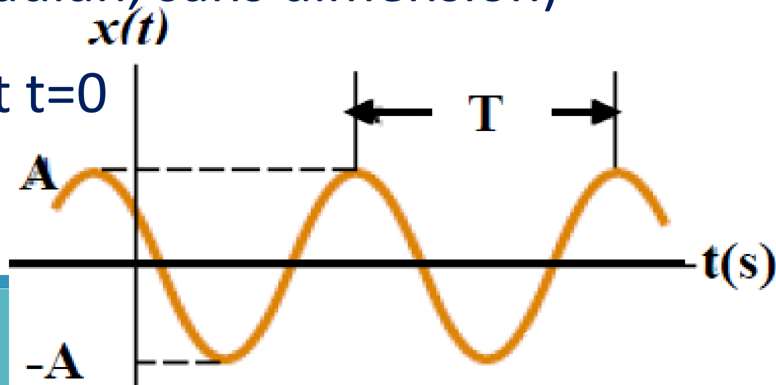
- Une masse accrochée à un ressort
- Un pendule simple
- Le balancier d’une horloge
- La rotation d’un moteur tournant à vitesse constante

Mouvement vibratoire sinusoïdal

- Un mouvement vibratoire est sinusoïdal, si un point vibrant possède une élongation du type:

$$\mathbf{y(t) = A\sin(\omega t + \varphi)}$$

- La grandeur $\mathbf{y(t)}$ est appelée l'élongation (ou la position) à l'instant t, l'élongation maximale ou l'amplitude du mouvement, elle varie entre –A et +A
- La quantité $\boldsymbol{\omega}$ est la pulsation du mouvement et exprimée en (rad/s)
- La quantité $(\boldsymbol{\omega t + \varphi})$est la phase instantanée, exprimée en (radian, sans dimension)
- L'angle $\boldsymbol{\varphi}$ est la phase initiale, correspond à la phase à l'instant t=0



Système linéaire

- Un système mécanique est dit linéaire lorsque son mouvement est régit par une équation ou un système d'équation différentielles linéaire du second ordre à coefficient constant.
- Une équation différentielles linéaire du second ordre est de la forme:

$$ay'' + by' + cy = 0$$

a, b et c sont réels ou complexes