Université Internationale de Casablanca

Filière GE – Semestre 7

Cours :

Propagation des ondes

Elément de module : Physique

AOUADI CHAOUQI

Plan

- Le phénomène de propagation
- Propagation libre et guidée
- Les structures de guidage
- Les différents types de fibre optique
- Retard sur une ligne de transmission
- Déphasage introduit par un câble
- Modèle électrique d'une ligne
- L'équation des télégraphistes
- Les solutions de l'équation des télégraphistes
- La ligne adaptée
- Répartition de la tension sur une ligne adaptée
- Impédance d'entrée d'une ligne adaptée
- Coefficient de réflexion sur la ligne de transmission
- Outils d'analyse : ABAQUE DE SMITH

CH.1: Généralités sur la Propagation des Ondes

Définition

Une onde est la propagation d'une perturbation produisant sur son passage une variation des propriétés physiques locales du milieu.

Elle se déplace avec une vitesse déterminée qui dépend des caractéristiques du milieu de propagation.

Il existe deux grands types d'ondes en physique :

1. **l'onde mécanique : est le déplacement d'une perturbation mécanique (secousse, vibration, etc.) dans la matière.**

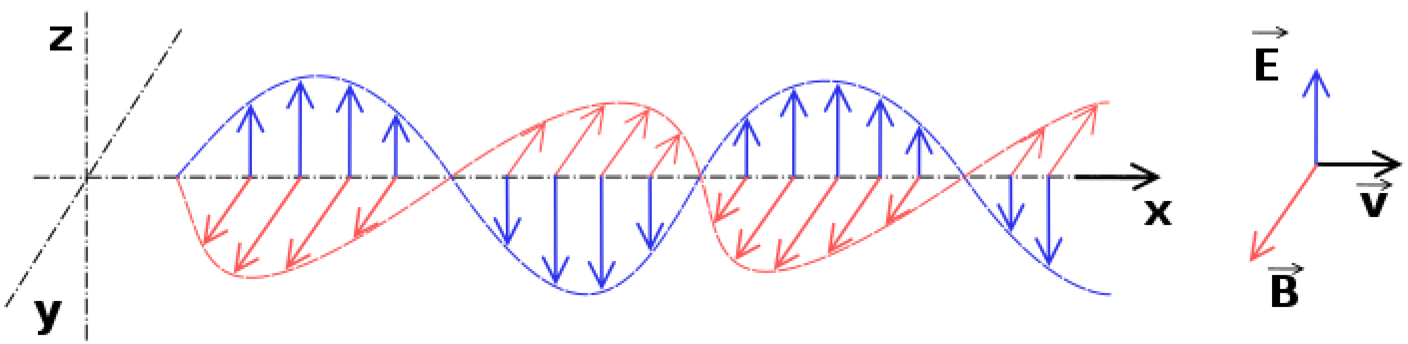
Des exemples bien connus d'ondes mécaniques sont :

- le son (ondes acoustique) ;
- Les tremblements de terre;
- Les vagues.

Généralités sur la Propagation des Ondes

2. l'onde électromagnétique: est la propagation d'un signal grâce à un champ électrique et un champ magnétique qui vibrent ensemble.

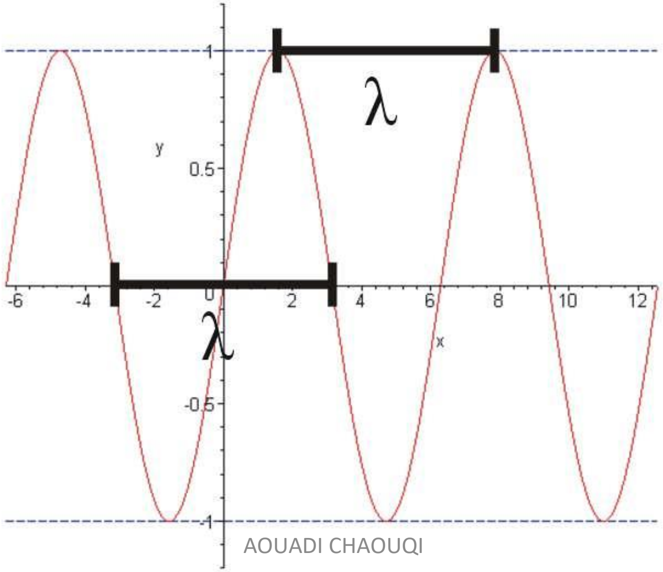
Une onde électromagnétique peut se propage dans le vide aussi dans la matière.



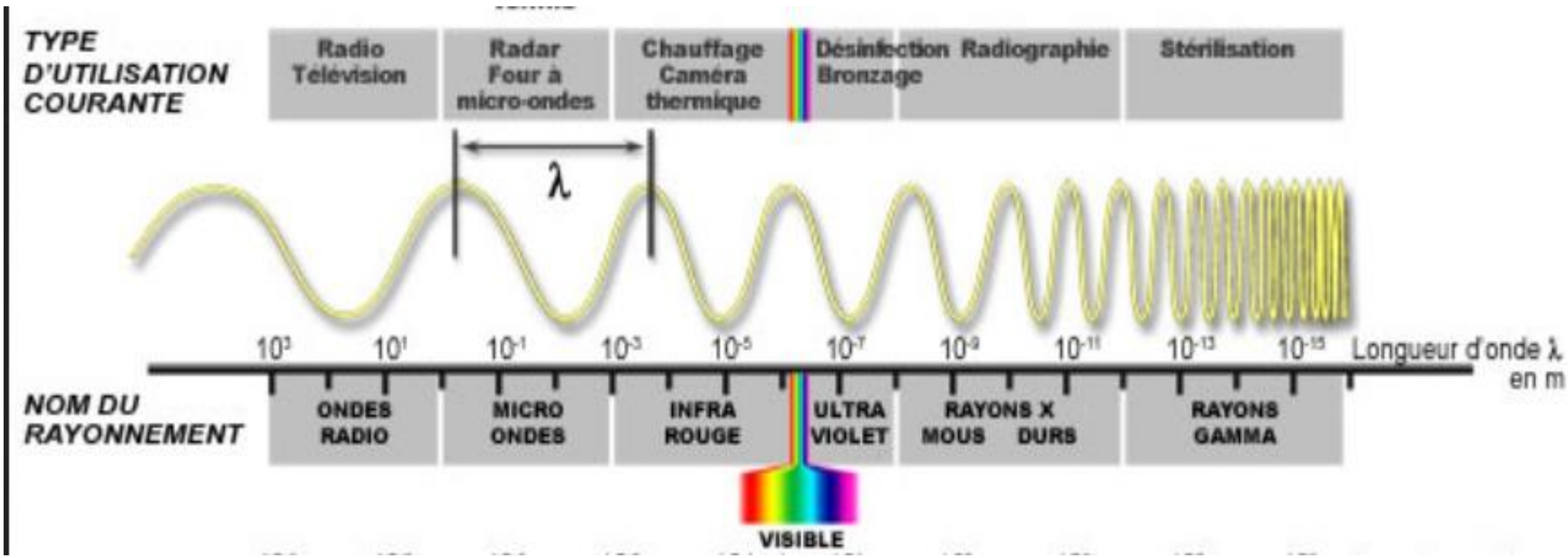
Caractéristiques

Une onde est caractérisée par :

- **Sa célérité**
- **Sa fréquence,**
- **Sa longueur d'onde.**



OE forment une catégorie tout aussi variée, que l'on peut répertorier par bandes de fréquences :



spectre électromagnétique

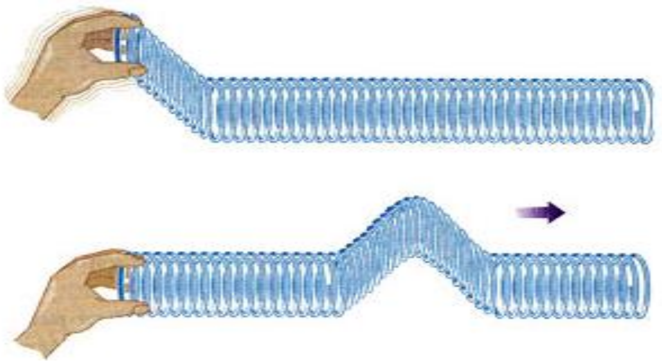
Généralités sur la Propagation des Ondes

Désignation	Fréquence	Longueur d'onde	Exemples
Fréquences extrêmement basses (ELF)	0 - 300 Hz	$10^5 - 10^3$ km	Réseau électrique 50 Hz, électroménager…
Fréquences audio (VF)	0,3 – 3 kHz	1000 – 100 km	Transmission de données vocales, métallurgie, chauffage par induction…
Très basses fréquences (VLF)	3 - 30 kHz	100 – 10 km	Radio communications…
Basses fréquences (LF)	30 - 300 kHz	10 – 1 km	Radio diffusion GO, Fours à induction…
Fréquences moyennes (MF)	0,3 - 3 MHz	1 km – 100 m	Radio diffusion MO, PO, diathermie médicale…
Hautes fréquences (HF)	3 - 30 MHz	100 – 10 m	CB (Citizen Band), soudage, collage…
Très hautes fréquences (VHF)	30 - 300 MHz	10 – 1 m	Télévision, radio FM…
Fréquences ultra hautes (UHF)	0,3 - 3 GHz	1 – 0,1 m	Télévision, radars, téléphones mobiles, fours à micro-ondes, hyperthermie médicale…
Fréquences super hautes (SHF)	3 - 30 GHz	0,1 – 0,01 m	Radars, alarmes anti-intrusion
Fréquences extrêmement hautes (SHF)	30 – 300 GHz	0,01 – 0,001 m	Radars, communications par satellite…
Infrarouge (IR)	0,3 - 385 THz	1 mm – 780 nm	Spectrométrie IR, chauffage…
Lumière visible	385 – 750 THz	780 – 400 nm	Vision humaine, photosynthèse…
Ultraviolet (UV)	750 THz – 3 PHz	400 – 100 nm	Spectrométrie, lampes germicides, solarium…

Différents types d'ondes

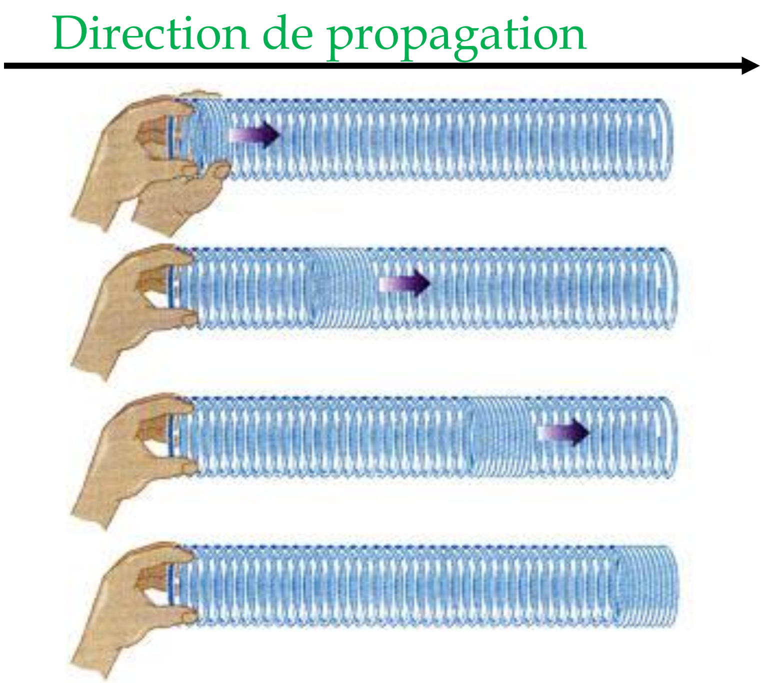
L'onde progressive : est le phénomène de propagation d'une perturbation qui se déroule sans transport de matière dans un milieu en restant identique à elle même.

- **L'onde transversale :** la perturbation se fait perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde.



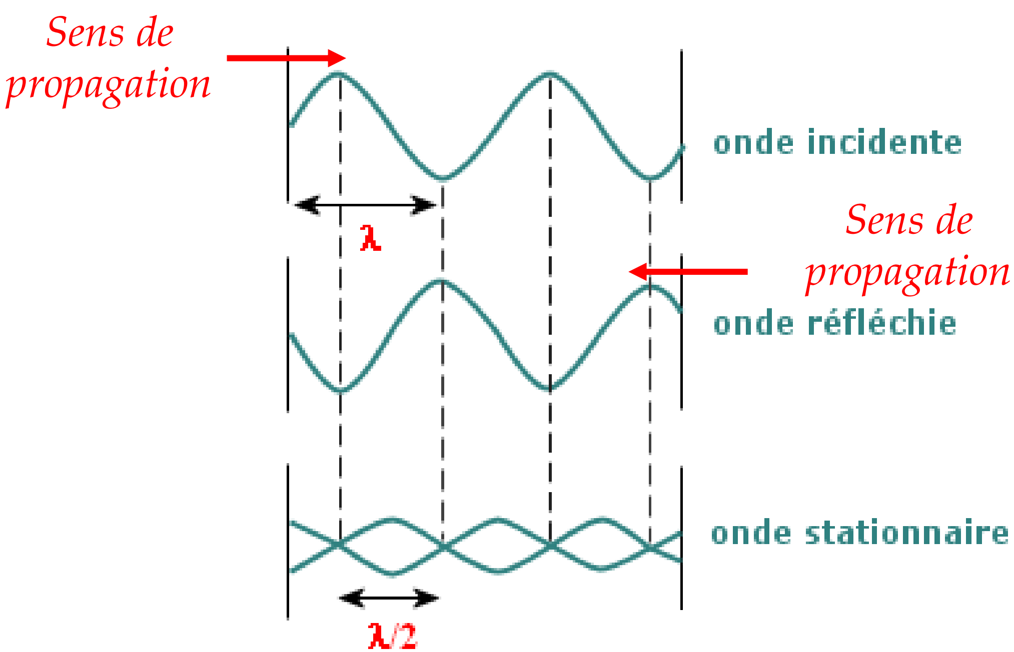
Différents types d'ondes

- **L'onde longitudinale :** l'onde a une seule composante qui est la direction de propagation.



Différents types d'ondes

L'onde stationnaire : est l'onde résultante de la superposition de deux ondes de même amplitude de même fréquence et qui se propagent dans des sens opposées avec la même vitesse.

