

Mesures Physiques

- Généralités sur la mesure d'une grandeur physique
- Système international d'unités
- Homogénéité des relations physiques
- Fidélité, justesse, précision
- Les erreurs de mesures
- Etalonnage d'un capteur

I- Généralités sur la mesure d'une grandeur physique

Dans de nombreux domaines (industrie, recherche scientifique, services, loisirs ...), on a besoin de contrôler de nombreux paramètres physiques (température, force, position, vitesse, luminosité, ...).

Faire une mesure, c'est comparer une grandeur physique (ou chimique) inconnue avec une grandeur de même nature prise comme référence à l'aide d'un instrument.

Pour écrire le résultat d'un calcul, d'une mesure on se sert d'un nombre et d'une unité. Si l'un de ces deux éléments est faux, le résultat est faux.

En physique et en métrologie, les unités sont des étalons pour la mesure de grandeurs physiques qui ont besoin de définitions précises pour être utiles. Les systèmes d'unités, définis en cherchant le plus large accord dans le domaine considéré, sont rendus nécessaires par la méthode scientifique dont un des fondements est la reproductibilité des expériences (donc des mesures), ainsi que par le développement des échanges d'informations commerciales ou industrielles.

Le capteur est l'élément indispensable à la mesure de ces grandeurs physiques.

II- Définitions (Éléments de métrologie)

- **La grandeur (X)** : Paramètre qui doit être contrôlé lors de l'élaboration d'un produit ou de son transfert.
Exemples : température, pression, vitesse, position.....
- **Mesurande** : p, v, a, t, T
- **Le mesurage** : C'est l'ensemble des opérations ayant pour but de déterminer une valeur d'une grandeur X(pression, température, niveau)
- **La mesure (x)** : C'est l'évaluation d'une grandeur par comparaison avec une autre grandeur de même nature prise pour unité.
Exemple : 2 mètres, 400 grammes, 6 secondes.

On effectue des mesures pour :

- Connaître la valeur instantanée et l'évolution de certaines grandeurs.
- Se renseigner sur l'état et l'évolution d'un phénomène physique, chimique, industriel.

III- Système international d'unité

L'établissement d'un système d'unités repose sur le choix arbitraire d'un certain nombre d'unités, appelées les unités fondamentales ou de base. Il faut qu'elles soient indépendantes, les moins nombreuses possibles et qu'elles puissent avoir une représentation physique facile.

A partir d'elles, on définit les autres unités, appelées unités dérivées.

Le système international repose sur sept unités de base :

- 1- le mètre pour la longueur,
- 2- le kilogramme pour la masse,
- 3- la seconde pour le temps,
- 4- l'ampère pour l'intensité de courant,
- 5- le kelvin pour la température,
- 6- la candela pour l'intensité lumineuse,
- 7- la mole pour la quantité de matière.

1- Grandeur notation unité symbole

Grandeur	Notation	Unité	Symbole
Longueur	X	Mètre	m
Masse	M	Kilogramme	kg
Intensité électrique	I	Ampère	A
Intensité lumineuse	I	Candela	cd
Température	θ	kelvin	K
Quantité de matière	N	mole	mol

2- Les unités dérivées

Deux unités sont ajoutées aux unités fondamentales, ce sont les unités d'angles, le radian et le stéradian.

Les unités dérivées sont exprimées en fonction des unités de base. Certaines ont reçu des noms particuliers, souvent de scientifiques ayant travaillé dans les domaines concernés. Leur symbole est alors une lettre majuscule.

Certaines unités, fréquemment utilisées, ont été maintenues pour des raisons de commodité. Ce sont :

- 1- La minute, l'heure et le jour pour le temps ;
- 2- le degré, la minute et la seconde pour l'angle plan
- 3- le litre pour le volume ;
- 4- la tonne pour la masse ;
- 5- le bar pour la pression ;
- 6- le degré Celsius pour la température ;
- 7- le wattheure pour l'énergie ;
- 8- la calorie pour l'énergie thermique.

