

# Electronique Analogique II

*Septembre 2018*

**A.ELAMRI**

# PLAN

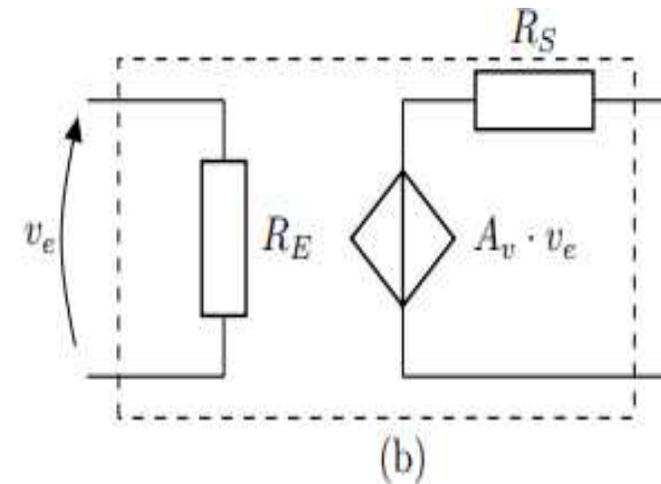
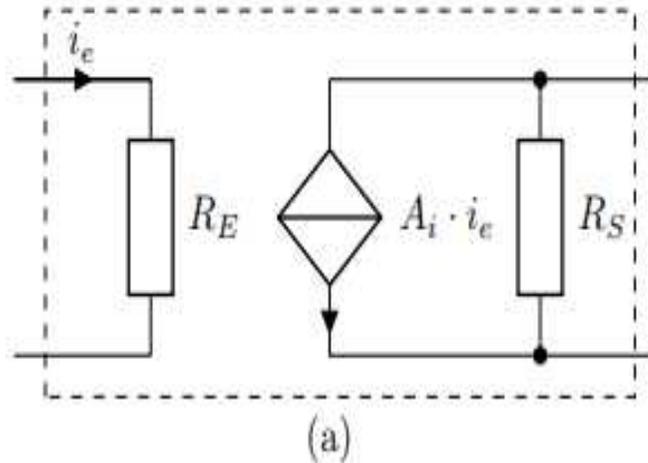
2

- Amplificateur petits signaux (Rappel)
- Amplificateurs HF à bande étroite (sélectifs)
- Amplificateurs de puissance
- Filtrage analogique
- Les oscillateurs
- La boucle de verrouillage de phase

# Amplificateurs de puissance

3

Un amplificateur est un circuit actif capable d'amplifier un signal d'entrée  
On peut représenter tout amplificateur sous la forme d'un quadripôle de type (a) ou (b).



- $R_E$  est la résistance (ou impédance) d'entrée ;
- $R_S$  est la résistance (ou impédance) de sortie ;
- $A_v$  est l'amplification en tension à vide ;
- $A_i$  est l'amplification en courant en court-circuit.

# Amplificateurs de puissance

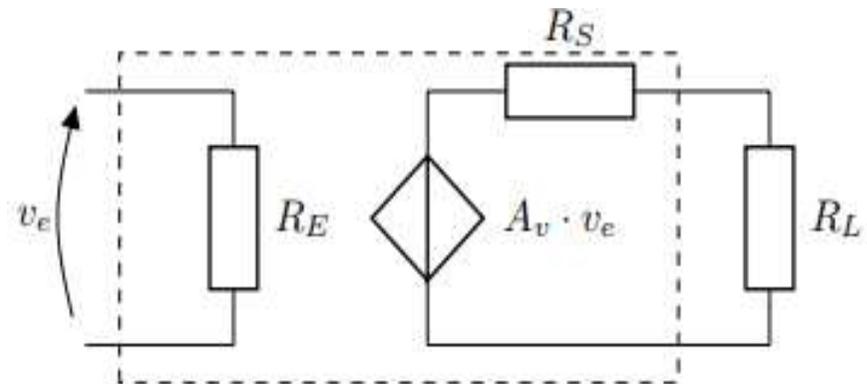
4

L'amplification en puissance : 
$$A_p = \frac{V_s \cdot I_s}{V_e \cdot I_e} = \frac{P_s}{P_e}$$

- Le gain en tension à vide :  $G_v = 20 \log(A_v)$  exprimé en décibel (dB);
- Le gain en courant en court-circuit :  $G_i = 20 \log(A_i)$  exprimé en dB ;
- Le gain en puissance :  $G_p = 10 \log(A_p)$  exprimé en dB.

*Nous avons introduit ci-dessus le gain en tension à vide et le gain en courant en court-circuit. Or, un amplificateur n'est jamais utilisé à vide ou en court-circuit. Il attaque, c'est à dire qu'il fournit le signal qu'il amplifie à un système pouvant être représenté par une résistance ( $R_L$ ).*

Ainsi, tout amplificateur peut, dans la réalité, être représenté



# Amplificateurs de puissance

5

## Amplification en tension La tension

$v_s$  délivrée en sortie de l'amplificateur ne vaut pas  $A_v \cdot v_e$  mais :

$$v_s = A_v \cdot v_e \times \frac{R_L}{R_L + R_S}$$

La valeur de l'amplification en tension, en présence de la résistance  $R_L$  est donc :

$$A'_v = \frac{A_v}{1 + \frac{R_S}{R_L}}$$

Cette formule importante nous guidera dorénavant pour le choix d'un amplificateur. En effet, en étudiant la formule donnant  $A'_v$ , on constate que  $A'_v$  est maximisé en prenant  $R_L \gg R_S$ .

Pour obtenir une bonne amplification en tension, on s'efforcera de choisir :

- une forte impédance d'entrée ;
- une faible impédance de sortie.

# Amplificateurs de puissance

6

## Amplification en courant

L'amplification en courant d'un amplificateur en fonctionnement normal ne peut être considéré comme égale à son amplification en court-circuit.

En effet, en présence de  $R_L$  le courant de sortie prend la valeur:  $i'_s = \frac{A_v \cdot V_e}{R_S + R_L}$

contre  $i_s = \frac{A_v \cdot V_e}{R_S}$  en court-circuit

La valeur de l'amplification en courant, lorsque l'amplificateur est chargé par une résistance  $R_L$ , devient :

$$A'_i = \frac{i'_s}{i_e} = \frac{A_v \cdot V_e}{R_S + R_L} \times \frac{R_E}{V_e} \Rightarrow A'_i = \frac{A_v \cdot R_E}{R_S + R_L}$$

Dans le but d'améliorer au maximum l'amplification, on peut remarquer que la valeur  $A'_i$  sera d'autant plus élevée que :

- $R_E$  sera grande ;
- $R_S$  sera faible.

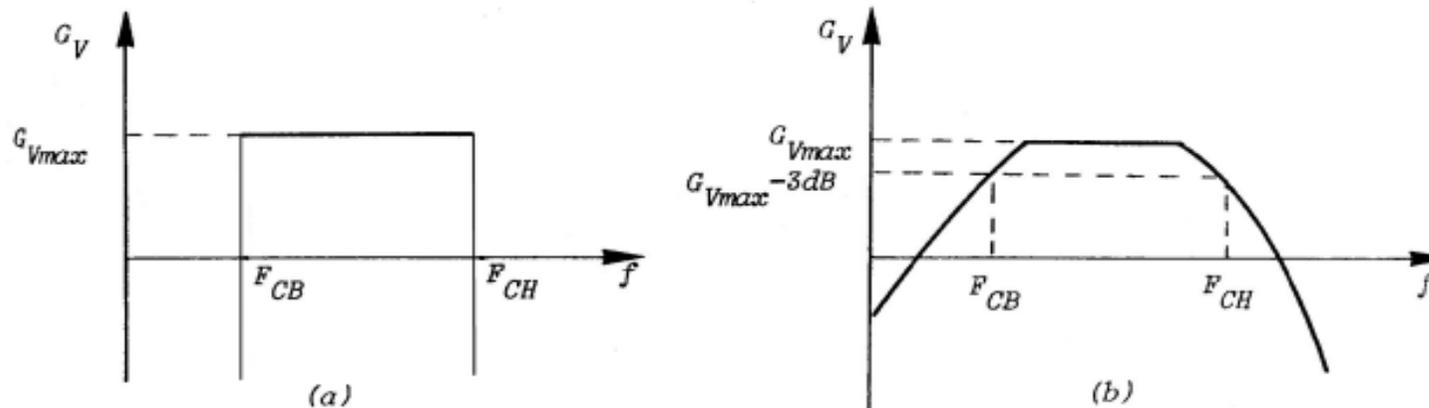
# Amplificateurs de puissance

7

Pour obtenir une bonne amplification en courant, il faudra choisir :

- Une forte impédance d'entrée ;
- Une faible impédance de sortie.