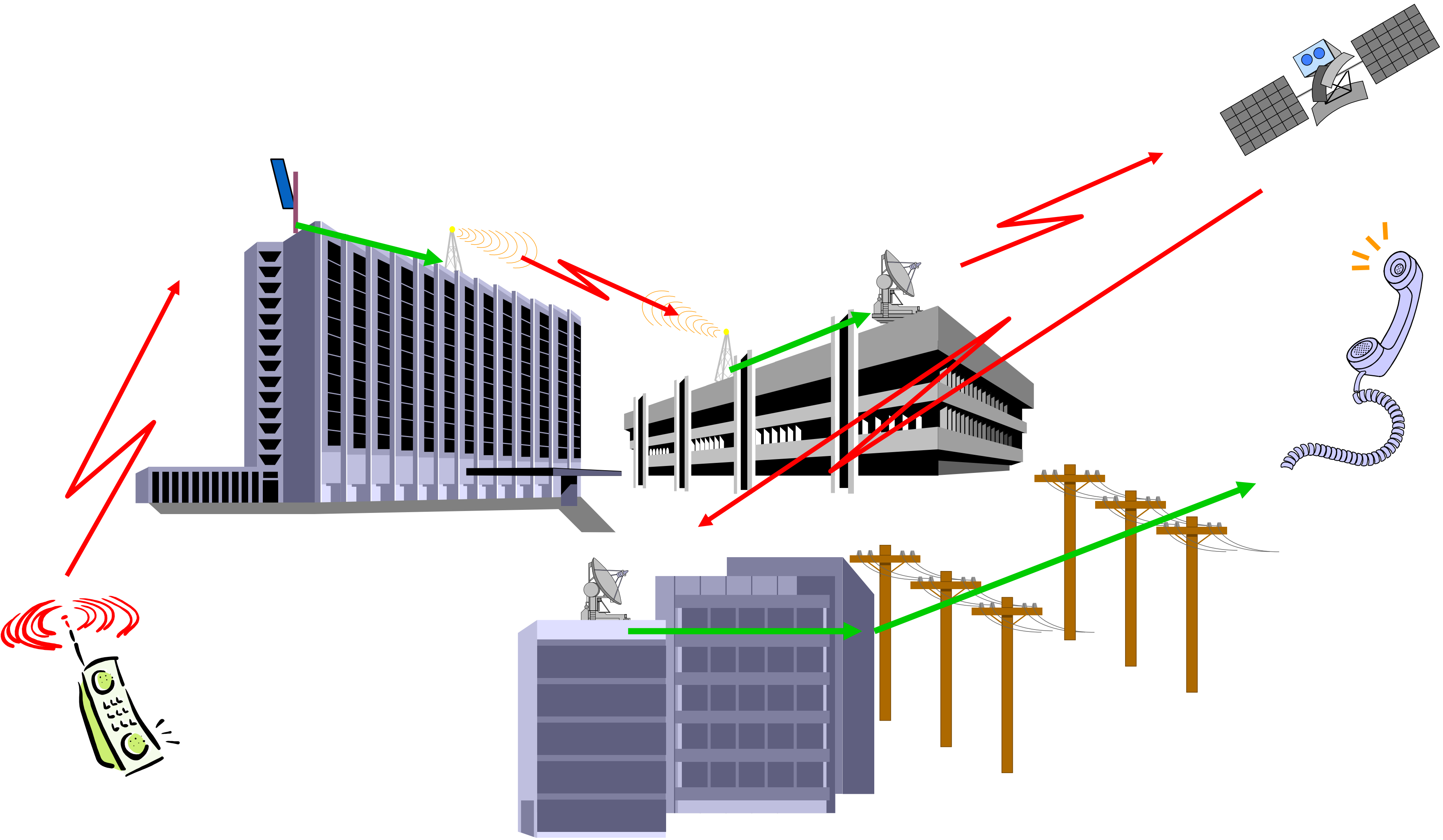


Types de propagation des ondes

La transmission d'un signal d'un point à un autre peut se faire de deux façons :

Types de propagation des ondes	**le signal suit une piste de circuit imprimé, une ligne téléphonique ou une longueur de câble coaxial: c'est la propagation guidée.**
	le signal est transformé en onde électromagnétique par une antenne et se propage dans l'espace : c'est la propagation libre.

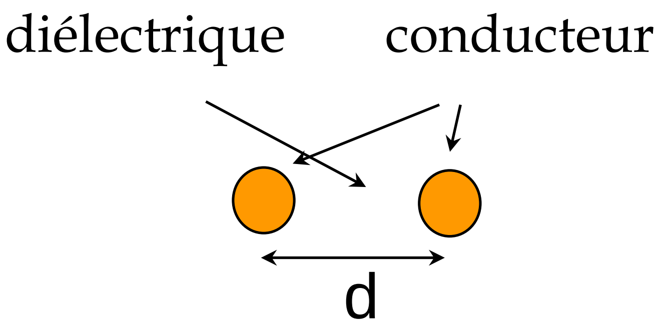
Types de propagation des ondes

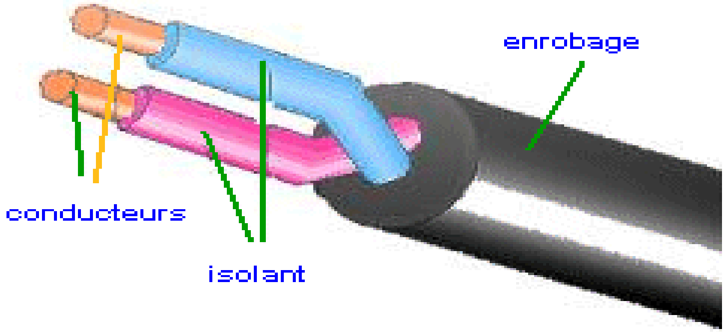


Les principaux types de lignes

Pour guidée une onde électromagnétique plusieurs technique sont utilisé:

1. Ligne bifilaire





Exemple : caractéristiques d'une ligne bifilaire UTP données par le fabricant

- tension de service : 300 V
- type de l'isolant : polyoléfine
- impédance caractéristique : Zc = 100 ohms
- Capacité entre conducteurs pour 1 mètre de ligne : C = 56 pF/m
- atténuation : 6,6 dB pour 100 m à10 MHz
- vitesse de propagation du signal :v = 180 000 km/s = c/1,7

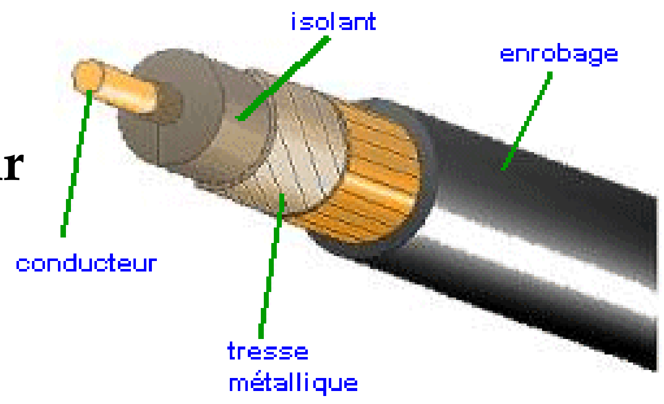
Les principaux types de lignes

2. Câble coaxial

Le câble coaxial est une ligne de transmission ou liaison asymétrique, utilisée pour la transmission de signaux numériques ou analogique en hautes fréquences, composée d'un câble à deux conducteurs.

Constituent :

- **un conducteur central et**
- **une tresse périphérique,**
- **ces deux conducteurs sont séparés par un diélectrique isolant**



Les principaux types de lignes

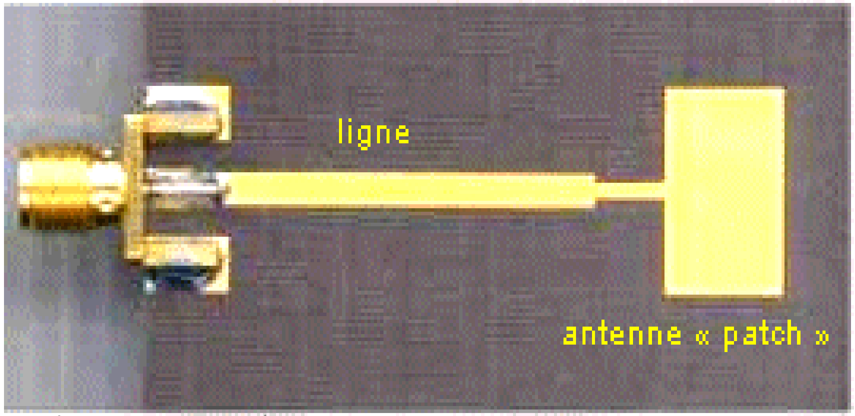
2. Câble coaxial

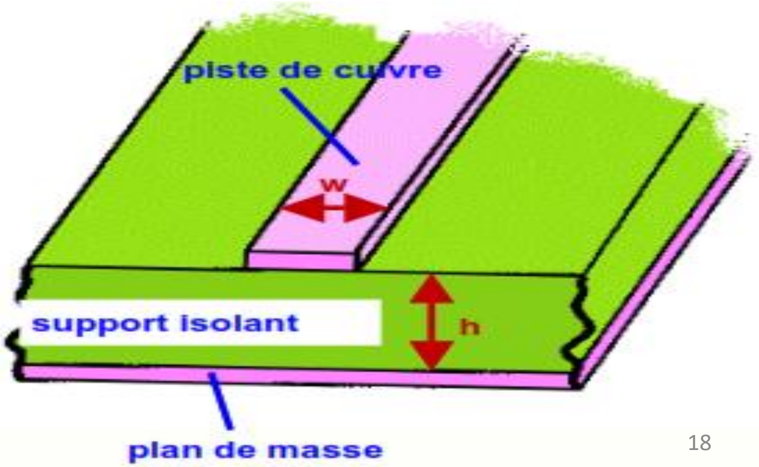
Exemple :

- **entre l'antenne TV et le poste de télévision ;**
- **dans le réseau câblé urbain ;**
- **dans certains câbles sous-marins et liaisons téléphoniques**

3. Lignes Micro-ruban (Microstrip line)

- **Lignes Micro-ruban** est une ligne de transmission hyperfréquences.
- Est formée de deux conducteurs imprimés (piste cuivre) :
  - un ruban étroit (« microstrip »), séparé d'un large plan de masse par un substrat diélectrique.

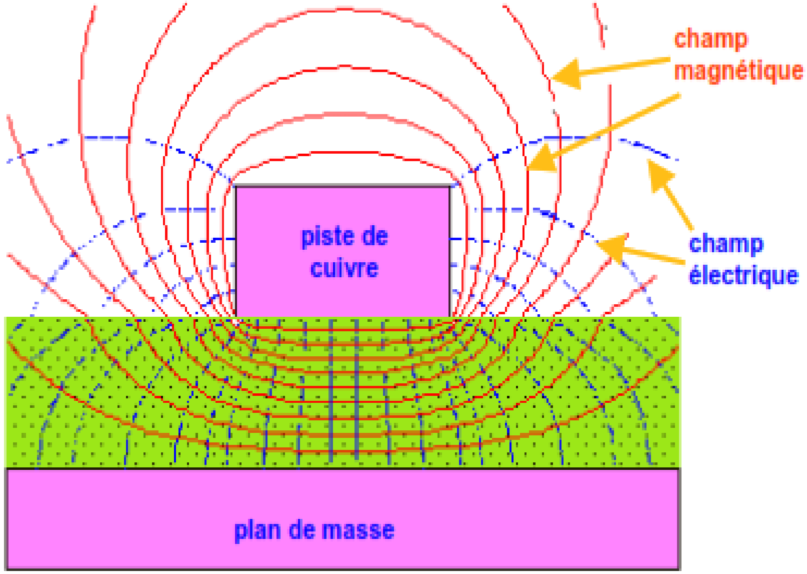




3. Lignes Micro-ruban (Microstrip line)

Dans une ligne micro ruban, les lignes de champ sont surtout concentrées dans le diélectrique entre la ligne métallisée et le plan de masse.

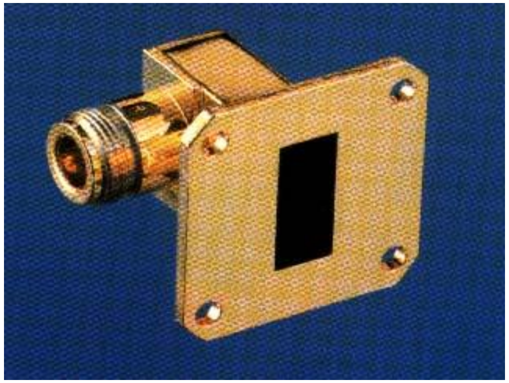
- les lignes de champ électrique E vont de la piste au plan de masse,
- les lignes de champ magnétique entourent la piste.



Les principaux types de lignes

4. Guides d’ondes métalliques

Le guide d’onde est un conducteur métallique creux de section rectangulaire, circulaire ou elliptique dans lequel se propage l’OEM :

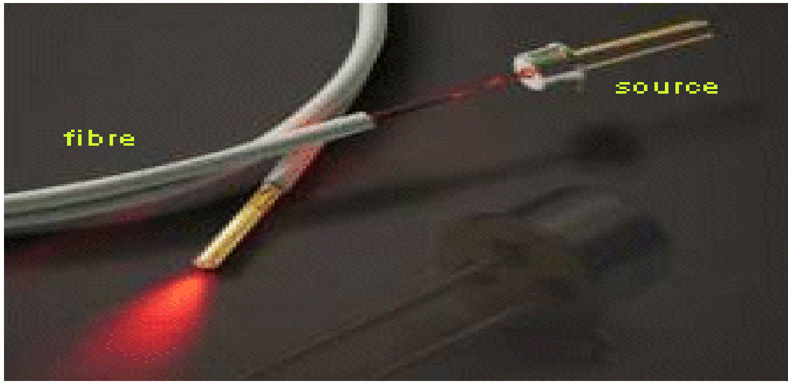


- Ou bout de la ligne on peut brancher un antenne qui reçoit un signal et cette antenne émet le signal à l’intérieur de tube.

Les principaux types de lignes

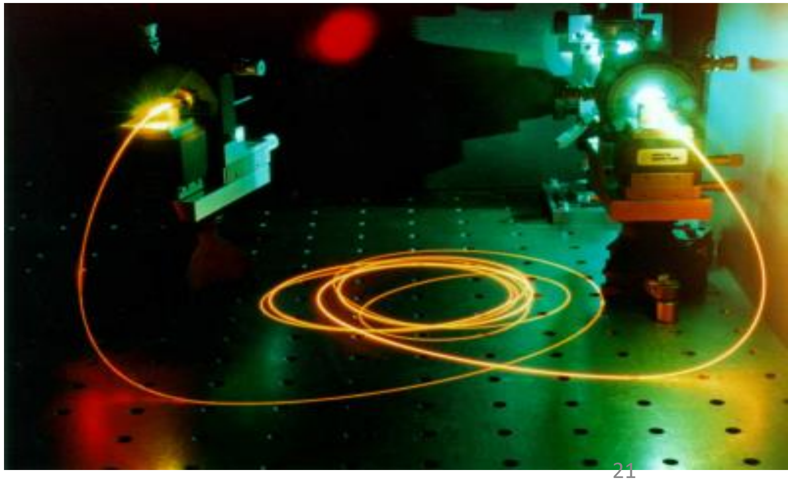
5. Les guides d'ondes diélectriques

Il existe un autre type de guide d'onde, entièrement isolant, appelé guide d'onde diélectrique dans lequel l'onde électromagnétique se propage dans le verre ou le plastique : la fibre optique.



- Une fibre optique est un fil en verre ou en plastique très fin, qui a la propriété d'être un excellent guide de la lumière.

- Inventée dans les années 1960



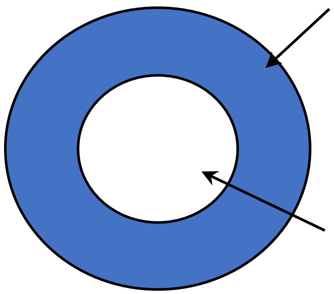
Les principaux types de lignes

5. Les guides d'ondes diélectriques

La fibre optique peut être utilisée pour conduire de la lumière entre deux lieux distants de plusieurs centaines, voire des kilomètres.

5. Les guides d'ondes diélectriques

- La partie centrale (cœur) est un diélectrique, entourée par un autre diélectrique (gaine) de permittivité légèrement plus faible.
- La propagation s'effectue par réflexions successives à l'intérieur de la fibre.