Grandeur	Formule	Unité	Symbole
Angle plan	α	Radian	rad
Angle solide	Ω	Stéradian	sr
Surface	$S = x^2$	mètre carré	M ²
Volume	$V = x^3$	mètre cube	M ³
Masse volumique	$\rho = m/V$		kg.m-3
Vitesse	$v = x/t$		m.s ⁻¹
Accélération	$a = v/t^2$		m.s ⁻²
Force	$F = m.a$	Newton	N
Travail, Energie	$W = F.x$	Joule	J
Puissance	$P = W/t$	Watt	W
Pression	$p = F/S$	Pascal	Pa
Fréquence	$f = 1/T$	Hertz	Hz
Moment d'une force	$Mt = F.x$		N.m
Tension	$U= Ri$	Volt	V
Résistance	$R=u/i$	ohm	Ω
Quantité d'électricité	$q = i.t$	coulomb	C
Capacité électrique	$C = q/u$	farad	F
Induction magnétique	$B= F/(i.x)$	tesla	T
Flux magnétique weber	$\Phi = B.S$		Wb
Inductance électrique	$L = \Phi /i$	henry	H
Flux lumineux	$\varphi = I.\Omega$	Lumen	lm
Éclairement	$E = \varphi /S$	lux	lx

3- Les étalons de mesures

Un étalon est une matérialisation d'une grandeur donnée dont on connaît la valeur avec une grande exactitude. Un étalon sert à étalonner d'autres étalons ou des équipements qui mesurent la même grandeur. Il existe donc pour chaque grandeur physique un étalon.

Les étalons sont hiérarchisés afin que chacun puisse effectuer un étalonnage avec un étalon qui corresponde à son besoin d'exactitude. Il existe par exemple des étalons internationaux et des étalons nationaux :

3-1 : Les étalons internationaux

Un étalon international est un "étalon reconnu par les signataires d'un accord international pour une utilisation mondiale". Par exemple le prototype international du kilogramme. C'est un étalon reconnu au niveau international et à partir duquel toutes les mesures effectuées de par le monde découlent.

3-2 : Les étalons nationaux

Un étalon national est un "étalon reconnu par une autorité nationale pour servir, dans un état ou une économie, comme base à l'attribution de valeurs à d'autres étalons de grandeurs de la même nature". Par exemple, l'étalon national français de la grandeur masse est le *prototype national n° 35*. Il est détenu par le Laboratoire national de métrologie et d'essai (LNE), qui étalonne les masses étalons des laboratoires accrédités, qui étalonnent, eux, les masses étalons et balances des industriels (pour simplifier les choses).

Dans chaque organisation on peut ensuite trouver des étalons de référence et des étalons de travail :

- **Étalons de référence** : Un étalon de référence est un "étalon conçu pour l'étalonnage d'autres étalons de grandeurs de même nature dans une organisation donnée ou en un lieu donné."
- **Étalons de travail** : Un étalon de travail est un "étalon qui est utilisé couramment pour étalonner ou contrôler des instruments de mesure ou des systèmes de mesure."

4- Valeur d'un résultat

4-1 : Les erreurs de mesures

Si on désire mesurer une certaine grandeur A . Le nombre trouvé est x , mais ce n'est en général pas la véritable valeur X . x est une valeur approchée de X .

L'erreur associée à une mesure est la différence entre la valeur mesurée et la vraie valeur. On la note habituellement par Δ , suivi du symbole représentant la grandeur mesurée : Δx pour une longueur x , ΔT pour une température T , etc.

- **Erreur absolue** : $\Delta x = x_{\text{mesuré}} - x_{\text{vrai}}$

Les erreurs de mesures sont divisées en deux catégories :

- 1- Les erreurs systématiques : Une erreur est systématique lorsqu'elle contribue à toujours surévaluer (ou toujours sous-évaluer) la valeur mesurée.