**Remarque importante** : L'amplification en courant n'apparaîtra pas dans l'étude des montages fondamentaux. En effet, il est aisé, à l'aide de l'amplification en tension, de l'impédance d'entrée, de l'impédance de sortie et de la formule de  $A_v$ , de déterminer l'amplification en courant pour une charge donnée.



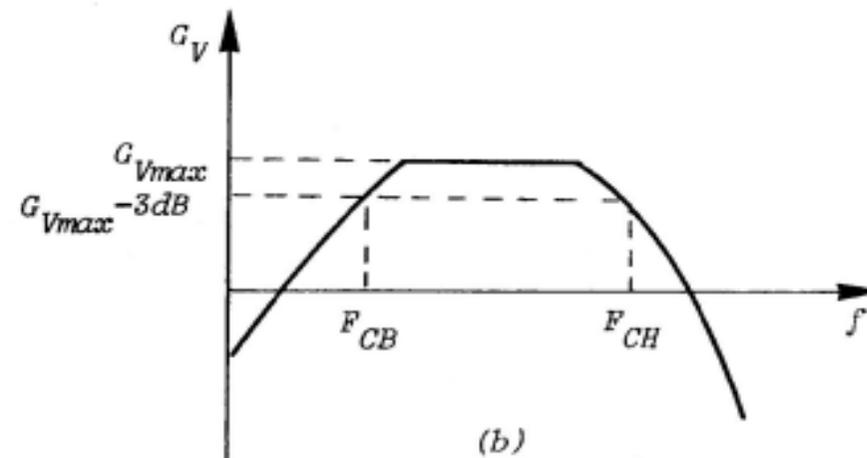
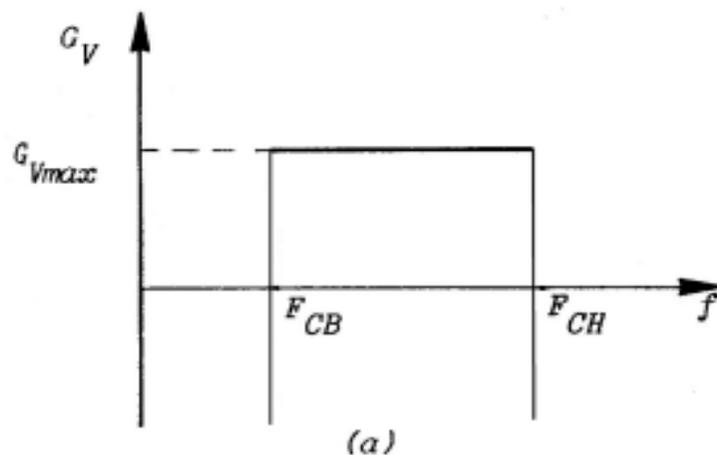
# Amplificateurs de puissance

8

## Bande passante

Tout amplificateur possède une plage d'utilisation limitée en fréquence appelée bande passante. On appelle fréquence de coupure haute,  $F_{CH}$ , la fréquence au-dessus de laquelle l'amplificateur n'amplifie plus (ou amplifie moins) et la fréquence de coupure basse,  $F_{CB}$ , la fréquence au-dessous de laquelle il n'y a plus d'amplification (ou une amplification moindre),

Bande passante =  $F_{CH} - F_{CB}$  En pratique, on définit la fréquence de coupure lorsque l'amplification chute de 3 dB.



# Amplificateurs de puissance

9

## Dynamique de sortie maximum

Quand on augmente l'amplitude du signal d'entrée appliqué à un amplificateur, il y a une **amplification maximum** du signal de sortie (tension et/ou courant) au-delà de laquelle l'amplificateur refuse de suivre :

- D'une part le signal de sortie se déforme beaucoup quand on augmente encore l'amplitude du signal d'entrée, jusqu'à, dans certains cas, devenir pratiquement rectangulaire, quelle que soit la forme du signal d'entrée ;
- D'autre part une augmentation du signal d'entrée ne provoque plus d'augmentation du signal de sortie au-delà de cette limite. Cette limite est appelée dynamique de sortie maximum, elle se mesure en volts ou parfois en ampères si la grandeur de sortie est un courant. La valeur de la dynamique de sortie est liée aux sources et au circuit de polarisation, mais le lien n'est pas toujours évident.

# Amplificateurs de puissance

10

## Distorsion

Lorsque le signal d'entrée d'un amplificateur est un signal sinusoïdal, le signal de sortie n'est pas forcément sinusoïdal. On parle de distorsion. Le signal de sortie est un signal de même période que le signal d'entrée et, comme toute fonction périodique, il peut être décomposé en série de Fourier.

$$S(t) = \underbrace{S_0}_{\text{valeur moyenne}} + \underbrace{S_1 \sin(\omega t + \varphi_1)}_{\text{fondamental}} + \underbrace{S_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots + S_n \sin(n\omega t + \varphi_n)}_{\text{harmoniques}}$$

Le taux de distorsion harmonique

d'où

$$d = \frac{\sqrt{S_2^2 + S_3^2 + \dots + S_n^2}}{S_1}$$

$$d = \frac{\text{valeur efficace des harmoniques}}{\text{valeur efficace du fondamental}}$$

*En pratique un calcul des deux ou trois premières harmoniques suffit pour obtenir une bonne précision sur le résultat. D'un point de vue des mesures, il existe un appareil appelé le distorsiomètre capable de mesurer  $d$ .*

# Amplificateur de puissance

11

## Montages fondamentaux du transistor bipolaire

Attaque par la base et attaque par l'émetteur

Dans l'étude d'un circuit à transistors, l'application du théorème de superposition nous permettra de distinguer deux phases :

- Recherche du point de polarisation  $Q$ ,
- Etude du circuit équivalent en courant alternatif.

*Ainsi, après avoir trouvé le point  $Q$ , on annule toutes les sources continues, on court-circuite les condensateurs de couplage et de découplage pour obtenir un circuit équivalent en courant alternatif.*

Malgré de nombreuses variantes possibles, la plupart des étages amplificateurs se réduisent à une des deux formes fondamentales :

- Attaque par la base ;
- attaque par l'émetteur.

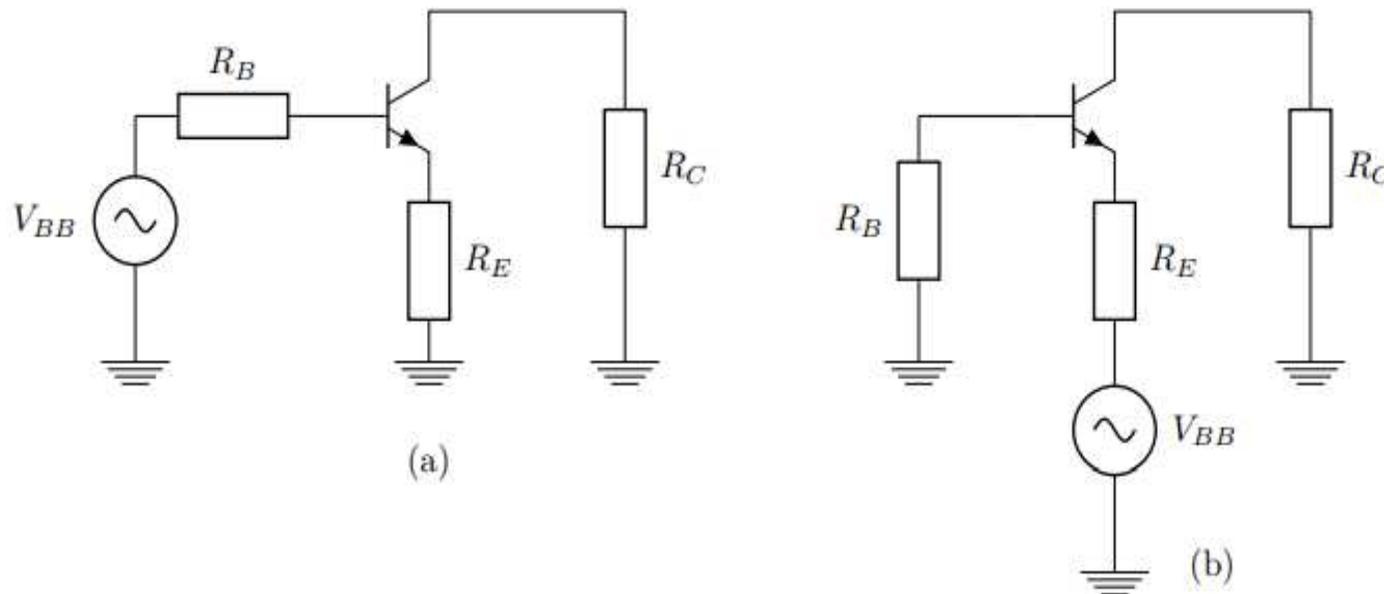
# Amplificateurs de puissance

12

## Montages fondamentaux du transistor bipolaire

La figure (a) représente un circuit attaqué par la base ; on l'appelle ainsi parce que la source  $V_{BB}$  attaque la base du transistor à travers la résistance  $R_B$ .