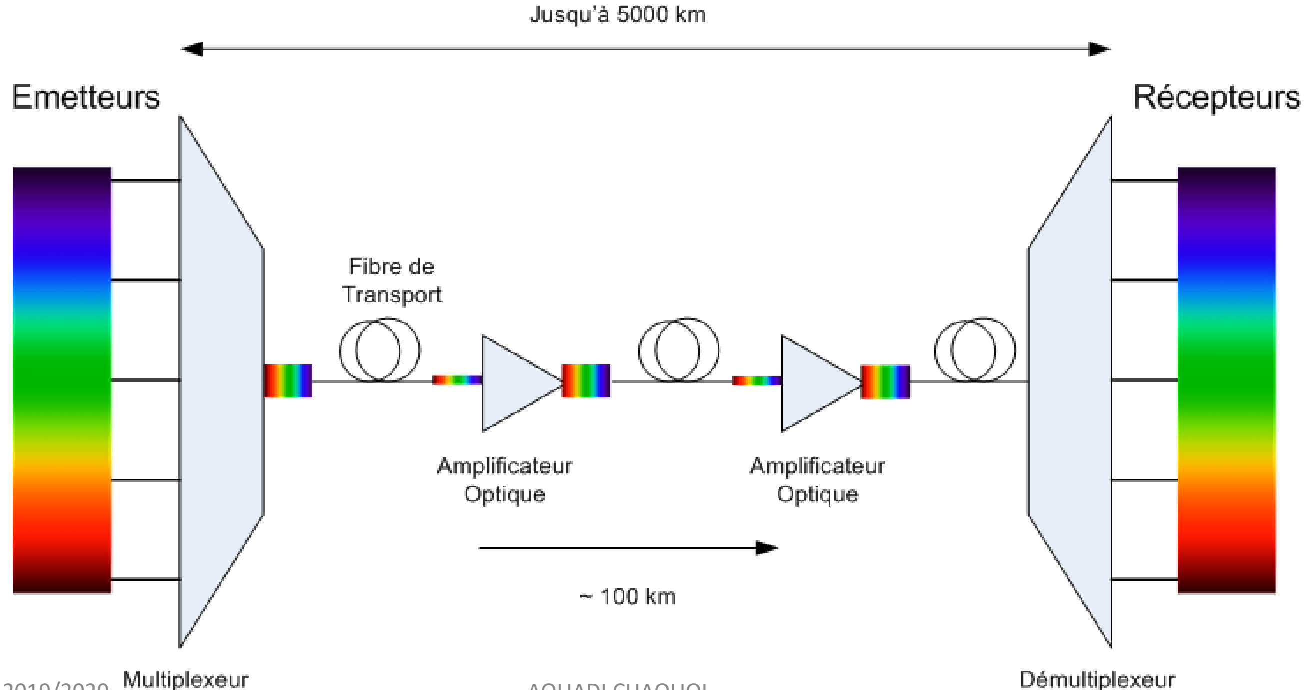
fibres optiques

- les applications de la fibre optique se sont rapidement développées, et se sont étendues à des domaines très divers, tels que **les capteurs**, **le câblage** et la connectique en **électronique** et **optoélectronique**, la **décoration**, ou le **transport** d'**informations**.

5. Les guides d'ondes diélectriques

Système de transmission

Tout système de transmission d'information possède un **émetteur** et **un récepteur**. Pour un lien optique, deux fibres sont nécessaires. L'une gère l'émission, l'autre la réception.



Les principaux types de lignes

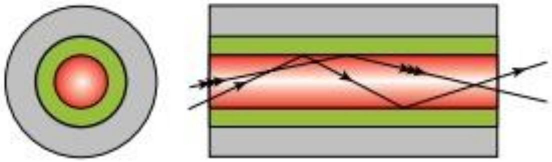
5. Les guides d'ondes diélectriques

Caractéristique fibre optique :	La lumière s'y propage quasiment sans perte, ce qui autorise des liaisons sans amplification sur des dizaines de kilomètres.
	Il est possible de transmettre des milliers de communications téléphoniques simultanées sur une seule fibre.

Les différents types de fibres optiques

❖ Les fibres multimodes

la fibre multimodes



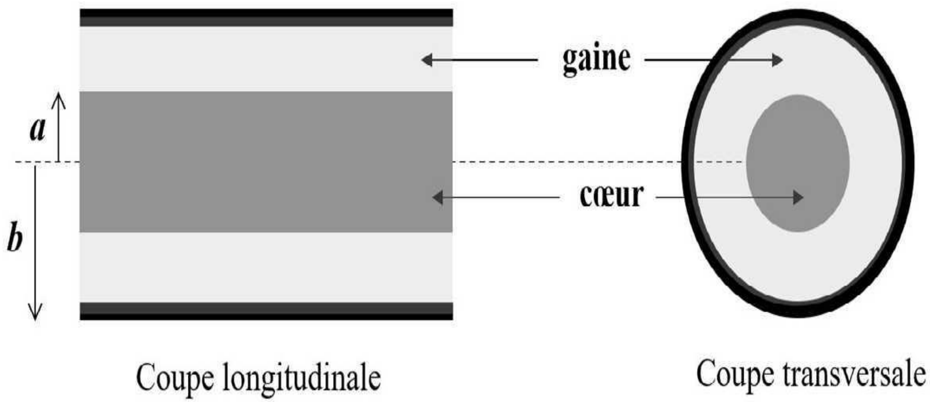
la fibre à saut d'indice : dans laquelle l'indice de réfraction reste constant dans le cœur et varie lorsqu'on passe du cœur à la gaine.

la fibre à gradient d'indice : qui est une fibre dans laquelle l'indice décroît graduellement dans la direction transversale de la fibre, du centre du cœur vers la gaine.

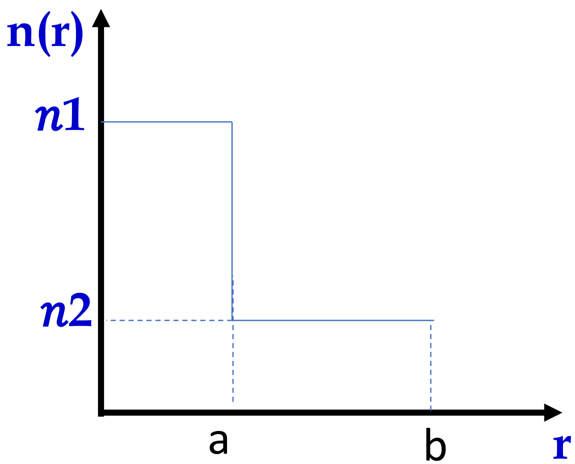
Les différents types de fibres optiques

Description physique de la fibre à saut d'indice

- Le cœur de la fibre est constituée d'un matériau de silice amorphe légèrement dopé, d'indice ***n1***.
- Il est entouré d'une gaine optique en silice légèrement dopée de manière à ce que son indice ***n2*** soit très légèrement inférieur à celui du cœur.



l'indice de réfraction reste constant dans le cœur et varie de manière brusque lorsqu'on passe du cœur à la gaine.

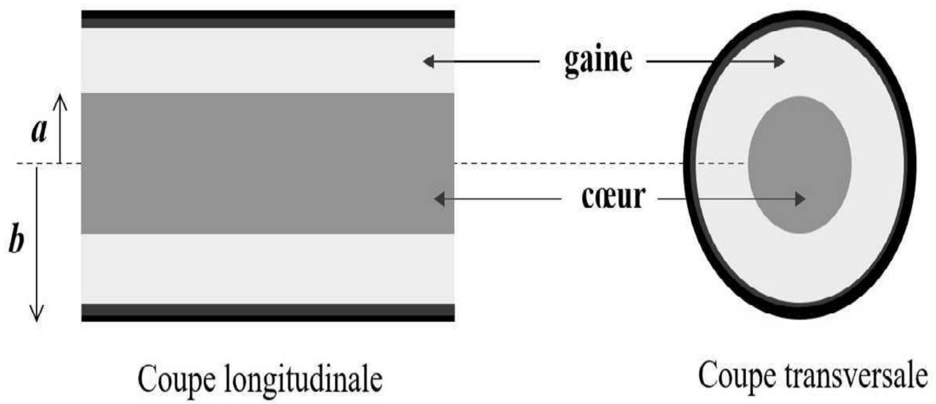


Profil d'indice

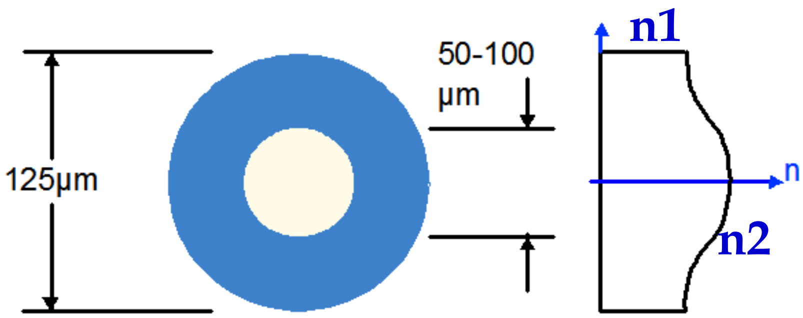
Les différents types de fibres optiques

Description physique de la fibre à gradient d'indice

est une fibre dans laquelle l'indice décroît graduellement dans la direction transversale de la fibre, du centre du cœur vers la gaine, jusqu'à atteindre la valeur de l'indice de réfraction ***n*1** de la gaine.



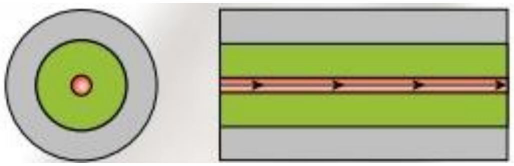
Le cœur se caractérise par un indice variable qui augmente progressivement de **n1** à l'interface gaine cœur jusqu'à **n2** au centre de la fibre.

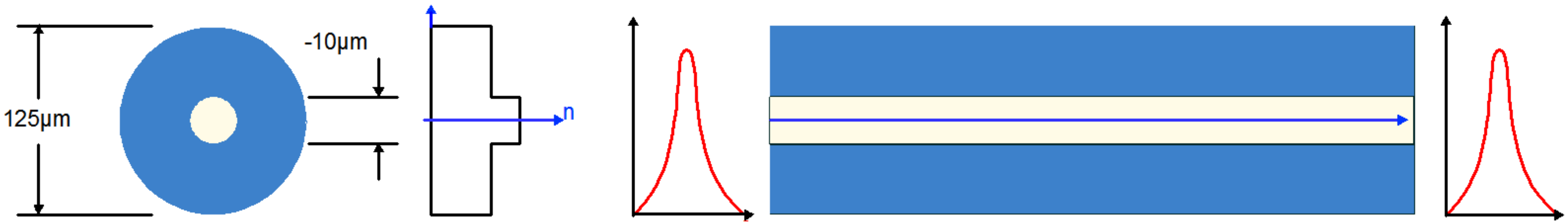


Les différents types de fibres optiques

❖ Les fibres monomodes:

- dans ce cas, la fibre est dite monomode car, en raison de la très petite taille du cœur (9 µm), il n'y a qu'un seul mode de propagation de la lumière.





Fibre monomode

Lois de réflexion et de réfraction

Réflexion

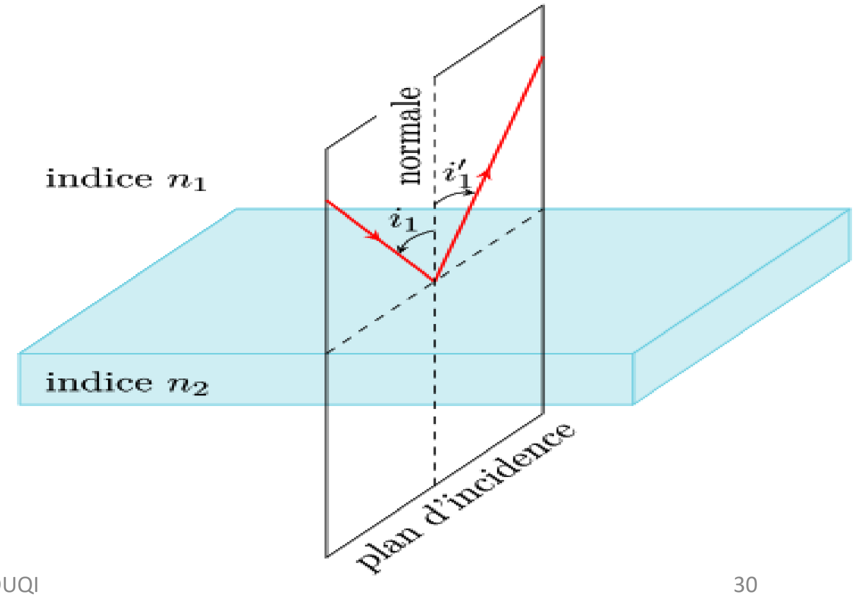
On parle de réflexion lorsqu'un rayon lumineux change brutalement sa direction tout en restant dans le même milieu de propagation. L'expérience montre les lois de réflexion suivantes :

i. Le rayon incident, le rayon réfléchi et la normale à la surface sont dans le même plan appelé plan d'incidence.

ii. Les angles d'incidence et de réflexion sont égaux $i_1 = i_1'$

Si le milieu d'incidence est le plus réfringent, il existe un angle d'incidence limite au-delà duquel il n'y a plus de lumière réfractée : il y a réflexion totale.

$$n_1 > n_2$$



Lois de réflexion et de réfraction

Réfraction

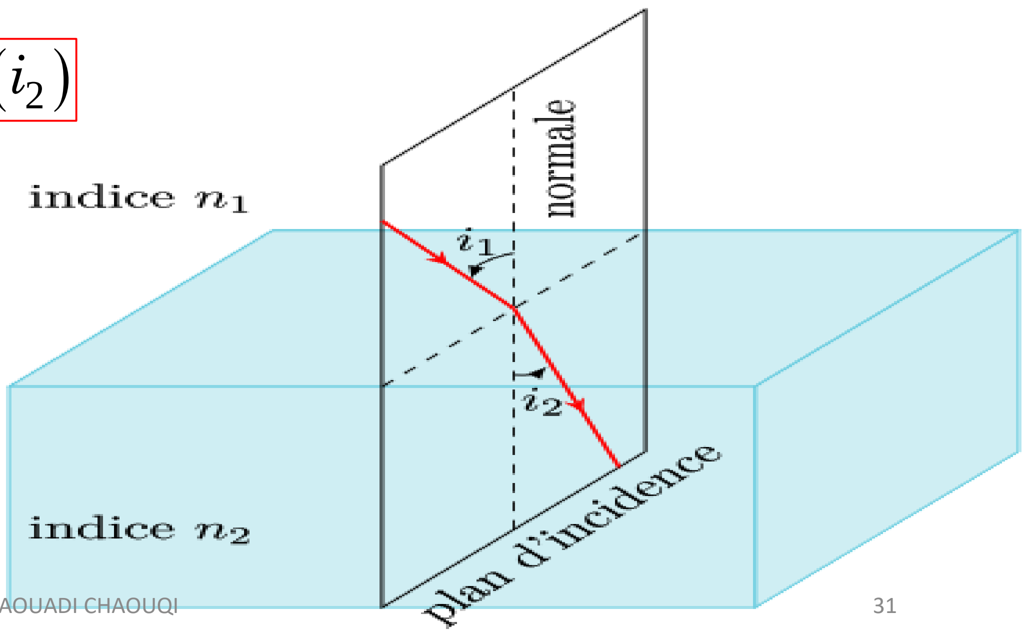
On parle de réfraction lorsqu'il y a un changement de la direction de propagation de la lumière quand celle-ci traverse un milieu.