Un exemple d'erreur systématique est celui où l'on utiliserait une règle dont il manque le premier centimètre : toutes les mesures seraient surévaluées.

Si une balance indique déjà quelques grammes lorsque le plateau n'est pas chargé, toutes les mesures fourniront une valeur trop élevée.

2- Les erreurs aléatoires : Une erreur est aléatoire lorsque, d'une mesure à l'autre, la valeur obtenue peut être surévaluée ou sous-évaluée par rapport à la valeur mesurée peut être surévaluée ou sous-évaluée. On comprend qu'une répétition des mesures puisse atténuer l'erreur aléatoire.

5- Les incertitudes

La valeur maximale de l'erreur que l'on peut faire dans la mesure est Δx , appelée incertitude absolue. Cette incertitude est due à la qualité des instruments, à leur réglage (zéro), au soin apporté à la lecture par l'opérateur, etc.

On peut donc écrire : $X = x \pm \Delta x$ ou $x - \Delta x \leq X \leq x + \Delta x$

Exemple : on mesure une longueur avec une règle graduée en mm. On trouve 29,7 cm ou 297 mm.

On peut écrire $l = 297 \pm 1$ mm. Il est absurde d'écrire $297, 2 \pm 1$ mm.

Si on mesure une deuxième longueur avec la même règle : $l' = 23 \pm 1$ mm.

Incertitude relative

On appelle incertitude relative le rapport $\Delta x/x$. C'est un nombre sans dimension puisque c'est le rapport entre deux grandeurs identiques.

6- Calcul d'incertitude (Voir TD)

7- Chiffres significatifs

Un chiffre significatif est un chiffre nécessaire pour exprimer la valeur d'une grandeur mais aussi sa précision. Un chiffre est significatif quand :

- il est différent de zéro
- c'est un zéro compris entre deux chiffres significatifs (2032)
- c'est un zéro final non nécessaire (2,310)

Un zéro n'est pas significatif quand il est devant.

Exemples:

0124 : 3 chiffres significatifs

0,023 : 2 chiffres significatifs car 2,3 cm ou 0,023 m doivent être deux résultats équivalents donc les zéros devant, qu'il y est virgule ou pas, ne comptent pas, ils ne sont pas significatifs. Quand le zéro est à la fin, cela dépend.

29,0 cm et 29 cm expriment la même valeur mais pas la même précision : dans

le premier cas, il y a 3 chiffres significatifs (la précision est le mm), dans le second, il y a 2 chiffres significatifs (la précision est le cm).

290 mm : on ne sait pas si le zéro est significatif ou pas (précision de la mesure).

Donc un zéro est ambigu quand il se trouve à la fin et est nécessaire (290) pour exprimer la valeur. Pour remédier à cela, on utilise la notation scientifique ($2,9 \cdot 10^2$ pour 2 chiffres significatifs ou $2,90 \cdot 10^2$ pour 3 chiffres significatifs).

Dans un problème, il faut exprimer les résultats avec le même nombre de chiffres significatifs que la donnée qui en comporte le moins, mais jamais moins de deux. En général c'est deux ou trois.

Si on arrondit par défaut ou par excès : il faut pousser le calcul à un chiffre de plus que celui du résultat.

Exemple:

le volume d'une sphère est de $14,5 \text{ cm}^3$. Trouver son rayon.

Le résultat donné par la calculatrice est : $R = 1,5127243 \text{ cm}$

La précision de la donnée est le dixième de cm^3 donc le volume est compris entre $14,4 \text{ cm}^3$ et $14,6 \text{ cm}^3$.

Avec $R = 1,52 \text{ cm}$, on trouve $V = 14,71 \text{ cm}^3$ donc un résultat en dehors de la fourchette.

Avec $R = 1,51 \text{ cm}$, on trouve $V = 14,42 \text{ cm}^3$ donc un résultat dans la fourchette

Avec $R = 1,50 \text{ cm}$, on trouve $V = 14,1 \text{ cm}^3$ donc un résultat en dehors de la fourchette.