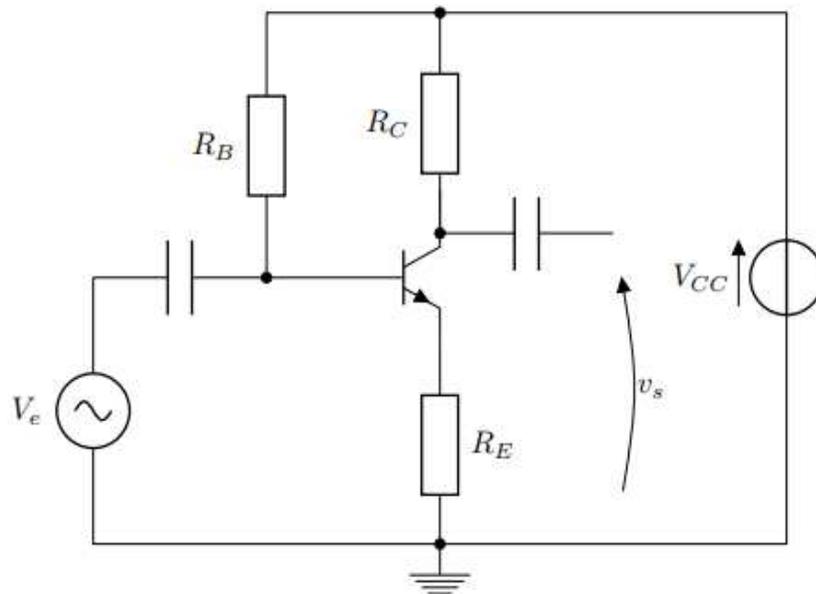
La figure (b) représente un circuit attaqué par l'émetteur.



# Amplificateurs petits signaux

13

## Montage émetteur commun: « attaque par la base »



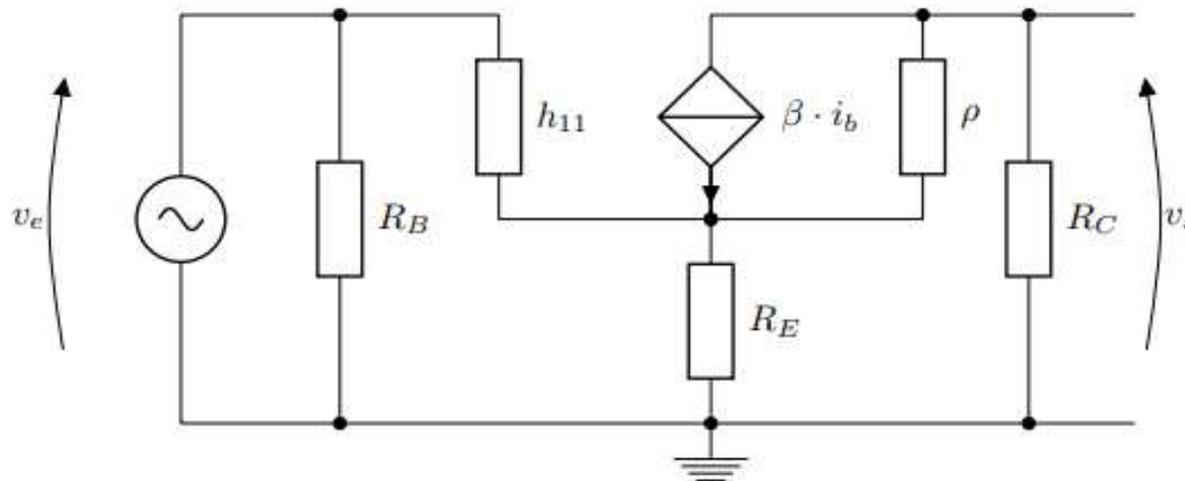
Le condensateur sert à isoler le générateur de tension alternative afin d'éviter qu'il ne soit traversé par un courant continu. En régime dynamique (petits signaux), le transistor peut être remplacé par son schéma équivalent

Si la résistance  $R_E$  est découplée par un condensateur, alors il apparaît très clairement que l'émetteur est bien une borne commune à l'entrée et à la sortie.

# Amplificateurs petits signaux

14

Montage émetteur commun: « attaque par la base »



$$v_e = h_{11} \cdot i_b + (\beta + 1) \cdot i_b \cdot R_E \quad \text{d'où :} \quad A_v = \frac{-\beta \cdot R_C}{h_{11} + (\beta + 1)R_E}$$

Le signe – indique que  $v_s$  et  $v_e$  sont en opposition de phase.

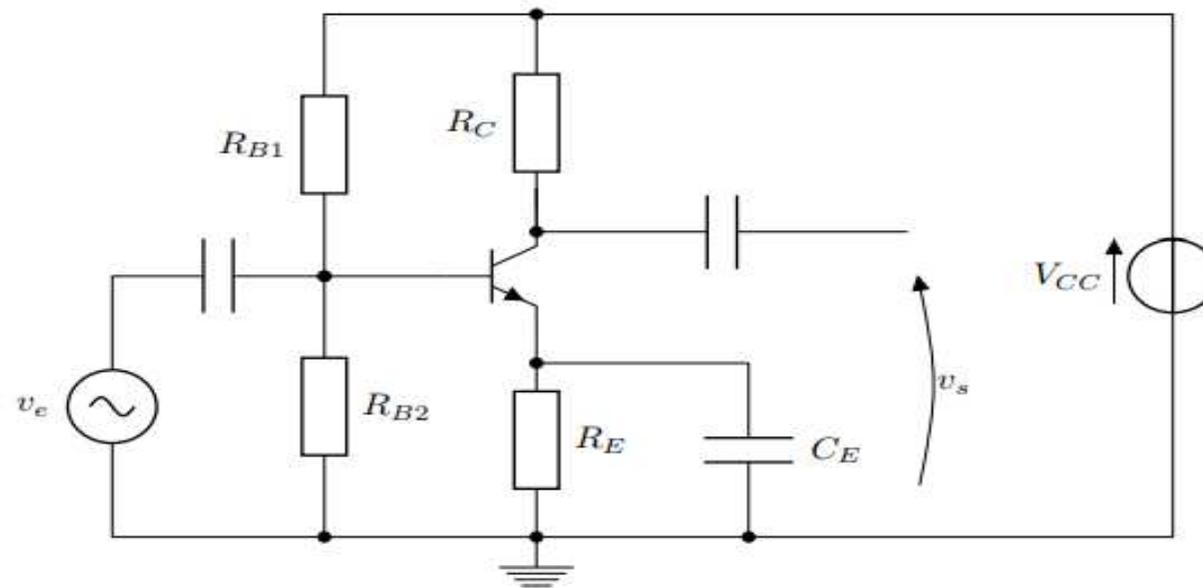
Il est aisé de constater que plus  $R_E$  est importante, plus  $G_v$  est faible. Or  $R_E$  est indispensable pour la polarisation du transistor. On est donc amené à introduire la notion d'émetteur découplé. On introduit une capacité en parallèle avec  $R_E$  pour la «by-passer» en alternatif ( $1/C \ll R_E$  aux fréquences utilisées)

# Amplificateurs petits signaux

15

Montage émetteur commun: « attaque par la base »

$$A_v = \frac{-\beta \cdot R_C}{h_{11}}$$



$h_{11}$  dépend du courant traversant le transistor :  $h_{11} = \frac{kT}{I_B} = \beta \times \frac{kT}{I_C}$

D'où 
$$A_v = -\frac{R_C \cdot I_C}{\frac{kT}{e}} \approx -40 \cdot R_C \cdot I_C \text{ pour } T = 20^\circ\text{C}$$

# Amplificateurs petits signaux

16

## Amplification en courant

Le gain en courant  $A_i$  est égal à  $\beta$  puisque la source de courant liée débite un courant  $\beta$  fois plus grand que le courant émetteur-base  $i_b$ .  **$A_i = \beta$**