L'expérience montre que la réfraction obéit aux lois suivantes :

i. Le rayon incident, le rayon réfracté et la normale à la surface sont dans le même plan d'incidence.

ii. Les angles d'incidence **i1** et de réfraction **i2** sont liés par la loi de Descartes :

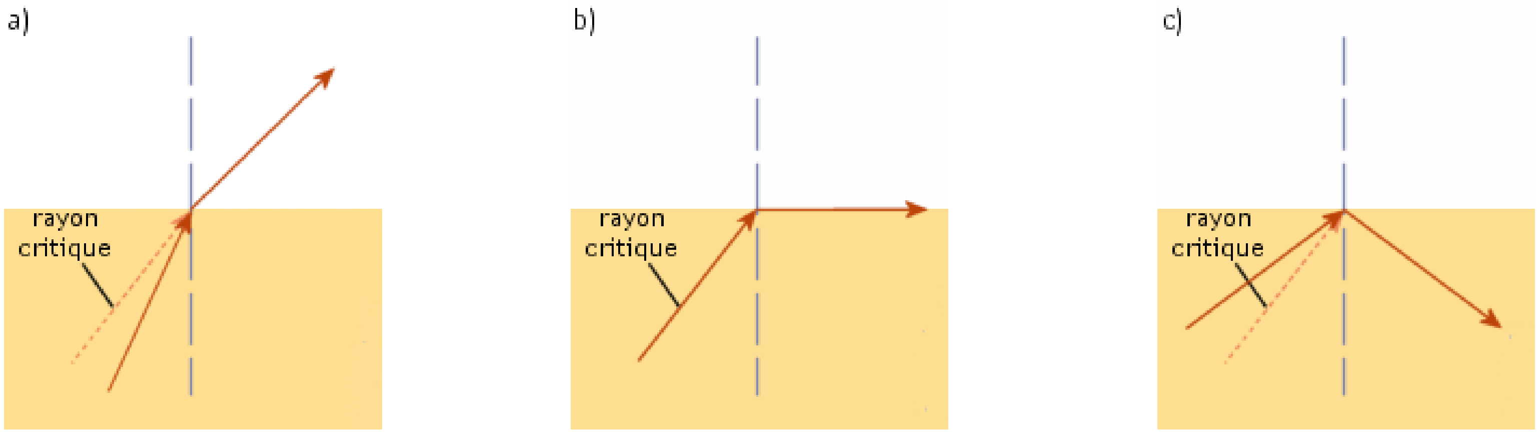
$$\boxed{n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)}$$



Passage du milieu n_1 au milieu n_2

Lois de réflexion et de réfraction

Réfraction



- Dans la situation a) dans lequel on retrouve un rayon incident, puis un rayon réfracté.
- Dans la situation b) cette fois-ci l'angle d'incidence est dit critique. Il s'agit de l'angle de réfraction maximal qui vaut 90°.
- Dans la situation c) on retrouve un rayon dont l'angle d'incidence est supérieur à l'angle du rayon critique. Il s'agit d'un cas de **réflexion totale interne.**

La Réflexion Totale Et Son Application À La Fibre Optique

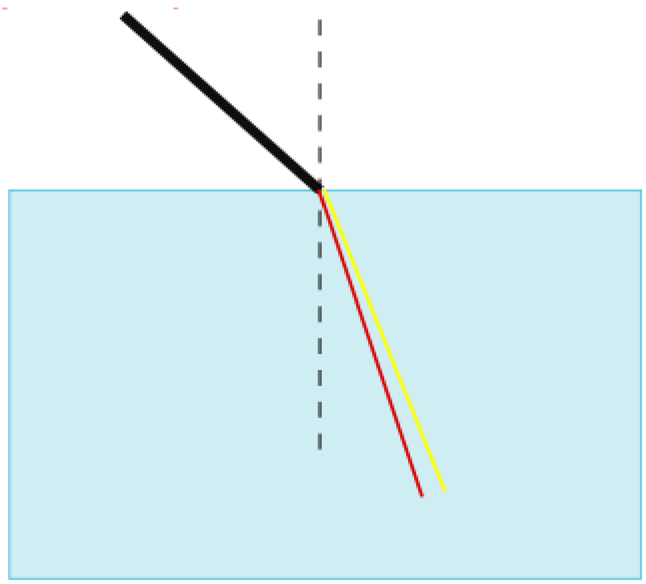
Angle d'incidence limite

Prenons par exemple le passage d'un rayon lumineux de l'air dans l'eau étant donné que l'eau est un milieu plus réfringent que l'air, le rayon réfracté va donc se rapprocher de la normale.

Plus l'angle d'incidence est grand, plus la déviation du rayon lumineux est importante. Pour un angle d'incidence de 90°, c'est-à-dire lorsque le rayon incident rase la surface de l'eau, l'angle de réfraction atteint sa valeur maximum: **c'est l'angle limite de réfraction.**

Exercice 1 :

Un faisceau de lumière blanche tombe sur le diamant avec un angle d'incidence i=45. Le diamant a un indice n_R=2,435 pour le rouge de longueur d'onde 486 nm et un indice n_J=2,417 pour le jaune de longueur d'onde 589 nm. Déterminer l'angle que le rayon rouge et le rayon jaune forment à l'intérieur du diamant.



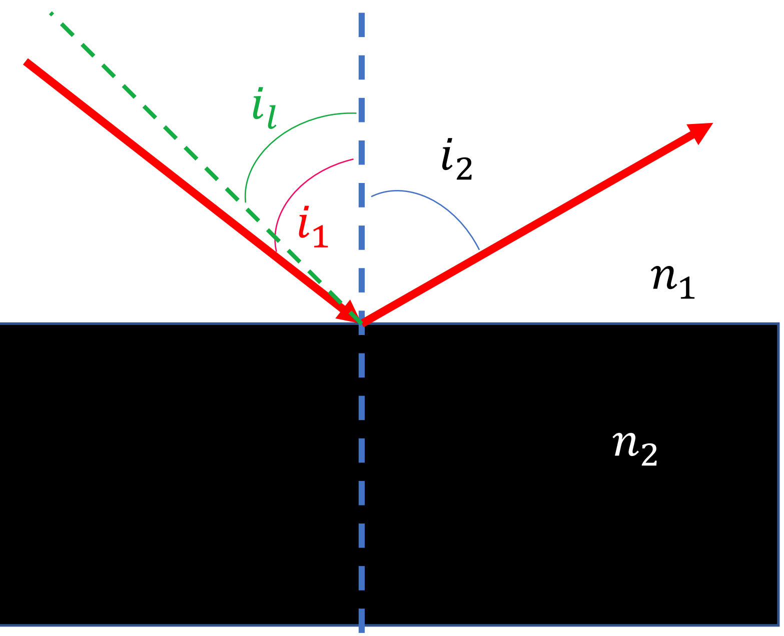
Exercice 2 :

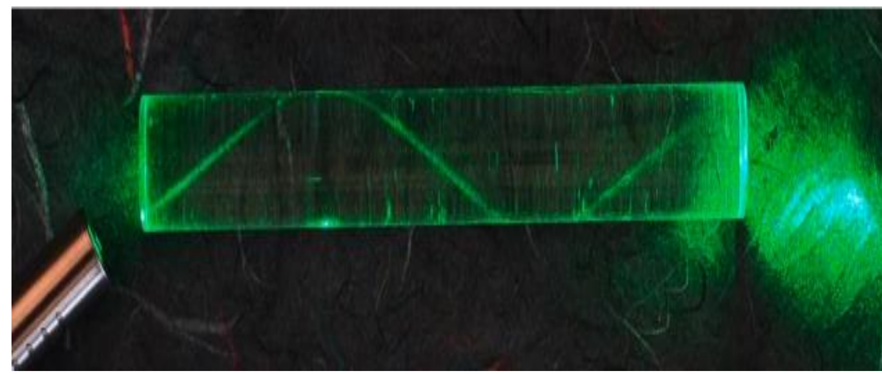
Déterminer l'angle limite de la lumière dans le verre (n_v = 1,50), s'il est plongé dans l'air (n_a=1) et s'il est plongé dans l'eau (n_e=1,33).

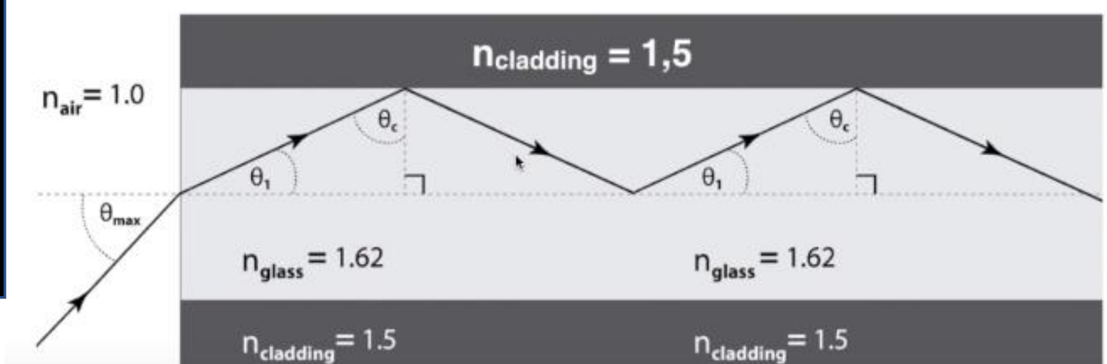
La Réflexion Totale Et Son Application À La Fibre Optique

Phénomène de réflexion totale si :

- L'indice de réfraction du second milieu traversé est inferieur à celui du 1er milieu traversé : $n_1 > n_2$.
- L'angle d'incidence i_1 doit être supérieur à une certain valeur appelé « angle d'incidence limite » noté i_l.





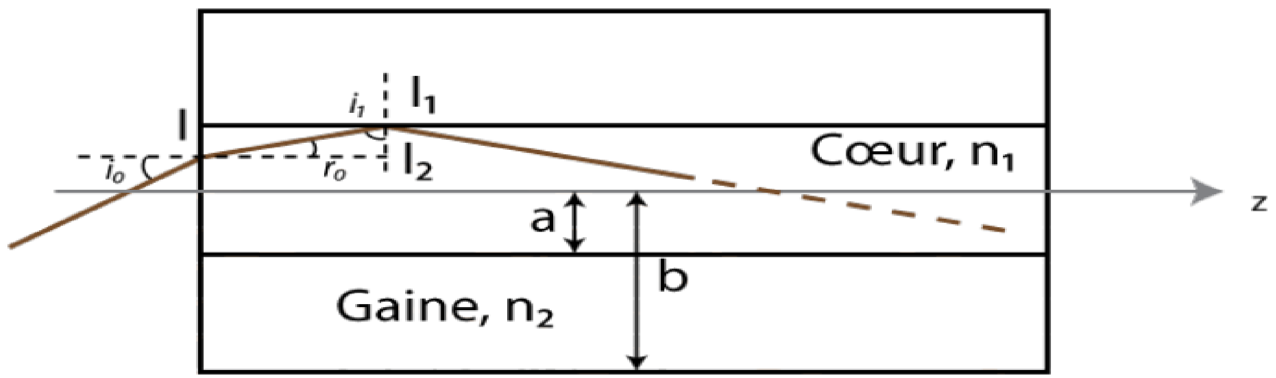


Phénomène de réflexion totale dans une fibre optique

La Réflexion Totale Et Son Application À La Fibre Optique

Exercice 1 : La fibre optique à saut d'indice :

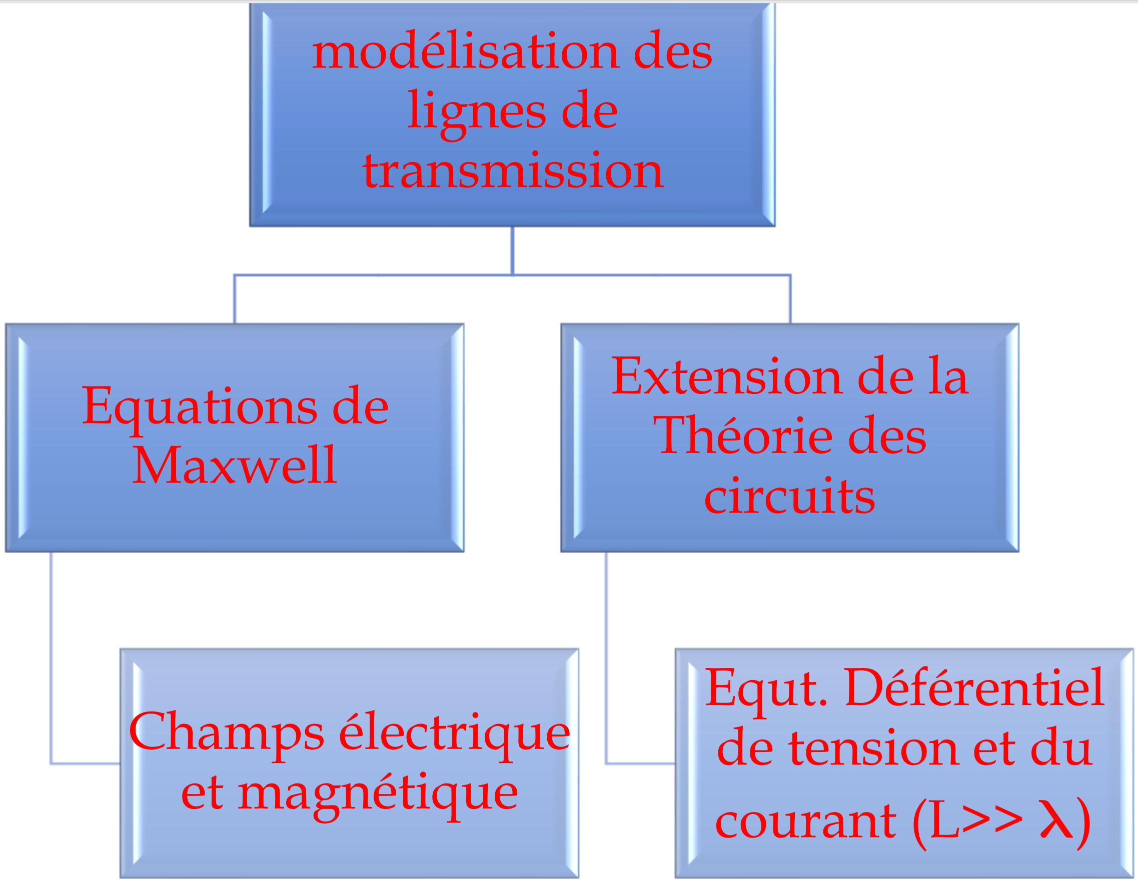
Pour guider la lumière dans une direction donnée, on réalise des fibres optiques, longs fils cylindriques dont l'indice diminue quand on s'éloigne de l'axe. La lumière suit la direction moyenne de l'axe grâce au phénomène de réflexion totale, à condition que le faisceau incident ait une ouverture angulaire convenable. Dans le modèle qui suit, on considère que la fibre est constituée d'un cœur cylindrique de rayon a, d'indice n1 = 1,510 et d'une gaine de rayon extérieur b, d'indice n2 = 1,495.



1. Un rayon incident se propage dans l'air dans un plan axial de la fibre et arrive en I, à une distance (OI < a) de l'axe, sur une extrémité de la fibre, sous un angle d'incidence i_0. On note i_1 l'angle que fait le rayon avec la normale séparant la gaine du cœur. Déterminer la condition sur i_1 tel qu'il y a guidage dans la fibre.
2. Exprimer la relation entre i_0 et i_1.
3. En déduire la condition sur i_0, de la forme $\sin(i_0) < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$, permettant le confinement du rayon dans la fibre.

CH_2 : Théorie des lignes de transmission

La ligne de transmission – Analyse par la théorie des circuits



L'analyse de circuit suppose que les dimensions physiques d'un réseau sont beaucoup plus petites que la longueur d'onde électrique.

La ligne de transmission – Analyse par la théorie des circuits

La principale différence entre la théorie des circuits et la théorie des lignes de transmission est la taille de la ligne électrique par rapport à la longueur d’onde.

i. L'analyse de circuit suppose que les dimensions physiques d'un réseau sont plus petites que la longueur d'onde électrique,

ii. alors par contre dans les lignes de transmission la longueur d'onde et plus petite que le dimension de la ligne.

La méthode des lignes de transmission permet d’analyser des circuits à hautes fréquences en termes familiers à l’analyse de circuits : tension, courant, impédance.

Les différences entre basse et haute fréquence

Une des différences principales entre l'analyse des circuits électriques et l'analyse des lignes de transmission est la longueur des lignes de transmission.

- ✓ Aux basses fréquences, les éléments du circuit sont regroupés car les ondes de tension et du courant affectent en même temps tout le circuit.