On voit donc bien que la précision de la donnée étant de 3 chiffres, il est suffisant d'exprimer le résultat avec 3 chiffres aussi, en arrondissant par excès ou par défaut.

8- Valeur d'une grandeur d'après une série de mesure

On est dans le domaine de la statistique.

- Valeur probable

On appelle moyenne, où valeur probable, d'une grandeur la moyenne arithmétique de toutes les mesures effectuées, c'est-à-dire la somme de toutes les mesures divisée par le nombre de mesures.

Cette valeur sera d'autant plus proche de la vraie valeur X que n , le nombre de mesures, sera grand. Pour $n = \infty$, on a $X =$ valeur moyenne

La valeur moyenne est par définition :

$$\bar{m} = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{n}$$

Une indication de la dispersion de ces résultats est donnée par l'écart type σ :

$$\sigma = \sqrt{\frac{(m_1 - \bar{m})^2 + (m_2 - \bar{m})^2 + \dots + (m_n - \bar{m})^2}{n - 1}}$$

Lorsque les erreurs accidentelles affectent les différents mesurages, sont indépendantes, la probabilité d'apparition des différents résultats satisfait habituellement à la loi normale dite encore loi de Gauss (Voir TD)

La probabilité $P(m_1, m_2)$ d'obtenir comme résultat de mesure une valeur du mesurande compris entre m_1 et m_2 peut s'écrire :

$$P(m_1, m_2) = \int_{m_1}^{m_2} p(m) dm$$

où $p(m)$ est la densité de probabilité pour la valeur m de mesurande. Dans le cas de la loi de Gauss :

$$p(m) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(m-\bar{m})^2}{2\sigma^2}\right)$$

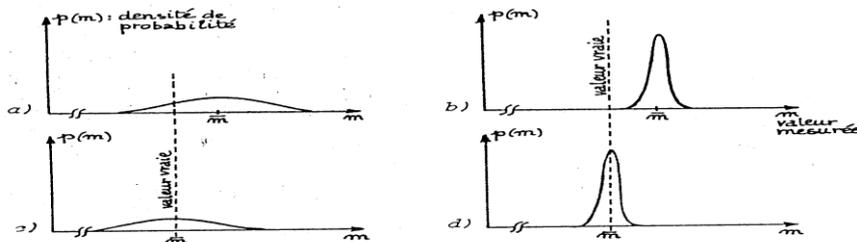
La valeur la plus probable est \bar{m}

La probabilité d'apparition d'un résultat de mesurage dans les limites indiquées est :

$$P(\bar{m} \pm \sigma) = 68.27 \%$$

$$P(\bar{m} \pm 2\sigma) = 95.45 \%$$

$$P(\bar{m} \pm 3\sigma) = 99.73 \%$$



Différents types de répartition des résultats de mesure.
 a) erreurs systématiques et accidentelles importantes : appareillage ni juste, ni fidèle ;
 b) erreurs systématiques importantes, erreurs accidentelles réduites : appareillage fidèle mais non juste ;
 c) erreurs systématiques faibles, erreurs accidentelles importantes : appareillage juste mais non fidèle ;
 d) erreurs systématiques et accidentelles faibles : appareillage juste et fidèle donc précis.

Exemple:

Pour le volume du cylindre, on a trouvé :

15,0 ; 14,7 ; 14,5 ; 14,9 ; 14,8 ; 14,8 ; 14,6 ; 14,8 ; 14,7 ; 14,9 ; 17,1. 17,1 est écartée car manifestement fausse.

$V = 14,78 \text{ cm}^3$.

Pour trouver l'incertitude absolue on prendra l'écart entre cette moyenne et les valeurs extrêmes.

C'est-à-dire ici $0,2 \text{ cm}^3$ car on a 15 et 14,6 qui encadre 14,8 cm^3 .

