

## TP n°2 – Zéro d'une fonction

### Objectifs :

Le but de ce TP est de programmer des méthodes numériques qui permettent de résoudre le **problème**  $f(x) = 0$ , c'est-à-dire qui permet de trouver les zéros de la fonction  $f$  pour une fonction à une variable réelle.

- 1- Rappel sur les **méthodes numériques** de recherche de zéros de fonctions : Méthode du **Point Fixe**, méthode de **Dichotomie** et méthode de **Newton**.
- 2- **Programmer** sur Scilab ces méthodes de recherche du zéro.
- 3- **Comparer** les différentes méthodes : nombre d'itérations, laquelle marche le plus souvent.

### Références :

Méthode du Point Fixe : expliquée en classe.

Méthode de Dichotomie (Exo7) : <https://www.youtube.com/watch?v=Ji7EmmTjDU4>

Méthode de Newton (M. Lakhssassi) : <https://www.youtube.com/watch?v=ZFSpQwIhGM8>

### Étapes détaillées du TP :

- 0- Créer un répertoire **TP2\_Zero\_Fonc** dans lequel vous allez mettre tous vos fichiers \*.sci.

**N'oubliez pas de récupérer votre dossier TP2 à la fin de la séance ! (USB ou envoi par mail).**

#### 1- Méthode du Point Fixe : 2h

Expliquée en classe.

- a. Rappeler la méthode du Point Fixe.
- b. Ecrire l'algorithme théorique permettant de programmer cette méthode.  
Quel est le test d'arrêt du calcul ?
- c. Utiliser un exemple de fonction simple dont on connaît un point fixe sur un domaine précis, exemple  $f(x) = x^2$ :
  - Tracer son graphique ainsi que celui de la 1<sup>ère</sup> bissectrice sur un même graphique.
  - Est-ce que vous pensez que la méthode du Point Fixe va converger ?
- d. Prenez un point initial  $x_0 = 0.25$ . Utiliser deux tests d'arrêts différents pour l'algorithme du Point Fixe :
  - Test sur  $f$  : lorsque la différence entre  $f(x_i)$  et  $x_i$  est assez petite.
  - Test sur  $x$  : lorsque la différence entre  $x_{i+1}$  et  $x_i$  est assez petite.

Que remarquez-vous sur la précision de la méthode selon les deux tests d'arrêt ?
- e. Modifiez le point initial  $x_0$  que vous fournissez pour l'algorithme du Point Fixe.  
Que remarquez-vous ?
- f. Dans la fenêtre console de Scilab, tester la fonction de recherche de zéros de Scilab : fsolve.  
Comparez à votre algorithme du Point Fixe.
- g. Tracer sur une même figure la fonction étudiée, la 1<sup>ère</sup> bissectrice et les différentes itérations.
- h. Testez d'autres fonctions que la fonction  $f(x) = x^2$ , en refaisant les étapes de c., d. et e. : par exemple la fonction  $e^{-x}$ ,  $x^3$ ,  $1 + \sqrt{x}$  ou  $\frac{1}{9}x^3 + 1$ .

**2- Méthode de Dichotomie : 1h**

Référence : Exo7 : <https://www.youtube.com/watch?v=Ji7EmmTjDU4>

- Rappeler la méthode de Dichotomie et écrire l'algorithme de cette méthode.  
Quel est le test d'arrêt du calcul ?
- Utiliser un exemple de fonction simple dont on connaît un zéro sur un domaine précis, exemple  $f(x) = \ln(x)$  :
  - Tracer son graphique.
  - Est-ce que vous pensez que la méthode de Dichotomie va converger ?
- Prenez deux points initiaux  $a$  et  $b$  et testez l'algorithme pour  $f(x) = \ln(x)$ .
- Modifiez les deux points initiaux  $a$  et  $b$ , que remarquez-vous ?
- Tracer sur un même graphique la fonction initiale et les différentes itérations.
- Testez d'autres fonctions par exemple les fonctions  $x^2 - \cos(x)$ ,  $x^3$ ,  $1 + \sqrt{x} - x$  ou  $\frac{1}{9}x^3 + 1$ .
- Testez l'algorithme sur la fonction  $f(x) = x^2$ . Que remarquez-vous ? Justifier !
- Y a-t-il une limite à cette méthode ?

**3- Méthode de Newton : 1h**

Référence : M. Lakhssassi : <https://www.youtube.com/watch?v=ZFSpQwIhGM8>

- Rappeler la méthode de Newton et écrire l'algorithme de cette méthode.  
Quel est le test d'arrêt du calcul ?
- Utiliser un exemple de fonction simple dont on connaît le zéro sur un domaine précis, exemple  $f(x) = x^2$  :
  - Tracer son graphique.
  - Est-ce que vous pensez que la méthode de Dichotomie va converger ?
- Prenez un point initial  $x_0 = 3$  et testez l'algorithme pour  $f(x) = x^2$ .
- Modifiez  $x_0$  le point initial que vous fournissez pour l'algorithme de Newton. Que remarquez-vous ?
- Tracer sur un même graphique la fonction initiale et les différentes itérations.
- Testez d'autres fonctions par exemple :  $\ln(x)$ ,  $x^2 - \cos(x)$ ,  $x^3$ ,  $1 + \sqrt{x} - x$  ou  $\frac{1}{9}x^3 + 1$ .

**4- Fichier Principal d'appel aux fonctions de recherche du zéro :**

Ecrire un programme principal **Zero\_Fonc** qui a pour paramètre d'entrée la méthode de recherche de zéro souhaitée, et qui donne en sortie : le zéro recherché, des graphiques montrant la fonction étudiée et les différentes itérations.

Aide : "help case".

**5- Comparaison des différentes méthodes :**

- Laquelle est plus rapide ?
- Laquelle marche le plus souvent ?

**Résultats demandés : m'envoyer par mail :**

- 1- Le répertoire TP2\_Zero\_Fonc compressé (.zip par exemple), contenant :
- 2- Les Fichiers Scilab :
  - Point\_fixe.sci
  - Dichotomie.sci
  - Newton.sci
  - Programme principal : Zero\_Fonc
- 3- Trois dossiers pour les résultats des 3 méthodes. Ces dossiers contenant les graphiques demandés pour chaque méthode.  
Ne pas oublier un titre du graphique, des couleurs différentes pour les graphiques et une légende.

**Rappel : N'oubliez pas de récupérer votre dossier TP1 à la fin de la séance ! (USB ou envoi par mail).**

**Extensions (facultatif) :**

- Autre méthode : Méthode de la sécante (Exo7) : <https://www.youtube.com/watch?v=ZFSpQwlhGM8>
- Test d'arrêt « normalisé » : division de la différence entre  $f(x)$  et 0 (ou de  $x_{i+1}$  et  $x_i$ ) par l'ordre de grandeur de  $x$ .