- ✓ Aux hyperfréquences, la tension et le courant n'affectent pas tout le circuit en même temps.

Le circuit doit être décomposé en sections unitaires dans lesquelles les éléments du circuit sont considérés comme étant regroupés.

***Note* :**

les dimensions du circuit sont comparables à la longueur d'onde selon la formule: $\lambda = c/f$

La ligne de transmission – Analyse par la théorie des circuits

La démarche est la suivante :

i. Construction d’un modèle électrique de la ligne de propagation.

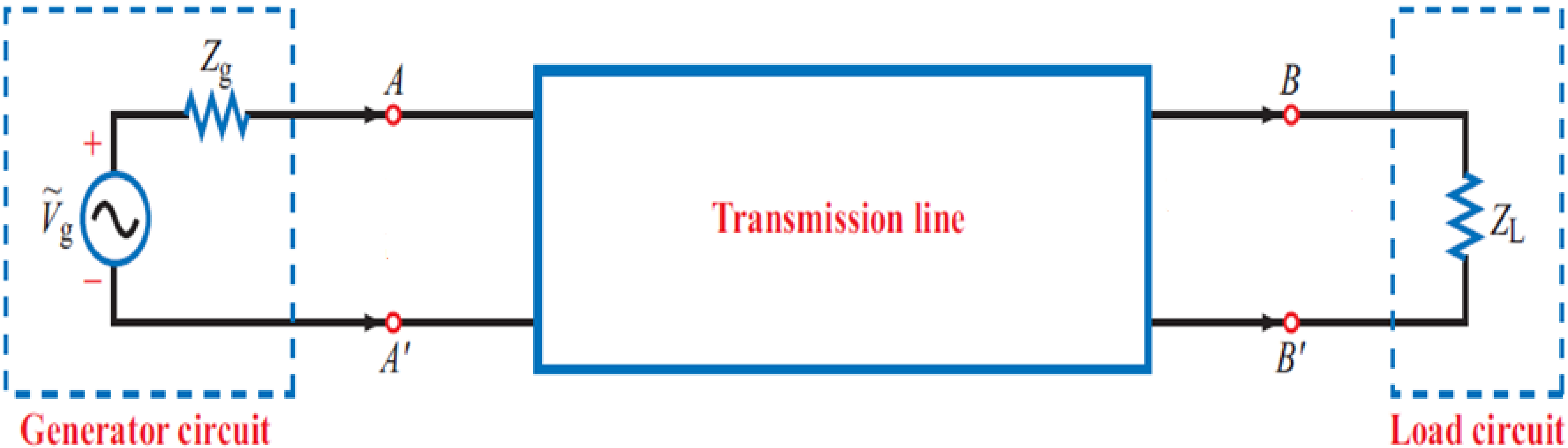
ii. Etablissement des équations différentielles couplées régissant la propagation d’une onde de la tension ou du courant sur la ligne.

iii. Résolution des équations différentielles couplées : ondes progressives et régressives, vitesse de phase, longueur d’onde…..

iv. Utilisations des outils d’analyse : abaque de Smith, paramètres S.

La ligne de transmission – Analyse par la théorie des circuits

Ligne de transmission est un réseau à deux ports connectant un circuit générateur à l'extrémité d'envoi à une charge à l'extrémité réceptrice.



Les lignes de transmission :

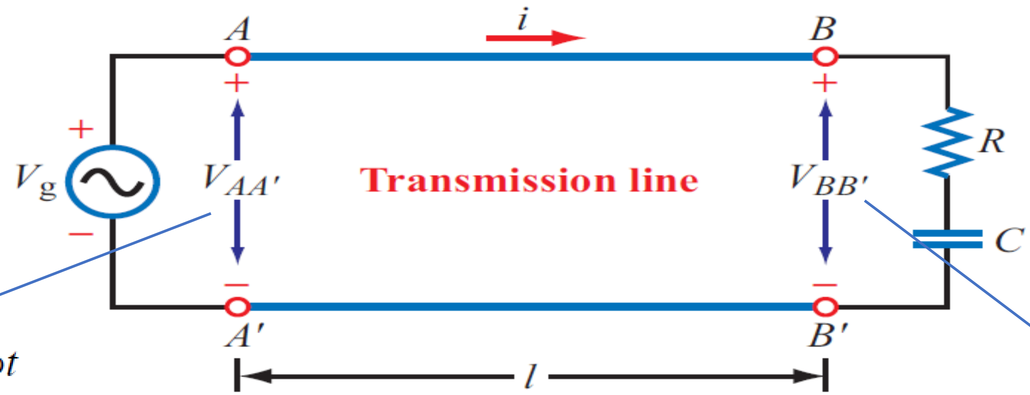
- Deux fils parallèles (bifilaire),
- Câble coaxial
- Ligne Microstrip
- Fibre optique
- Guide d'ondes
- Etc…

La ligne de transmission – Analyse par la théorie des circuits

La tension parcourt la langueur de la ligne L avec un retard $\Delta t = \frac{x}{c}$. Et avec une c.

Au niveau de la source (x = 0), on écrit :

$$V_{AA'} = V_g(t) = V_0 \cos \omega t$$



Au niveau de la charge (x = l), on écrit :

$$\begin{aligned} V_{BB'}(t) &= V_{AA'}(t - l/c) \\ &= V_0 \cos[\omega(t - l/c)] \\ &= V_0 \cos(\omega t - \phi_0), \end{aligned}$$

Retarder par l/c

A $t = 0$, et pour $f = 1$ kHz ,

Si : (1) $l = 5$ cm:

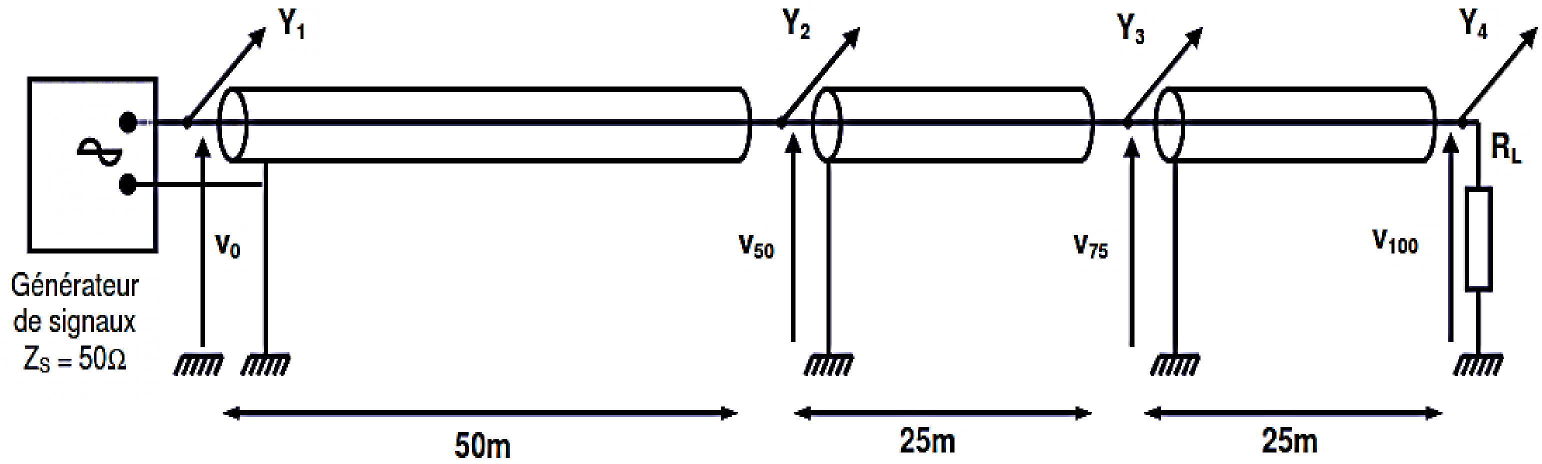
$$V_{BB'} = V_0 \cos(2\pi f l/c) = 0.999999999998\ V_0$$

(2) Mais si $l = 20$ km:

$$V_{BB'} = 0.91\, V_0$$

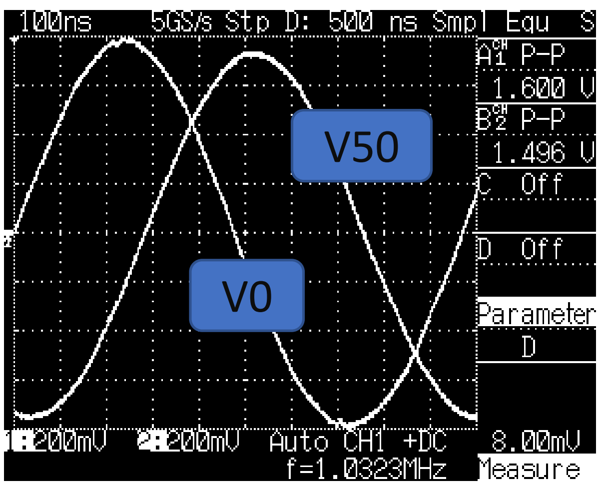
La ligne de transmission – Analyse par la théorie des circuits

On dispose d'un câble coaxial de longueur totale 100m, formé par l'assemblage d'un tronçon de 50m et de 2 tronçons de 25m, comme représenté sur la figure ci-dessous :

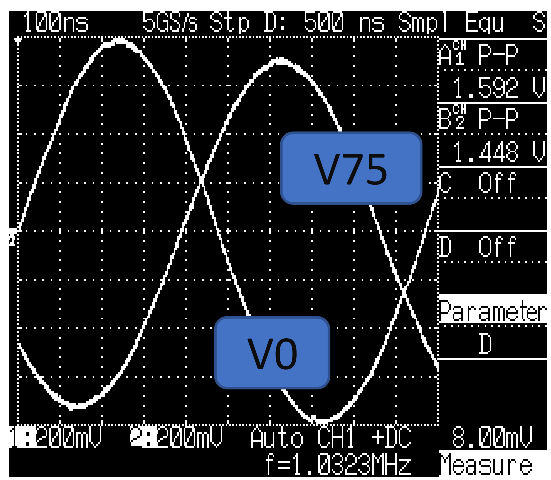


- on peut constater qu'il y a un retard entre le signal d'entré et le signal v50, ce retard il croit lorsqu'on s'éloigne de la source.
- on voit que l'amplitude du signal décroit.

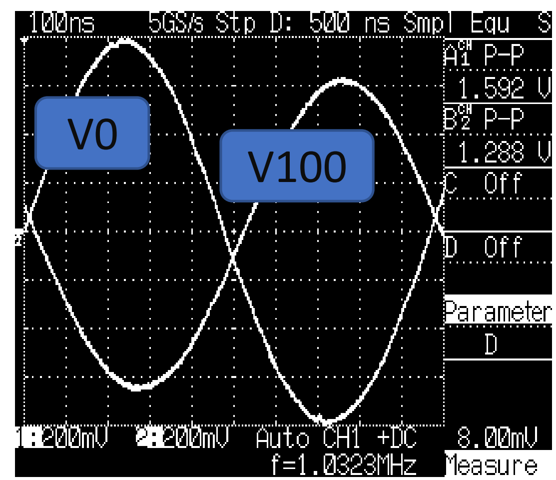
- dans les fréquences élevées la valeur de la tension c'est pas la même dans tout les points de la ligne de transmission…



Mesure au point Y1

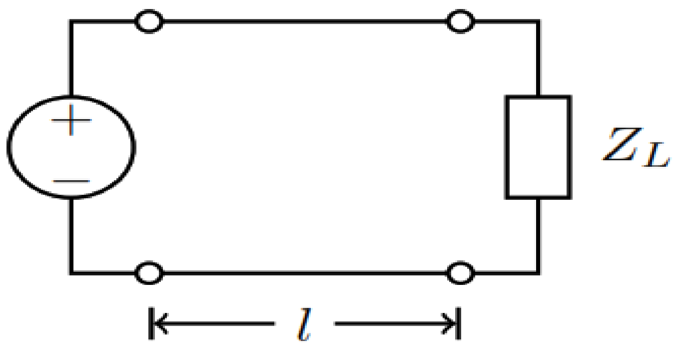


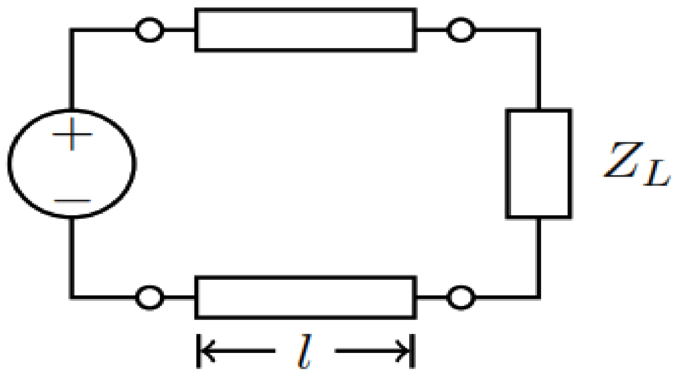
Mesure au point Y2



Mesure au point Y3

Résumer...





En théorie de circuits, on peut négliger la distance entre la source et la charge. Lorsque la langueur d'onde est supérieur au dimension de la ligne.

$$\lambda >> l$$

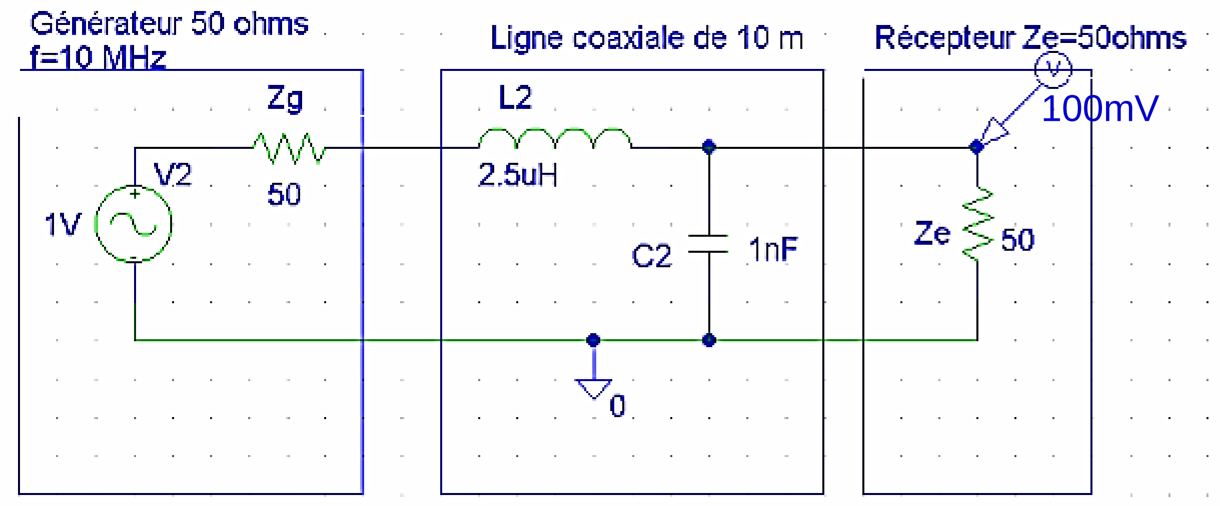
En hyperfréquences, on ne peut pas négliger la distance entre la source et la charge.

$$\lambda \approx l \quad ou \quad \lambda << l$$

Modélisation de la ligne de transmission

Expérience

On veuille mesurer à l'aide d'un oscilloscope la tension d'un générateur par l'intermédiaire d'un câble coaxial de 10m. *Que voit-on au niveau du récepteur ?*



on constate que pour un signal à haute fréquence , on ne peut remplacer la ligne globalement par une cellule LC

Modélisation de lignes de transmission

Problèmes

- On ne peut pas remplacer la ligne globalement par une cellule LC puisque la tension n'est pas uniforme tout au long de cette ligne.