$V = 14,8 \pm 0,2 \text{ cm}^3$

9- RÉPARTITION DES VALEURS (Voir TD)

9-1 : Tolérance

Il est intéressant de savoir la probabilité qu'a une mesure de se trouver à un certain écart de la valeur moyenne . Cet écart s'appelle l'intervalle de confiance relatif à un niveau de confiance donné. L'intervalle de confiance est, si la grandeur obéit à la loi normale :

10- Homogénéité des résultats

Une force F s'exprime en newtons. Si on revient aux trois unités de base du système SI (masse, longueur, temps) la force F , d'après la formule $F = m.a$ est égale à une masse multipliée par une longueur divisée par un temps au carré : On dit que les dimensions de la force sont 1 par rapport à la masse, 1 par rapport à la longueur et -2 par rapport au temps. On écrit symboliquement $F = MLT^{-2}$.

Pour une relation il faudra toujours que son premier membre ait les mêmes dimensions que le second : on dira qu'elle est homogène.

Pour les unités, on peut dire que le newton est équivalent au kg.m.s^{-2} dans le système SI.

Dans un problème, avant de trouver le résultat avec des nombres (application numérique) il faut le trouver avec des lettres représentant les différentes grandeurs (expression littérale).

On peut alors vérifier si l'expression trouvée est homogène, c'est-à-dire si les deux membres ont les mêmes dimensions. Ceci permet de savoir si la formule trouvée est possible ou non, ou bien de trouver l'unité d'une grandeur si on connaît celles des autres.

11- Qualité métrologique des appareils de mesure

La qualité métrologique d'un instrument de mesure ou d'un capteur est l'ensemble des données qui caractérisent la qualité de la mesure effectuée par le dispositif considéré. Les principales caractéristiques des instruments de mesure (ou propriétés métrologiques des dispositifs de mesure) sont définies dans le cadre du vocabulaire international de métrologie et comprennent, entre autres : l'étendue de mesure ; la résolution ; la sensibilité ; l'exactitude ; la justesse ; la fidélité.

• Étendue de mesure

C'est le domaine de variation possible de la grandeur à mesurer. Elle est définie par une valeur minimale et une valeur maximale. Ces deux valeurs extrêmes s'appellent la portée minimale et la portée maximale. Par exemple, un voltmètre pourrait avoir une étendue de mesure comprise entre 1 volt et 10 volts.

- **Résolution**

La résolution d'un appareil est la plus petite variation de la grandeur mesurée qui produit une variation perceptible de l'indication délivrée par l'instrument. Elle peut être exprimée en points, qui sont alors le nombre de valeurs différentes que l'instrument peut afficher. Par exemple un multimètre de 2000 points pour une étendue de 2 V peut afficher toutes les valeurs comprises entre 0,000 V et 1,999 V, sa résolution est donc de 1 mV.

On rencontre également une autre notation. Un appareil sera dit « 3 point 1/2 » au lieu de « 2000 points » (on parle aussi parfois de « digits »). Cela signifie que l'instrument peut afficher une mesure avec trois chiffres après la virgule, plus un « demi chiffre », un chiffre affiché qui ne peut pas prendre toutes les valeurs (par exemple, le chiffre avant la virgule, qui ne peut prendre que les valeurs zéro et un).

- **Sensibilité**

La sensibilité est un paramètre exprimant la variation du signal de sortie d'un appareil de mesure en fonction de la variation du signal d'entrée. Un appareil est d'autant plus sensible qu'une petite variation de la grandeur G à mesurer provoquera un changement plus grand de l'indication donnée par l'appareil de mesure.

Si la valeur d'entrée est de même nature que la valeur de sortie, la sensibilité est appelée gain.

La sensibilité au voisinage d'une valeur donnée de la grandeur G à mesurer s'exprime de la manière suivante :

I: Indication donnée par l'essai

G: Quantité de grandeur à mesurer

On considère généralement qu'il s'agit de la pente de la courbe de graduation sur un intervalle : la sensibilité moyenne.