Amplification en puissance Le gain en puissance est égal au produit des deux gains  $A_v$  et  $A_i$ .

$$A_p = A_v \cdot A_i \approx \frac{-\beta \cdot R_C}{h_{11}} \times \beta = \frac{-\beta^2 \cdot R_C}{h_{11}}$$

## Impédance d'entrée

C'est l'impédance du circuit vue de l'extérieur en « regardant vers l'entrée ». Cette impédance est obtenue en faisant le rapport entre la tension d'entrée et le courant d'entrée :  $Z_e = v_e / i_e$

$$v_e = h_{11} \cdot i_b + (\beta + 1)R_E \cdot i_b \quad i_e = \frac{v_e}{R_B} + i_b = \left( \frac{h_{11}}{R_B} + \frac{(\beta + 1)R_E}{R_B} + 1 \right) \cdot i_b$$

$$Z_e = \frac{(h_{11} + (\beta + 1)R_E) \cdot R_B}{h_{11} + (\beta + 1)R_E + R_B}$$

# Amplificateurs petits signaux

17

## Impédance d'entrée

$$Z_e = \frac{(h_{11} + (\beta + 1)R_E) \cdot R_B}{h_{11} + (\beta + 1)R_E + R_B}$$

La valeur de l'impédance d'entrée est donc :  $Z_e = R_B // (h_{11} + (\beta + 1)R_E)$  Cette expression peut être simplifiée sous certaines conditions :

- résistance d'émetteur découplée ( $R_E = 0$  en alternatif) :  $Z_e \approx R_B // h_{11}$
- $R_B \gg h_{11}$  et résistance d'émetteur découplée :  $Z_e \approx h_{11}$

## Impédance de sortie

L'impédance vue de la sortie ( $R_L$  débranchée) est alors égale à  $Z_s$ . En se reportant à la figure, il convient de considérer le générateur de courant comme un circuit ouvert.

En conservant l'hypothèse  $\rho \gg R_C$ , il vient :  $Z_s \approx R_C$

**Conclusion:** Le montage **émetteur commun** permet une bonne amplification. Celle-ci sera d'autant plus élevée que  $R_C$  sera grande, mais alors l'impédance de sortie sera élevée. Dans le montage émetteur commun, on a  $v_e = V_{BE}$ , il s'agit d'une attaque en tension donc le signal de sortie présentera des déformations si la tension  $v_e$  est trop importante (supérieure à quelques millivolts). Par conséquent, le montage émetteur commun ne peut être attaqué que par une source ayant une résistance interne faible et de bas niveau. Il doit être suivi par un étage adaptateur.

# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

18

**Classification** : les caractéristiques essentielles sont le **rendement** et la **distorsion**

**Classe A** : sont des amplificateurs linéaires les plus fidèles, c'est-à-dire présentant le taux de distorsion harmonique **le plus faible**, même en l'absence de réaction négative. Leur rendement est toutefois tellement faible que leur usage est généralement limité aux amplificateurs de très faible puissance ou encore aux amplificateurs haute-fidélité haut de gamme de puissance moyenne

**Classe B push-pull** : Les amplificateurs classe B (et surtout leur variante de classe AB) sont de loin les amplificateurs les plus utilisés. Quand on leur associe une boucle de réaction négative, leur distorsion tombe à un niveau extrêmement faible. Leur rendement est très bon et ils peuvent aisément fournir des puissances de sortie élevées. L'amplificateur est constitué d'un étage de sortie comportant deux transistors complémentaires. Le point de repos se situe à la limite du blocage de chaque transistor. Pour pouvoir amplifier les deux alternances d'un signal sinusoïdal, il faut que l'un des transistors amplifie les alternances positives et le second les alternances négatives.

# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

**Classe C** : sont des amplificateurs non-linéaires à très haut rendement. Ils ne sont toutefois utilisables que dans les amplificateurs HF (émetteur radio) avec des porteuses non modulées en amplitude. Ils génèrent un nombre considérable d'harmoniques qui doivent être filtrées à la sortie à l'aide de circuits accordés appropriés. L'étage de sortie est constitué d'un seul transistor. Le point de repos se situe largement dans la région bloquée des caractéristiques de ce dernier. Seules les crêtes des alternances positives du signal d'entrée feront apparaître un signal de sortie. Ce type d'amplificateur s'emploie : les amplificateurs HF accordés (pour signaux non-modulés en amplitude), les multiplicateurs de fréquence, etc ...

**Classe D** : ont le rendement le plus élevé de tous les amplificateurs linéaires, mais ils présentent un taux de distorsion harmonique légèrement supérieur aux amplificateurs de la classe B ou AB. Ils sont utilisés dans les amplificateurs d'autoradio. L'étage de sortie fonctionne en commutation, c'est-à-dire entre deux niveaux de tension. La fréquence de commutation est fixe mais le rapport cyclique de commutation est variable. Le signal BF à amplifier est donc codé en modulation de largeurs d'impulsions (MLI ou PWM : Pulse-Width-Modulation)

# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

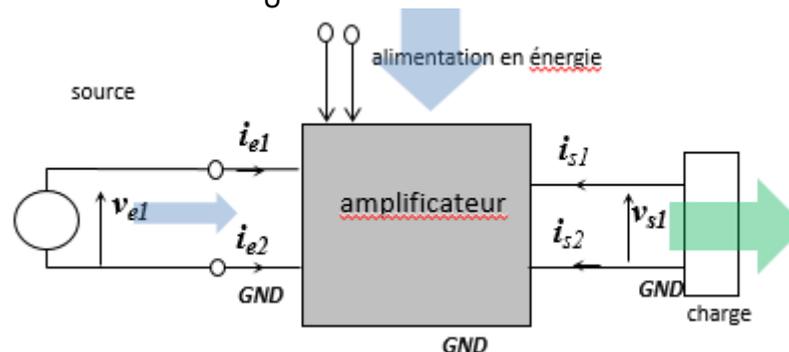
20

## □ Bilan de puissance d'un amplificateur

- ▣ La puissance active fournie par l'alimentation :  $(V_{cc}, I_{alim})$  en *mono tension*
- ▣ La puissance fournie par la source d'entrée: négligeable en général
- ▣ La puissance délivrée à la charge qui se décompose en 2 termes:
  - Une puissance 'de polarisation' (non utile):  $P_{DC}$
  - Une puissance utile:  $P_U$

Le rendement est défini par:

$$\eta = \frac{P_U}{P_{TOTAL}} = \frac{P_U}{P_{alim}}$$



Ne pas confondre le bilan de puissance avec le gain en puissance de la source d'entrée par rapport à la sortie  $G_{pdB} = 10\log(A_v A_i)$

## calcul d'une puissance active

Soit des signaux électriques  $X(t)$  décomposable en  
 une composante continue :  $X_0$   
 une composante **alternative** :  $\Delta x(t)$   
 Valeur moyenne **NULLE!**

Pour des grandeurs sinusoïdales

$$P_U = \frac{1}{T} \int_0^T \Delta v(t) \Delta i(t) dt = V_{eff} I_{eff} \cos\varphi = \frac{1}{2} \text{Re}(\underline{V} \cdot \underline{I}^*)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) i(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T (V_0 + \Delta v(t)) (I_0 + \Delta i(t)) dt$$

$$P = \underbrace{V_0 I_0}_{P_{DC}} + \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T \Delta v(t) \Delta i(t) dt}_{P_{AC} = P_U}$$

# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

21

## □ Classe A

### ▣ Point de repos

- fixer par la droite de charge STATIQUE

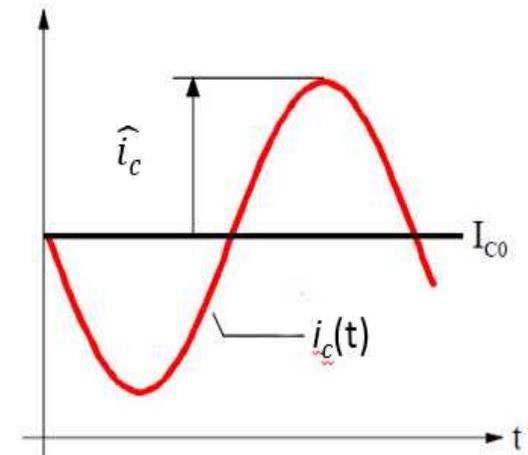
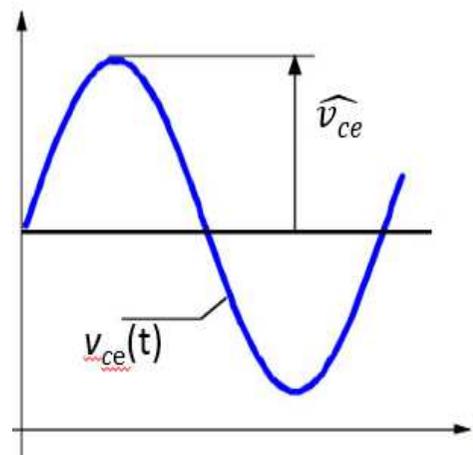
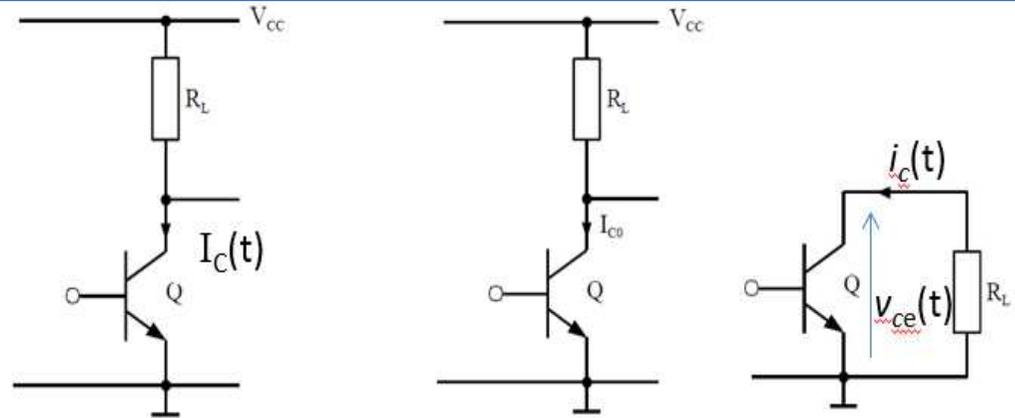
- Un optimum:  $\frac{V_{CC}}{2}$

### ▣ Dynamique de sortie

- $V_{CE}(t) \in [0; V_{CC}]$   $I_C(t) \in [0; 2I_{C0}]$

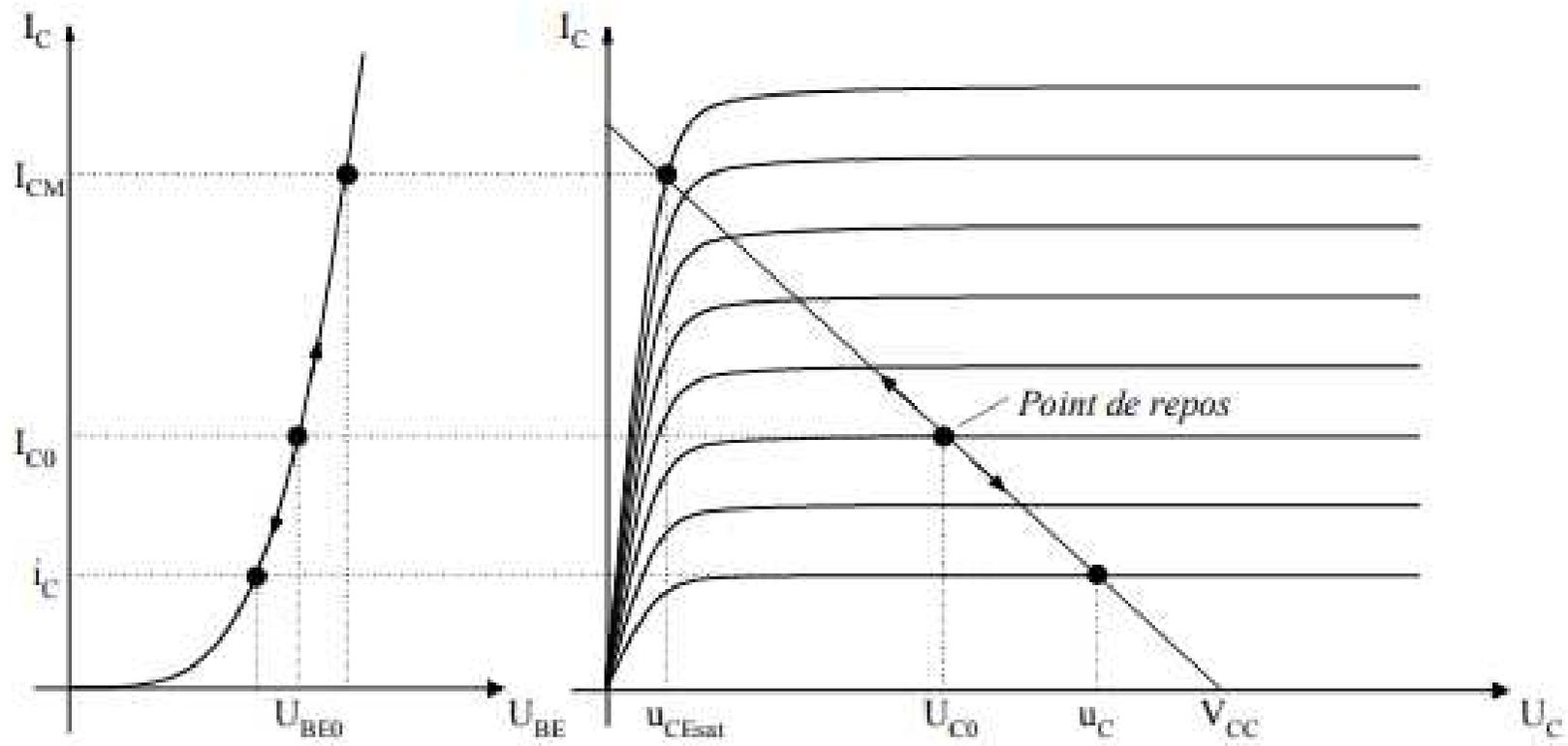
- $\widehat{v}_{ce}$  dépend de la droite de charge dynamique

- Un optimum:  $\widehat{v}_{ce} = \frac{V_{CC}}{2}$



# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

22



Les signaux  $u_C(t)$  et  $i_C(t)$  sont constitués de la polarisation à laquelle se superpose le signal alternatif à amplifier.

# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

23

## □ Calcul de rendement

### Bilan de puissance

- La puissance dissipée dans la charge est constituée de la somme de deux termes, le premier étant dû à la polarisation, le second induit par le signal alternatif

$$P_{RL} = \frac{1}{T} \int_0^T (V_{CC} - V_{CE}(t)) \cdot I_C(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T (V_{CC} - V_{CE0} - v_{ce}(t)) \cdot (I_{C0} + i_c(t)) dt$$

$$P_{RL} = (V_{CC} - V_{CE0}) I_{C0} + \frac{v_{ce} \cdot \dot{i}_c}{2}$$

- cette puissance moyenne peut être décomposée en une puissance due au courant de polarisation

$$(V_{CC} - V_{CE0}) I_{C0}$$

- et une puissance utile due aux variations de tension et de courant aux bornes de la charge

$$\frac{v_{ce} \cdot \dot{i}_c}{2}$$

# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

24

## □ Calcul de rendement

Puissance fournie par l'alimentation La puissance totale dissipée peut se calculer comme la somme des puissances dissipées dans le transistor et dans la charge

$$V_{CC} \cdot I_{C0}$$

## Rendement

$$\eta_{\max} = \frac{P_{U\max}}{P_{\text{alim}}} = \frac{\frac{V_{CC}}{2} \cdot I_{C0}}{V_{CC} \cdot I_{C0}} = \frac{1}{4} = 25\%$$