Solutions

- Consiste à diviser la ligne en éléments suffisamment petits pour que l'on puisse considérer que la tension y est uniforme.

- Puis de remplacer chaque tronçon de ligne par une cellule composée d'éléments localisés (self et capacité) et qui seraient chacune à une tension différente.

Modélisation de lignes de transmission

A partir de quand faut-il tenir compte de ce phénomène ?

On doit tenir compte de ce phénomène dès que la tension est suffisamment non **uniforme le long d'une ligne**.

- **Réseau ONE** **f=50 Hz** ⟹ **λ = c/f = 6000 km**

Dans ce cas la longueur d'onde est toujours beaucoup plus grande que la longueur des lignes utilisées dans le réseau électrique.

- **Réseau informatique éthernet** **f=10 MHz** ⟹ **λ = c/f = 30 m**

La longueur des lignes pour un câblage en paires torsadées peut varier de quelques mètres à 100 mètres.

- **Circuits électroniques (taille des pistes = 6 cm)** **f=10 GHz** ⟹ **λ = c/f = 3 cm**

Il est donc indispensable de tenir compte de phénomènes de propagation.

Modélisation de la ligne de transmission

En basse fréquence : la ligne peut être modélisée par une simple résistance.

Augmentation de la fréquence : on voit l'apparition d'un phénomène de filtrage passe-bas.

Ce phénomène peut être modélisé par une capacité en parallèle. Cette capacité traduit physiquement le fait que l'on dispose de deux conducteurs.

Modélisation de la ligne de transmission

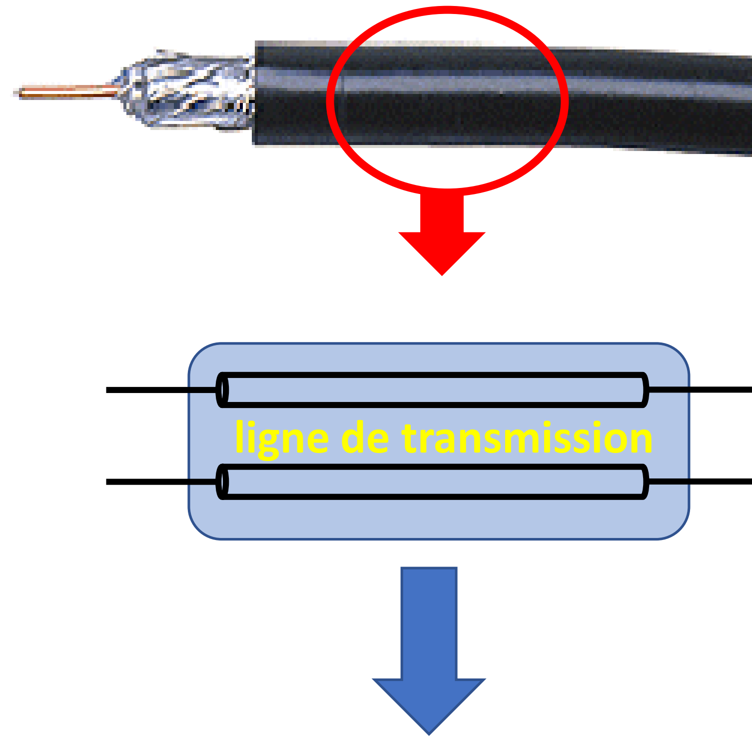
Augmentation de la fréquence, on se retrouve dans le cas de l'expérience précédente : la tension mesurée au bout de la ligne n'est pas du tout égale à la tension appliquée en entrée.

Ce phénomène est dû au comportement **inductif** de la ligne, on doit ainsi faire apparaître une inductance dans notre modèle.

diélectrique séparant les deux conducteurs n'est pas parfait, un courant de fuite pourra circuler entre ceux-ci. Ce courant engendrera des pertes, il est donc nécessaire d'ajouter au modèle de résistance parallèle.

Modélisation de lignes de transmission

Pour modéliser une ligne, on considère qu'elle est formée d'une infinité de tronçons de longueur infiniment petite dx en cascade :



Le câble pourra alors être considéré comme la mise en cascade d'un grand nombre de cellules R,L,C élémentaires :

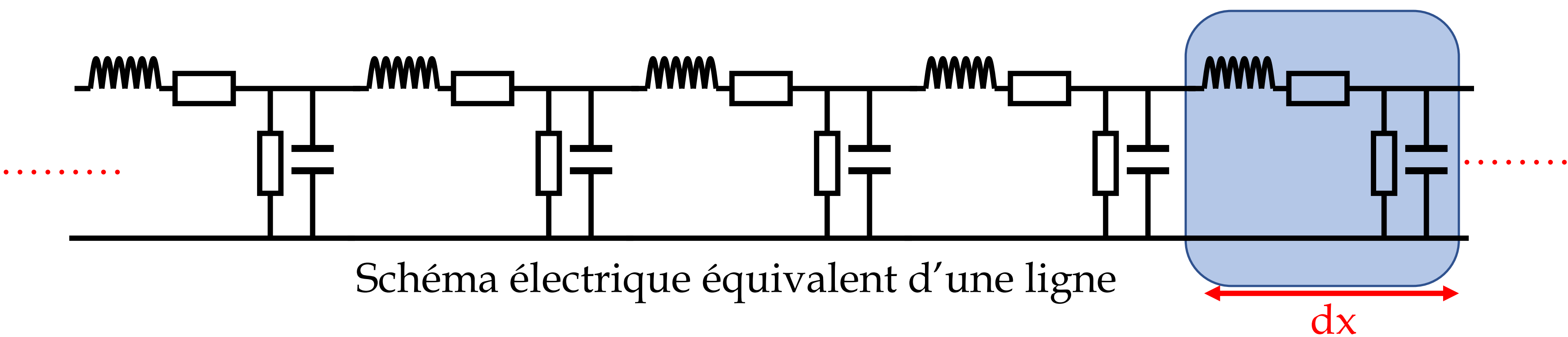
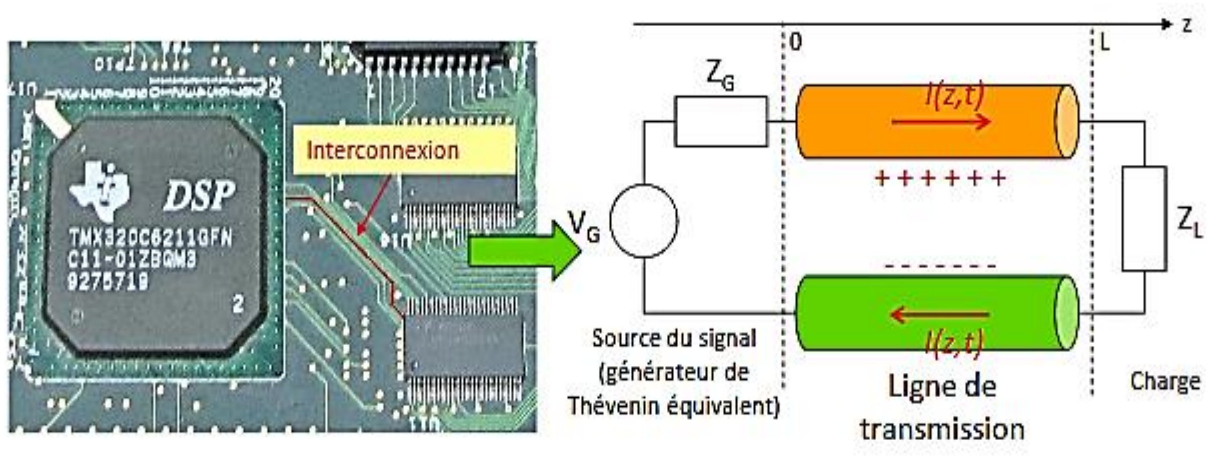
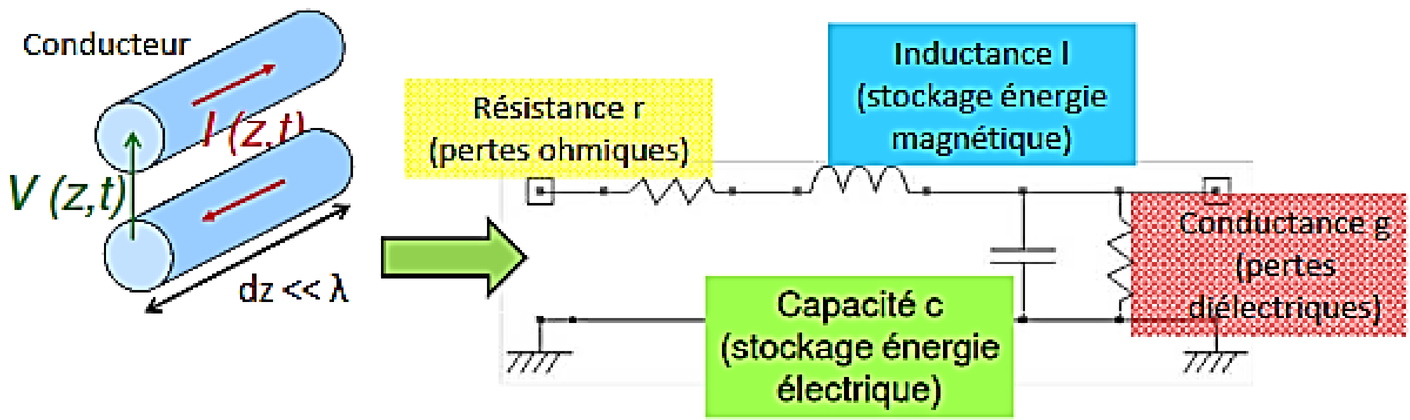


Schéma électrique équivalent d'une ligne

Modélisation de lignes de transmission



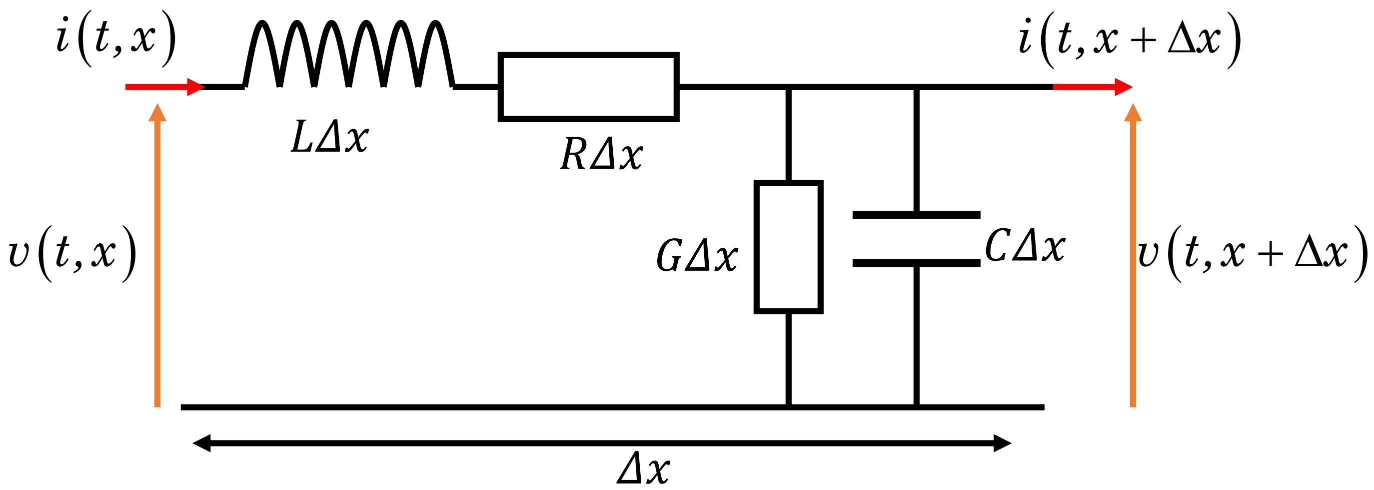
Modèle équivalent d'une ligne de transmission à 2 conducteurs



Représentation électrique d'un tronçon élémentaire d'une ligne de transmission

Modélisation de lignes de transmission

1. Équation des télégraphistes

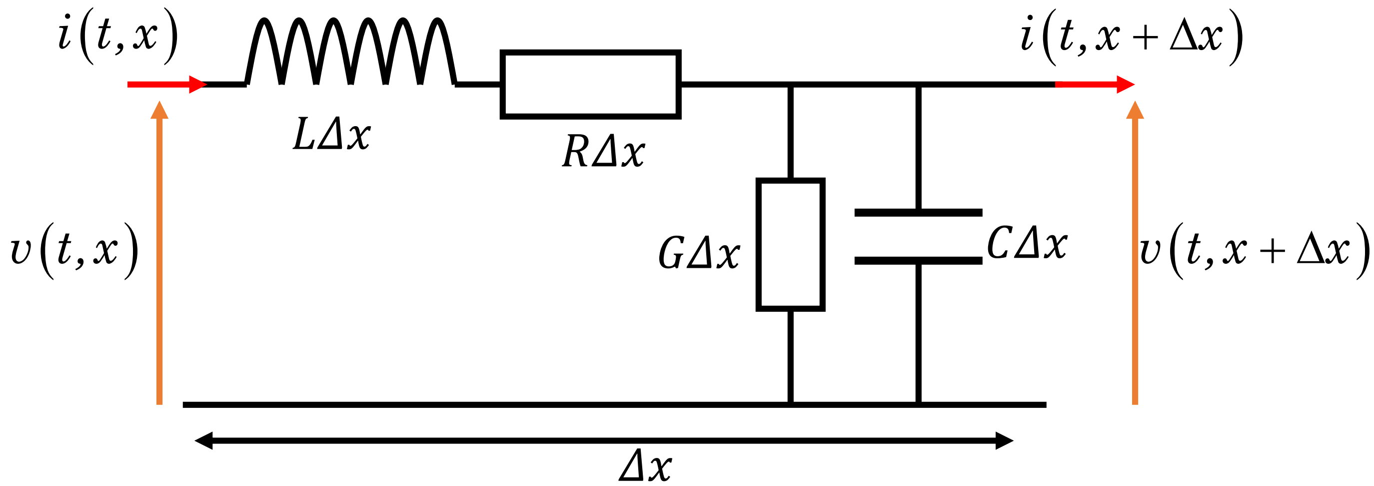


Question 1 :

Trouvez deux équations aux dérivées partielles décrivent la tension $v(x,t)$ et l'intensité $i(x,t)$.