On peut écrire alors :

- **Exactitude de mesure**

Un instrument de mesure est d'autant plus exact que les résultats de mesure qu'il indique coïncident avec la valeur vraie (par définition théorique) que l'on cherche à mesurer.

L'exactitude est plus aisée à définir par l'erreur de mesure. Elle s'exprime en unité de grandeur (erreur absolue) ou en pourcentage (erreur relative).

En dehors des conditions opératoires, l'exactitude d'un appareil est essentiellement liée à deux types de caractéristiques : la justesse et la fidélité. Un appareil est exact s'il est à la fois juste et fidèle.

L'exactitude d'un appareil de mesure peut également être entachée par des causes extérieures : erreur opératoire, erreur provoquée par les grandeurs d'influences (température, pression etc.), erreur de référence ou d'étalonnage, erreur d'hystérésis, erreur de finesse etc.

- **Fidélité**

Elle définit la qualité d'un appareil à délivrer une mesure répétitive sans erreurs.

L'erreur de fidélité correspond à l'écart type obtenu sur une série de mesures correspondant à un mesurande constant.

- **Justesse**

C'est l'aptitude d'un appareil de mesure à délivrer une réponse proche de la valeur vraie et ceci indépendamment de la notion de fidélité. Elle est liée à la valeur moyenne obtenue sur un grand nombre de mesures par rapport à la valeur réelle.

- **Précision**

Elle définit l'écart en % que l'on peut obtenir entre la valeur réelle et la valeur obtenue en sortie de l'appareil bonne fidélité et une bonne justesse.

On peut représenter symboliquement la manière suivante :

Dans le premier cas, les mesures sont proches les unes des autres (bonne fidélité) mais en dehors de la zone de probabilité de la valeur vraie (mauvaise justesse).

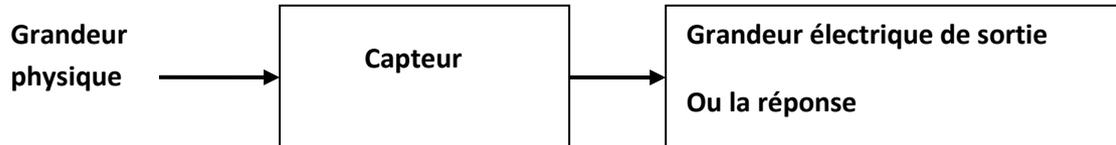
Dans le deuxième cas, les mesures sont au contraire bien dans la zone où se trouve la valeur vraie et le "barycentre" des points est au centre de la zone rouge (bonne justesse) mais bien que bonnes, les mesures sont dispersées entre elles (mauvaise fidélité).

Enfin, le dernier cas présente des mesures justes (dans la zone de la valeur vraie) et fidèles (proches les unes des autres). C'est le cas d'un bon appareil de mesure à qui l'apport d'une correction n'est a priori pas nécessaire et les mesures effectuées avec l'appareil sont exactes.

Capteurs

1- Définitions

Un capteur est un organe de prélèvement d'information qui élabore à partir d'une grandeur physique, une autre grandeur physique de nature différente (très souvent électrique). Cette grandeur représentative de la grandeur prélevée est utilisable à des fins de mesure ou de commande.



Grandeur physique (Mesurande) : température, pression, vitesse, position.....

Etendue de mesure : Valeurs extrêmes pouvant être mesurée par le capteur.

Résolution : Plus petite variation de grandeur mesurable par le capteur.

Sensibilité : Variation du signal de sortie par rapport à la variation du signal d'entrée.

Exemple : Le capteur de température LM35 a une sensibilité de 10mV / °C.

Précision : Aptitude du capteur à donner une mesure proche de la valeur vraie.

Rapidité : Temps de réaction du capteur. La rapidité est liée à la bande passante.