1. Équation des télégraphistes

Equation de la tension



La loi des mailles donne :

$$v(t,x) = L\Delta x \frac{\partial i(t,x)}{\partial t} + R\Delta x i(t,x) + v(t,x+\Delta x)$$

en divisant tous les termes par Δx et les réarranger, nous obtenons

$$\frac{v(t,x) - v(t,x+\Delta x)}{\Delta x} = L\frac{\partial i(t,x)}{\partial t} + Ri(t,x)$$

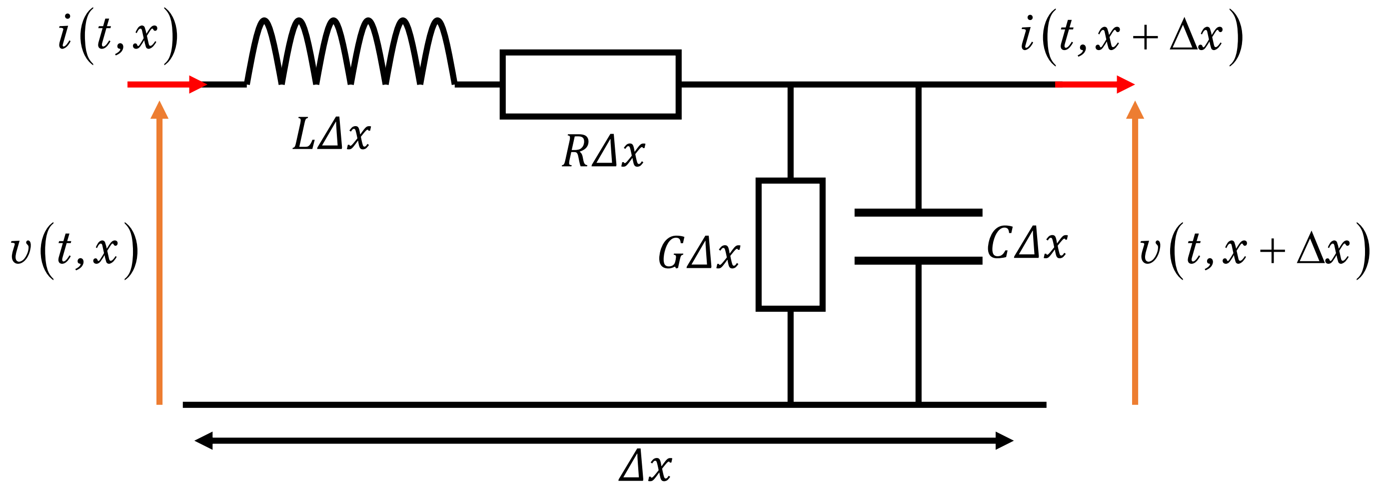
a. En régime qlq:

Quand $\Delta x \to 0$, l'équation devient une équation différentielle de 1er ordre :

$$\frac{dv(t,x)}{dx} = -Ri(t,x) - L\frac{\partial i(t,x)}{\partial t}$$

1. Équation des télégraphistes

Equation du courant



La loi des nœuds donne :

$$i(t,x) = C\Delta x\frac{\partial v}{\partial t} + G\Delta x V(t,x) + i(t,x+\Delta x)$$

En divisant tous les termes par Δx et les réarranger, nous obtenons

$$\frac{i(t,x) - i(t,x+\Delta x)}{\Delta x} = C\frac{\partial v}{\partial t} + GV(t,x)$$

a. En régime qlq:

Quand $\Delta x \to 0$, l'équation devient une équation différentielle de 1[er] ordre :

$$\boxed{\frac{di(t,x)}{dx} = -C\frac{\partial v(t,x)}{\partial t} - GV(t,x)}$$

Modélisation de lignes de transmission

1. Équation des télégraphistes

Les équations de la tension et le courant sont représentés dans deux domaines

$$\frac{dv(x)}{dx} = -Ri(x) - L\frac{\partial i(x)}{\partial t}$$

$$\frac{di(x)}{dx} = -C\frac{\partial v}{\partial t} - GV(x)$$

Le phaseur est un nombre qui contient de l'information a propos de l'amplitude et la phase d'une quantité (tension ou courant dans notre cas).

(on parle aussi d'analyse dans le domaine fréquentiel)

$$\begin{cases} v(t) = \bar{V}\cos(wt+\varphi) \\ i(t) = \bar{I}\cos(wt+\varphi) \end{cases}$$

Equation d'Euler

$$\begin{cases} V = \bar{V}.e^{j\omega t} \\ I = \bar{I}.e^{j\omega t} \end{cases}$$

1. Équation des télégraphistes

On obtient deux équations couplées suivantes :

$$\begin{cases} \dfrac{dV(x)}{dx} = -(R + j\omega\, L)\, I(x) \\ \dfrac{dI(x)}{dx} = -(G + j\omega\, C)\, V(x) \end{cases}$$

Question :

- Déduire une équation aux dérivées partielles variée par $v(x)$ (ou ne figure pas $i(x)$).
- Déduire une équation aux dérivées partielles variée par $\mathrm{i}(x)$ (ou ne figure pas $\mathrm{v}(x)$.

Équations différentielles de second ordre

$$\begin{cases} \dfrac{d^2V(x)}{dx^2} - \left[(R + j\omega L)(G + j\omega C)\right] V(x) = 0 & \text{(a)} \\ \dfrac{d^2I(x)}{dx^2} - \left[(R + j\omega L)(G + j\omega C)\right] I(x) = 0 & \text{(b)} \end{cases}$$

1. Équation des télégraphistes

On pose :

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

On peut réécrire les équations (a) et (b) de la forme suivante :

$$\frac{d^2\bar{I}(x,w)}{dx^2} - \gamma^2\bar{I}(x,w) = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{d^2\bar{V}(x,w)}{dx^2} - \gamma^2\bar{V}(x,w) = 0 \qquad (2)$$

Question : trouvez la solution des équations (1) et (2) :

Intégrons l'équation (1, 2). L'équation caractéristique s'écrit :

$$r^2 = \gamma^2 \Rightarrow r_{1,2} = \pm\gamma$$

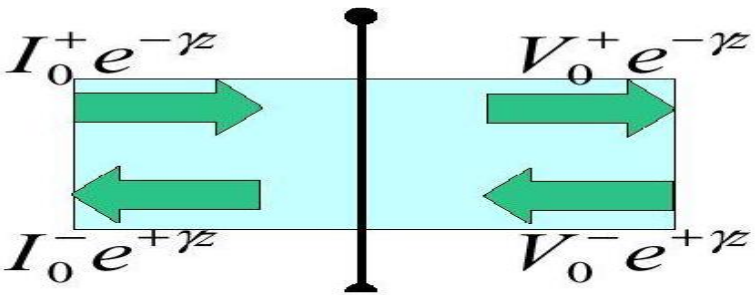
Modélisation de lignes de transmission

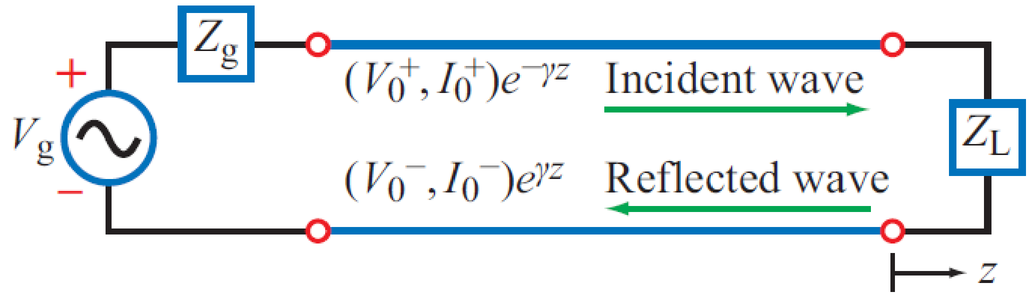
1. Équation des télégraphistes

Formulation en ondes progressives et régressives

$$V(x) = V_0^+ e^{-\gamma x} + V_0^- e^{\gamma x} \qquad I(x) = I_0^+ e^{-\gamma x} + I_0^- e^{\gamma x}$$

Le terme $e^{-\gamma x}$ représente la propagation de l'onde dans le sens croissant de x, et le terme $e^{\gamma x}$ représente la propagation de l'onde dans le sens négatif de x





la présence de deux ondes sur la ligne se propageant dans des directions opposées produit une onde stationnaire

où

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

Constant de propagation complex

Constant de phase

Constant d'atténuation

1. Équation des télégraphistes

Formulation en ondes progressives et régressives

$$V(x) = V_0^+ e^{-\gamma x} + V_0^- e^{\gamma x}$$

Si on se concentre sur l'onde progressive de la tension :

La phase

$$V_p^+ = V_0^+ e^{-\gamma x} \xrightarrow{\quad \gamma = \alpha + j\beta \quad} V_p^+ = V_0^+ e^{-\alpha x} \, e^{-j\beta x}$$

L'amplitude

Alpha est un paramètre qui nous donne des informations concernant la réduction de l'amplitude. En Nepers/m

1 Nepers/m = 8,68 dB/m

Beta est un paramètre qui control la variation de la phase de l'onde le long de la ligne de transmission . En rad/m

1. Équation des télégraphistes

Somme de deux termes :

- ✓ L'un dont l'amplitude diminue quand x augmente (déplacement générateur vers récepteur) = onde incidente.

- ✓ L'autre dont l'amplitude diminue quand x diminue (déplacement récepteur vers générateur) = onde réfléchie.

a. Constant de propagation

C'est un paramètre de propagation exprimé ici sous forme complexe :

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + \beta j$$

Le calcul des parties réelle α et imaginaire β de l'exposant de propagation s'effectue en partant de :

$$\gamma = \alpha + \beta j$$

Question : exprimez les paramètres d'atténuation et de phase en fonction de R, C, L et G?

En égalant les parties réelles des carrés des deux membres, on obtient en effet :

$$\alpha^2 - \beta^2 = RG - \omega^2 LC$$

Et en égalant les carrés du module, on obtient :

$$\alpha^2 + \beta^2 = \sqrt{\left(R^2 + \omega^2 L^2\right)\left(G^2 + \omega^2 C^2\right)}$$

a. Constant de propagation

Et en déduit, par addition et soustraction :

- Coefficient d'atténuation :

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}\left[RG - \omega^2 LC + \sqrt{\left(R^2 + \omega^2 L^2\right)\left(G^2 + \omega^2 C^2\right)}\right]}$$

- Coefficient de phase :

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\sqrt{\left(R^2 + \omega^2 L^2\right)\left(G^2 + \omega^2 C^2\right)} - RG + \omega^2 LC\right]}$$

b. Impédance caractéristique

L'impédance caractéristique d'une ligne de transmission est le rapport entre les amplitudes de tension et de courant d'une onde unique se propageant le long de la ligne.

$$\bar{I}(\omega,x) = \bar{I}_{0+}e^{-\gamma x} + \bar{I}_{0-}e^{\gamma x}$$

$$\bar{V}(\omega,x) = \bar{V}_{0+}e^{-\gamma x} + \bar{V}_{0-}e^{\gamma x}$$

Exprimer les constantes V_{0+} et V_{0-} en fonction de I_{0+}et I_{0-}?

L'expression des constants est :

$$V_{0+} = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega c}}I_{0+}$$

$$V_{0-} = -\sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega c}}I_{0-}$$

b. Impédance caractéristique

On remplace les constants par ses expressions dans l'équation de tension, on obtient :

$$\overline{I}(\omega,x) = \overline{I}_{0+}e^{-\gamma x} + \overline{I}_{0-}e^{\gamma x}$$

$$\overline{V}(\omega,x) = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega c}}\left(\overline{I}_{0+}e^{-\gamma x} - \overline{I}_{0-}e^{\gamma x}\right)$$

L'impédance caractéristique :

$$Z_c = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega c}}$$

b. Impédance caractéristique

On écrit le rapport tension sur courant en tout point de la ligne :

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}(\omega)}{\bar{I}(\omega)} = \frac{\bar{V}_{0+}e^{-\gamma x} + \bar{V}_{0-}e^{\gamma x}}{\bar{I}_{0+}e^{-\gamma x} + \bar{I}_{0-}e^{\gamma x}}$$

Ceci montre que les ondes de courant et de tension progressives sont en tout point de la ligne égale un rapport de Z.

b. Impédance caractéristique

- **Situation pour une onde progressive seule :**

Si seule une onde progressive existe (termes en $e^{-\gamma x}$), nous obtenons :

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}(\omega)}{\bar{I}(\omega)} = \frac{\bar{V}_{0+} e^{-\gamma x}}{\bar{I}_{0+} e^{-\gamma x}} = \frac{\bar{V}_{0+}}{\bar{I}_{0+}} = \bar{Z}_c$$

- **Situation pour une onde régressive seule**

Si seule une onde régressive existe (termes en $e^{\gamma x}$), nous obtenons :

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}(\omega)}{\bar{I}(\omega)} = -\frac{\bar{V}_{0-} e^{\gamma x}}{\bar{I}_{0-} e^{\gamma x}} = -\frac{\bar{V}_{0-}}{\bar{I}_{0-}} = -\bar{Z}_c$$

b. Impédance caractéristique

On en conclut que l'impédance Z_c correspond à la valeur de l'impédance qu'il faut connecter au bout d'une ligne afin qu'elle se comporte comme une ligne semi infinie, c'est-à-dire pour que seule une onde (**progressive** ou **régressive**) qui se propage dans LT. On nomme cette impédance « **l'impédance caractéristique** » de la ligne.

Impédance caractéristique en fonction des paramètres linéiques de la ligne :

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

b. Impédance caractéristique

- Dans le cas général, l'impédance caractéristique d'une ligne est **complexe**.

- Pour la ligne de transmission sans perte :

$$(R << L), (G << C)$$

On a alors une impédance caractéristique réelle, qui s'écrit :

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

L'existence d'une onde réfléchie sur une ligne peut s'expliquer, par la présence sur la ligne d'un élément perturbateur tel que la charge disposée en bout de ligne.

c. Coefficient de réflexion

on peut définir le coefficient de réflexion comme étant le rapport de l'onde réfléchie sur l'onde incidente :

$$\Gamma = \frac{V_{réfléchie}}{V_{incidente}}$$

c. Coefficient de réflexion

Le coefficient de réflexion pour n'importe quel point sur la ligne.

$$\Gamma(x) = \frac{\bar{V}_0^- e^{\gamma x}}{\bar{V}_0^+ e^{-\gamma x}} \quad \Rightarrow \quad \Gamma(x) = \Gamma(0) e^{2\gamma x}$$

Ce coefficient de réflexion dépend de la longueur de la ligne.

$$\Gamma(0) = \frac{\bar{V}_0^-}{\bar{V}_0^+}$$

CH3 : Analyse des lignes de transmission

Plan du chapitre

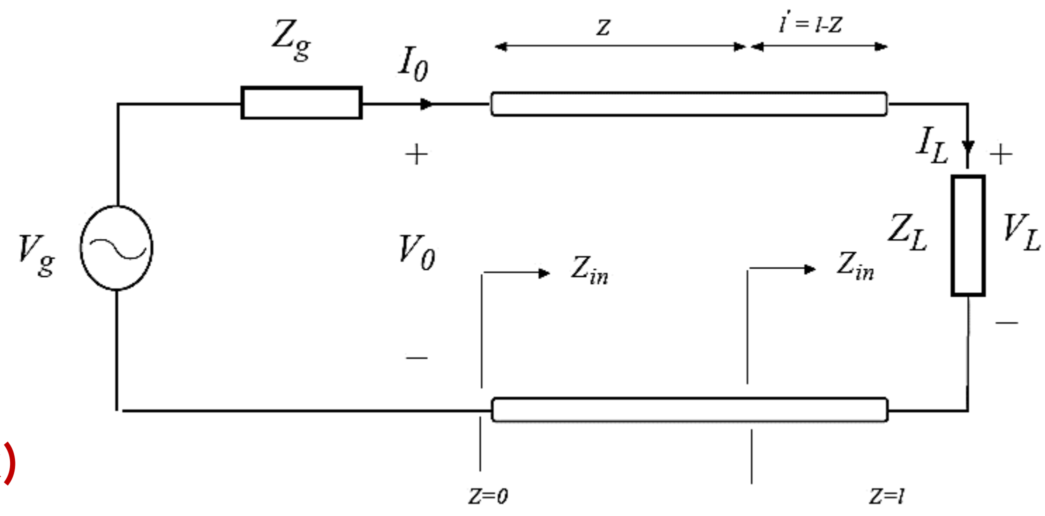
1. L'impédance ramenée
2. Puissance transmise
3. Rapport d'onde stationnaire
4. Abaque de Smith

Impédance ramenée d'un tronçon de ligne

On peut définir l'impédance ramenée comme une impédance à n'import quel point x dans la ligne.

la ligne de transmission s'étendre de $z=0$ au générateur à $z=l$ à la charge.

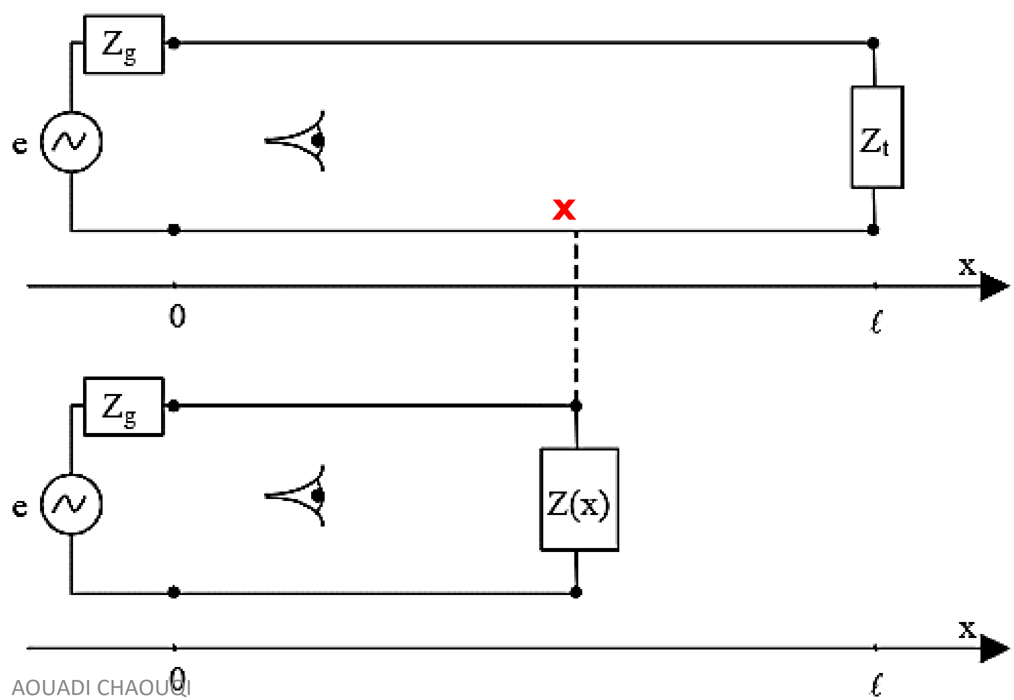
$$Z(x) = Z_c \frac{V_{0+}e^{-\gamma x} + V_{0-}e^{\gamma x}}{V_{0+}e^{-\gamma x} - V_{0-}e^{\gamma x}}$$



À partir de l'expression de Z(x) on peut trouver l'impédance en tout point de la ligne.

Impédance ramenée d'un tronçon de ligne

- **L'impédance Z(x) est l'impédance équivalente de tout ce qui se trouve à droite de x. Cela est représenté sur la figure suivante.**
- **On dit encore que Z(x) est l'impédance ramenée en x de Zt le long de la ligne.**



$$Z(x) = Z_c \frac{V_{0+}e^{-\gamma x} + V_{0-}e^{\gamma x}}{V_{0+}e^{-\gamma x} - V_{0-}e^{\gamma x}}$$

Impédance ramenée d'un tronçon de ligne

- ✓ **Impédance au point d'abscisse x=0 :**

$$Z(x=0) = Z_c \frac{V_0^+ + V_0^-}{V_0^+ - V_0^-}$$

- ✓ **Impédance en un point d'abscisse l :**

$$Z(x=l) = Z_c \frac{V_{0+}e^{-\gamma l} + V_{0-}e^{\gamma l}}{V_{0+}e^{-\gamma l} - V_{0-}e^{\gamma l}}$$

Impédance ramenée d'un tronçon de ligne

Connaissant l'impédance en un point de la ligne, on peut déterminer l'impédance ramenée en un point quelconque de la ligne.

$$Z(x) = Z_c \frac{Z_l + Z_c\, th(\gamma x)}{Z_c + Z_l\, th(\gamma x)}$$

Dans le cas d'une ligne sans pertes, la constant d'atténuation est nulle et la constante de propagation est alors égale $\gamma = j\beta$.

$$Z(x) = Z_c \frac{Z_l + j\, Z_c\, tan(\beta x)}{Z_c + j\, Z_l\, tan(\beta x)}$$

Lignes sans perte : Impédance ramenée d'un tronçon de ligne

❖ Cas d'une ligne sans pertes

$$Z(x) = Z_c \frac{Z_l + jZ_c tan(\beta x)}{Z_c + jZ_l tan(\beta x)}$$

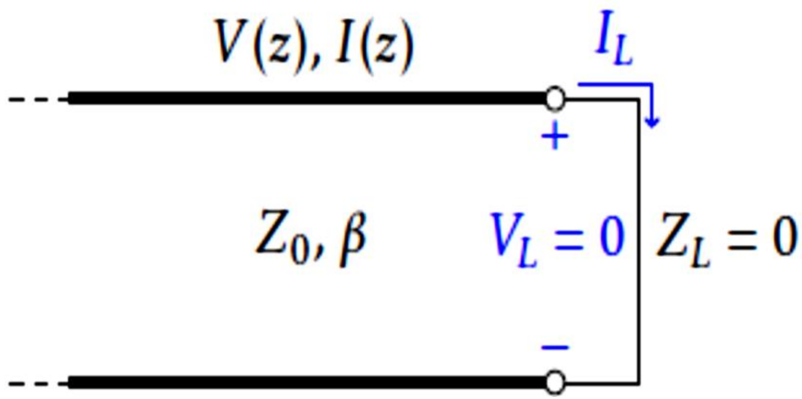
Cas spéciaux :

- **Ligne de transmission terminée par Z_c;**
- **Ligne de transmission terminée par circuit ouvert,**
- **Ligne de transmission terminée par court-circuit,**
- **Ligne de transmission quart d'onde $\lambda/_4$,**
- **Ligne de transmission demi-onde $\lambda/_2$,**
- **Ligne de transmission infinie.**

Lignes sans perte : Impédance ramenée d’un tronçon de ligne

❖ Cas particulaires

a. Ligne court-circuitée $Z_L = 0$



$$)\big|_{Z_L=0} = jZ_c\,tan(\beta x)$$

$$Z_{cc} = Z(x)|_{Z_L=0} = jZ_c tan(\beta x)$$

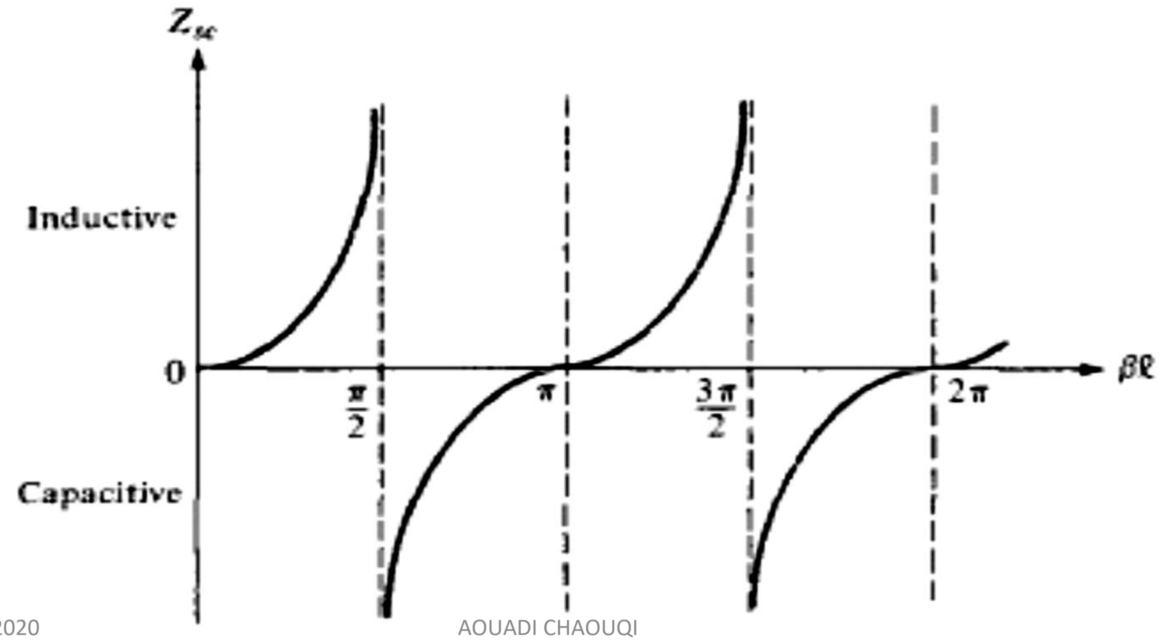
Cette impédance est une réactance pure, qui peut être capacitive ou inductive en fonction de la valeur de x.

Lignes sans perte : Impédance ramenée d'un tronçon de ligne

❖ Cas particuliers

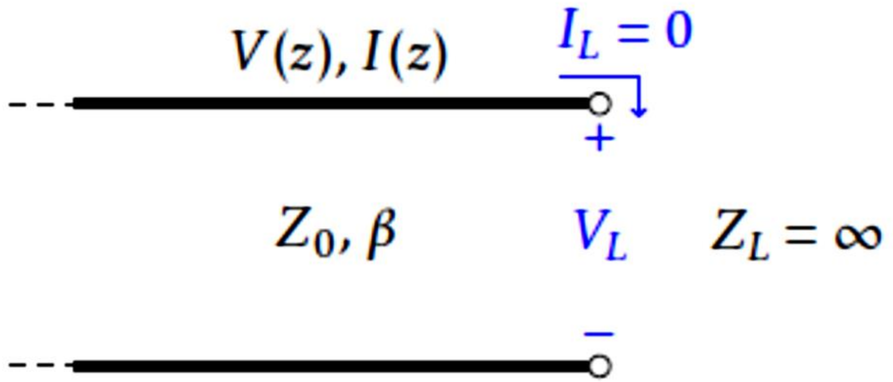
Une ligne court circuitée est donc équivalente à une impédance purement imaginaire, c'est-à-dire un :

- **condensateur aux endroits tel que tg(βx) est négative,**
- **une inductance quand tg(βx) est positive.**



❖ Cas particuliers

b. Ligne ouverte $Z_L = \infty$



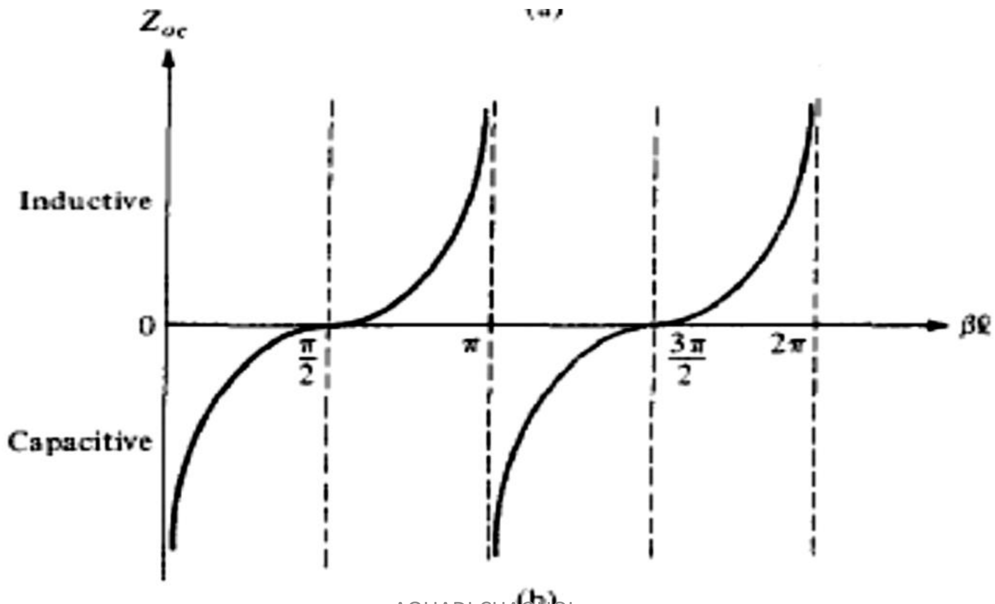
$$Z(x) = Z_{co} = \lim_{Z_L \to \infty} Z(x)$$
$$= \frac{1}{j\tan(\beta x)} = -j\cot g(\beta x)$$

❖ Cas particulaires

Une ligne terminée par un circuit ouvert est donc équivalente à une impédance purement imaginaire, c'est à-dire

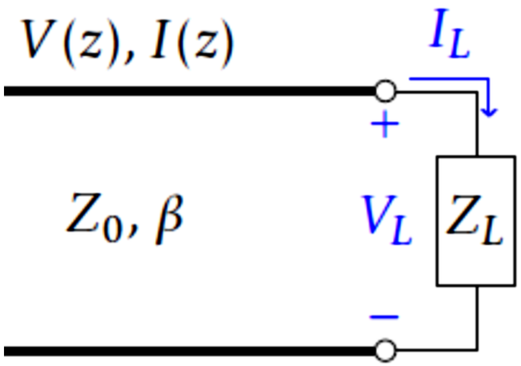
- **un condensateur aux endroits tel que cotg(βx) est positive,**

- **une inductance quand cotg(βx) est négative.**



❖ Cas particulaires

c. Ligne chargée $Z_L = Z_c$



$$Z(x) = Z_c$$

Dans ce cas on dit que la charge est adaptée à ligne. la puissance incidente est entièrement absorbée par la charge.

Lignes sans perte : Impédance ramenée d'un tronçon de ligne

❖ Cas particuliers

d. Ligne quart d'onde $l = \lambda/_4$

C'est une ligne de longueur $\lambda/_4$. Quand cette ligne est chargée par Zl, l'impédance ramenée par la ligne quart d'onde vaut donc :

$$Z\left(\lambda/_4\right) = Z_c \frac{Z_l + jZ_c tan\left(\beta\,\lambda/_4\right)}{Z_c + jZ_l tan\left(\beta\,\lambda/_4\right)} \quad \Rightarrow \quad Z(\lambda/4) = \frac{Z_c^2}{Z_L}$$

Ce type de ligne permet de transformer un court-circuit en circuit ouvert, ou vice versa. Ce type de ligne est aussi utilise pour l'adaptation d'impédance

Lignes sans perte : ROS (Rapport d'onde stationnaire)

On observera les phénomènes suivants :

- une partie de l'énergie n'est plus absorbée par la charge :
    - ➢ on a une perte de la puissance transmise à la charge ;
- les tensions et les courants ne sont plus constants le long de la ligne :
    - ➢ on a des « ondes stationnaires », ce qui induit plus de pertes dans la ligne ;

Le rapport d'ondes stationnaires (ROS) exprime la qualité de l'adaptation d'une charge (antenne), à une ligne de transmission (coaxial ou bifilaire).

Lignes sans perte : ROS (Rapport d'onde stationnaire)

La tension maximale/ minimale a lieu lorsque

$$V_{max} = V_0^+ (1+\Gamma)$$

$$V_{min} = V_0^- (1-\Gamma)$$

ce qui donne

$$ROS = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$$

- **Si la charge est adaptée à la ligne,**

$\Gamma = 0$ ⇒ $ROS = \frac{V_{max}}{V_{min}} = 1$

- **Si la charge n'est pas adaptée à la ligne,**

$\Gamma = 1$ ⇒ $ROS = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \infty$

Lignes sans perte : Calcule de la puissance

On peut calculer la puissance moyenne transportée par la ligne de transmission :

$$P = \frac{1}{2}\left(V(z)\,I(z)^{*}\right)$$

$$= \frac{\left|V_0^+\right|^2}{2Z_c}\left(1 - \Gamma e^{-2j\beta z} + \Gamma e^{2j\beta z} - \left|\Gamma\right|^2\right)$$

$$\Rightarrow \quad P = \frac{\left|V_0^+\right|^2}{2Z_c}\left(1 - \left|\Gamma\right|^2\right)$$

$\Gamma = 0$ La puissance maximale est fournie à la charge $P_m = \dfrac{\left|V_0^+\right|^2}{2Z_c}$

$\Gamma = 1$ Aucune puissance n'est délivrée à la charge $P_m = 0$