## Conclusion

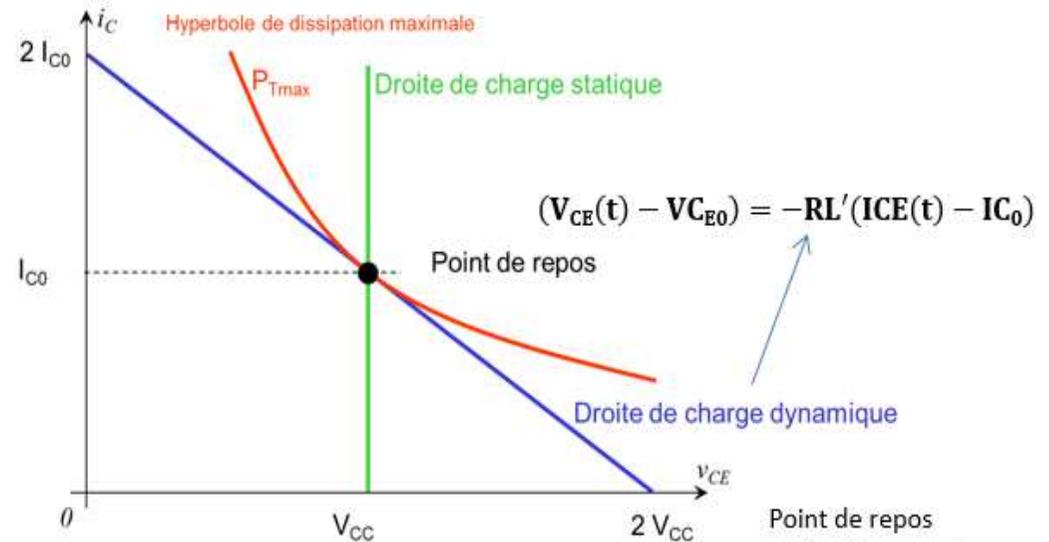
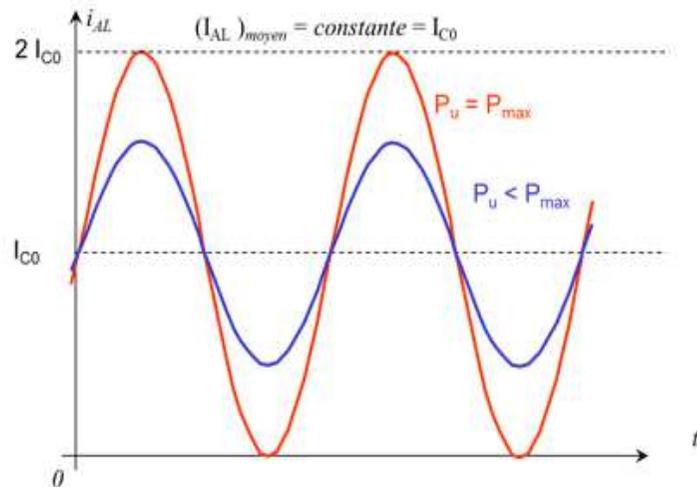
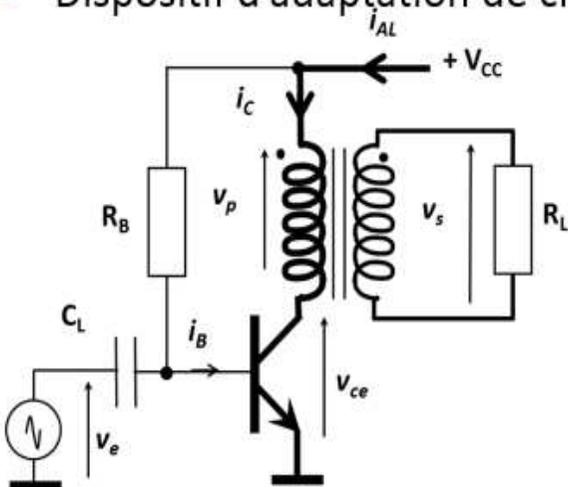
- Montage assez peu utilisé car rendement exécrable
- Impossible à utiliser pour de très forte puissance (perte transistor trop grande)

# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

25

## ● Variante Classe A

- Dispositif d'adaptation de charge



Point de repos optimal lorsque la droite dynamique coupe l'axe  $V_{ce}$  en  $2V_{cc}$   
 $\Rightarrow V_{cc} = R_L' I_{C0}$

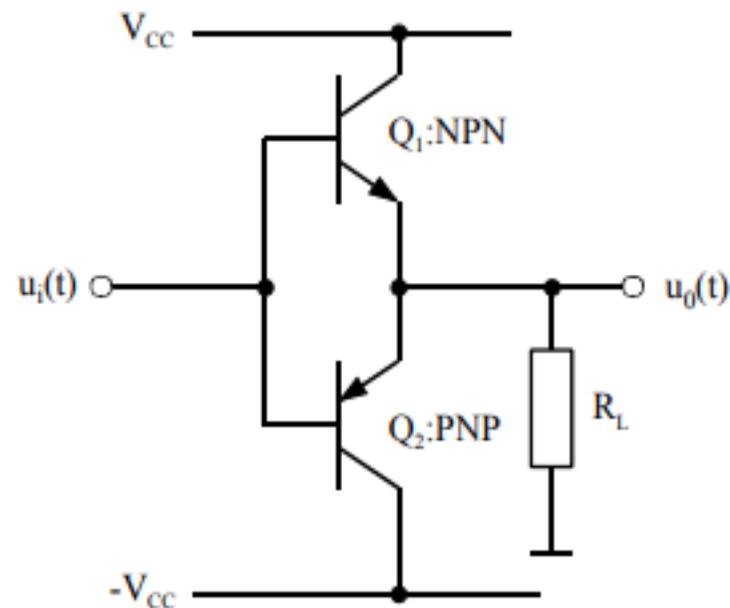
$$P_{u\max} = \frac{(V_{Seff})^2}{R_L} = \frac{\left(\frac{mV_{p\max}}{\sqrt{2}}\right)^2}{R_L} = \frac{(mV_{cc})^2}{2R_L}$$

# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

26

## □ push-pull classe B

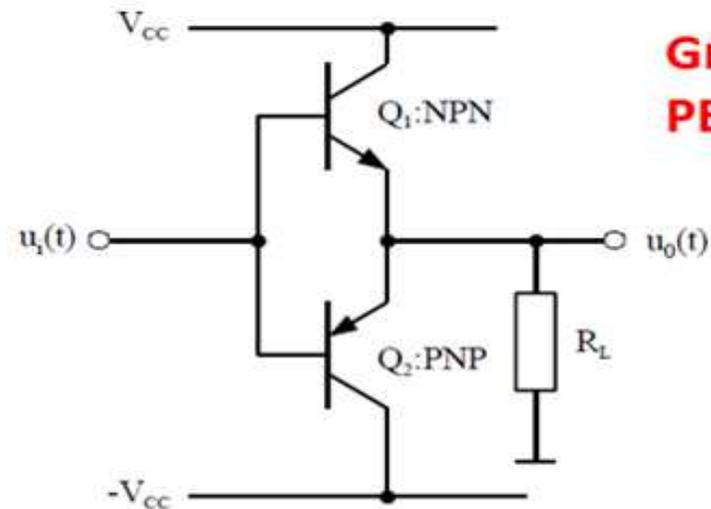
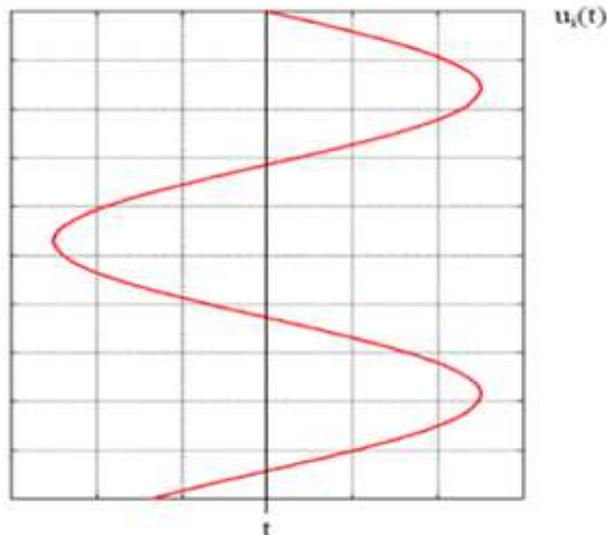
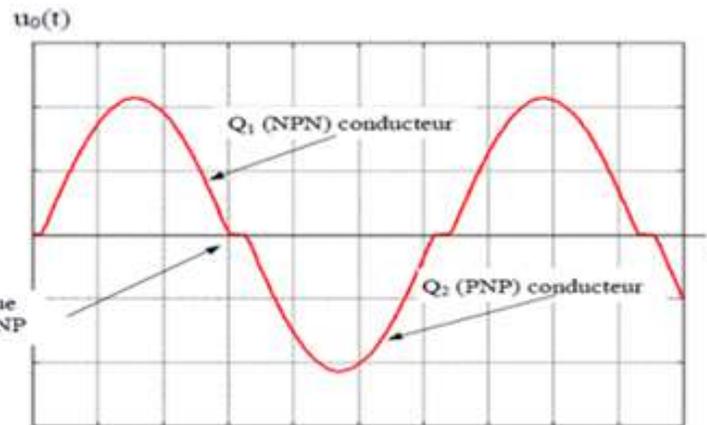
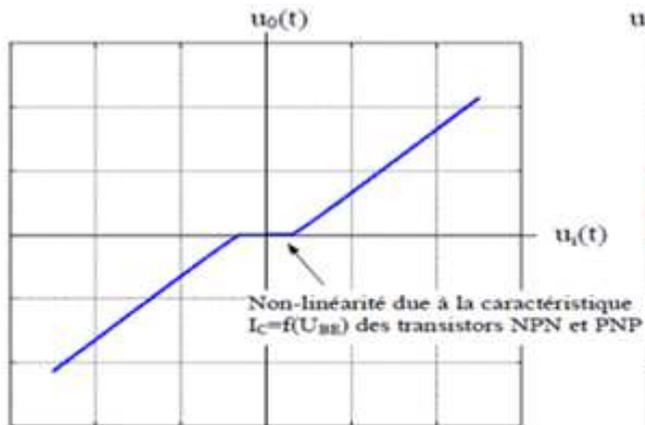
En utilisant deux transistors complémentaires polarisés à la limite du blocage, il est possible de faire en sorte que chacun d'eux amplifie une des polarités du signal d'entrée.



# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

27

- La caractéristique de transfert d'un tel montage est représentée par



**Grosse distorsion:  
PEU utilisé**

# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

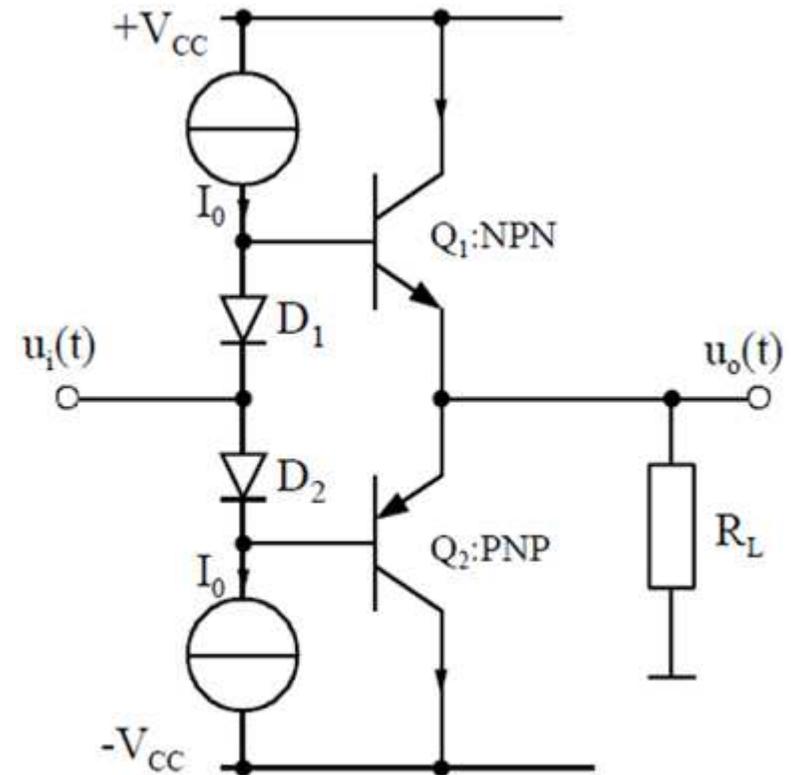
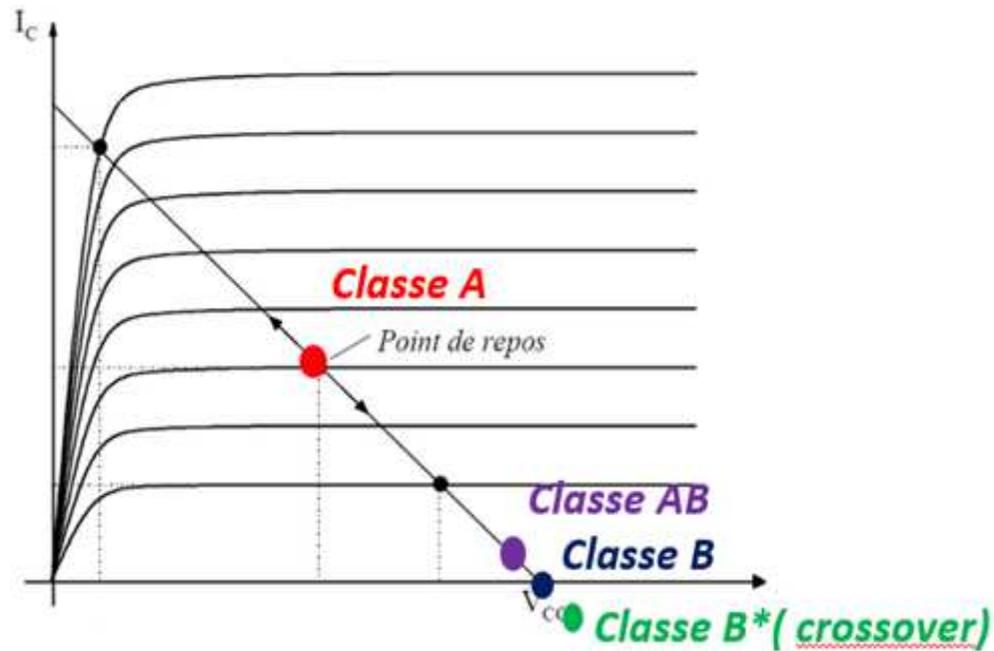
28

- Chaque transistor ayant besoin d'une tension de jonction  $U_j$  pour entrer en conduction, il en résulte une plage morte de  $2U_j$ , soit environ 1.4V répartie de manière à peu près symétrique autour de l'origine. Celle-ci donne lieu à une distorsion connue sous le nom de "**distorsion de cross-over**".
- Cette caractéristique est tout particulièrement visible pour des signaux de faibles amplitudes. Lorsque l'entrée est une tension de polarité positive, c'est le transistor Q1 de type NPN qui conduit, le transistor complémentaire étant bloqué, alors que pour une polarité négative on se trouve dans la situation inverse. En aucun moment les deux transistors sont conducteurs simultanément
- Dans les applications où la distorsion de "cross-over" n'est pas acceptable par exemple pour les amplificateurs audio, il est nécessaire de modifier la structure de base de l'amplificateur classe B afin d'éliminer ou tout au moins de réduire drastiquement les non-linéarités.
- Une nouvelle classe d'amplificateurs a donc été définie : la classe AB

# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

29

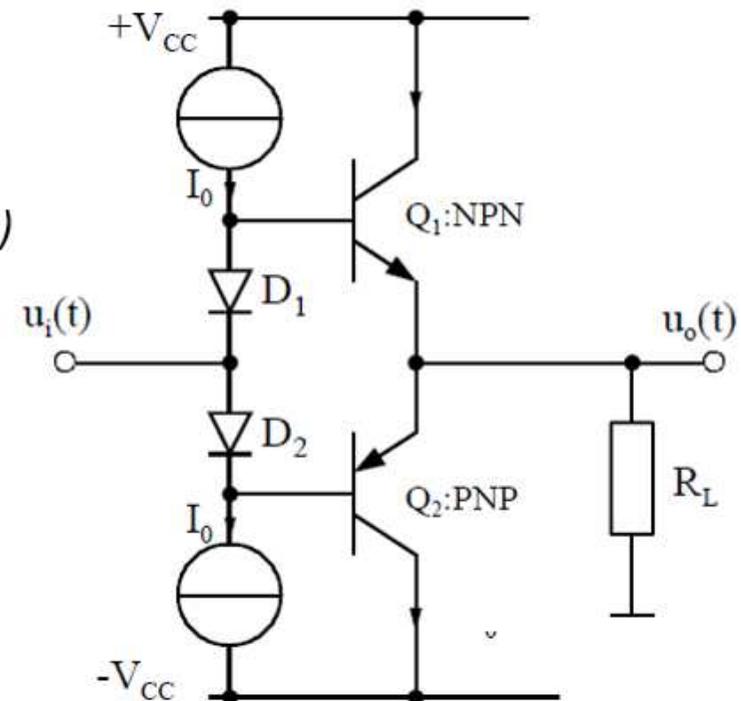
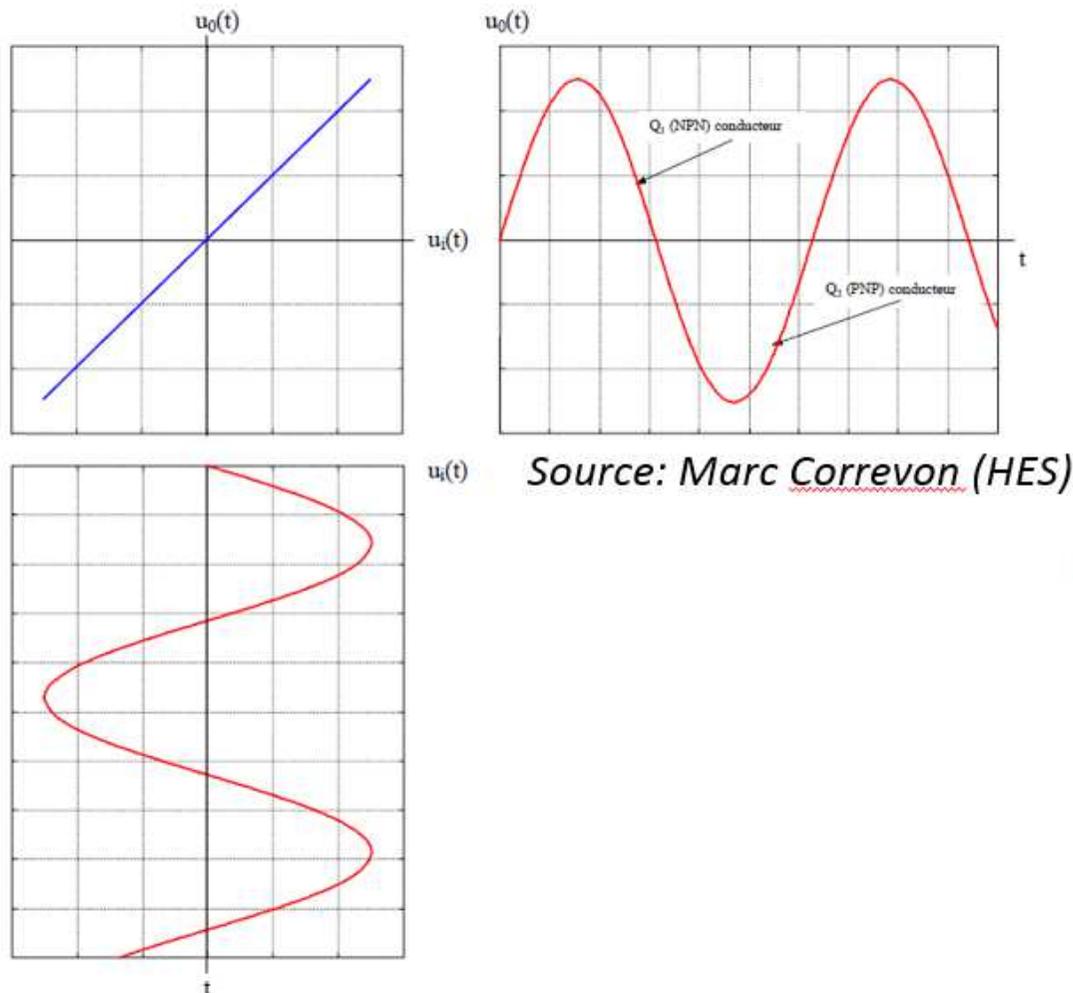
La structure de base de la sortie de l'amplificateur B a été modifiée au niveau de la polarisation. Au repos, un courant de polarisation, dont la valeur est fonction de la qualité de linéarité exigée, est imposé la paire de transistors complémentaires de sortie.



# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

30

## □ Principe de fonctionnement



# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

31

## □ Calcul du rendement

### ● Puissance en classe B ou AB

*Intégrale calculée pour 1 transistor*

$$P_Q = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} (V_{CC} - u_0(t)) \cdot i_0(t) \cdot dt$$

$Q = Q_1 + Q_2$

$$= \frac{2}{T} \int_0^{T/2} (V_{CC} - u_0(t)) \cdot \frac{u_0(t)}{R_L} \cdot dt$$

$$= \frac{2}{T} \left[ \int_0^{T/2} \frac{V_{CC} \cdot \hat{U}_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)}{R_L} \cdot dt - \int_0^{T/2} \frac{\hat{U}_0^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t)}{R_L} \cdot dt \right]$$

$$= \frac{2 \cdot V_{CC} \cdot \hat{U}_0}{\pi \cdot R_L} - \frac{\hat{U}_0^2}{2 \cdot R_L}$$

$\Rightarrow$

$$P_{RL} = \frac{\hat{U}_0^2}{2 \cdot R_L}$$

**Puissance fournie par l'alim**

$$P_{TOT} = P_{Q_1+Q_2} + P_{RL} = \frac{2 \cdot V_{CC} \cdot \hat{U}_0}{\pi \cdot R_L}$$

### ● rendement

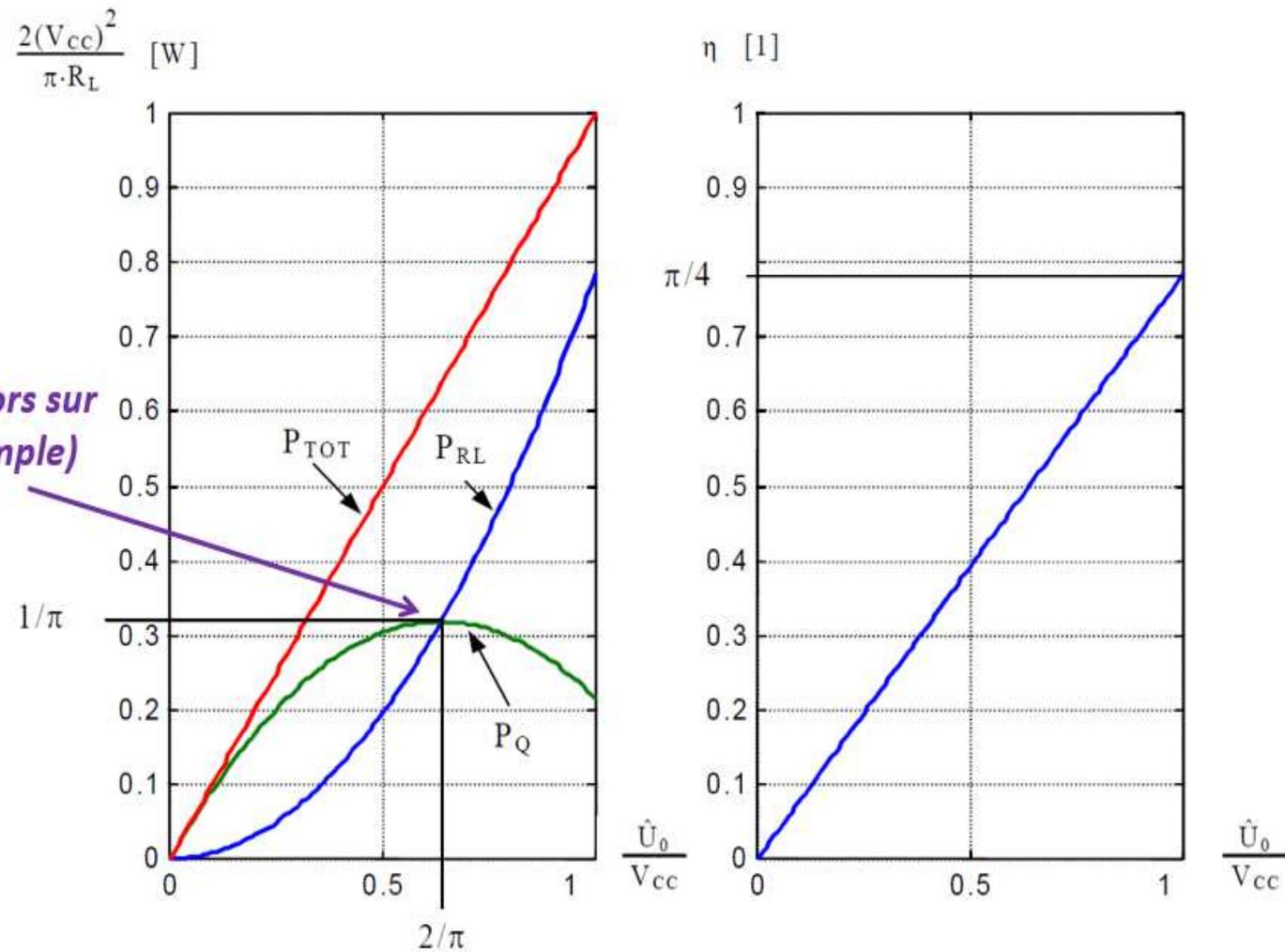
$$\eta = \frac{P_{RL}}{P_{TOT}} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\hat{U}_0}{V_{CC}} \Rightarrow \eta_{\max} = \frac{\pi}{4} \quad (78.5\%) \text{ pour } \hat{U}_0 = V_{CC}$$

# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

32

## □ Courbes des puissances

*Dimensionnement du dissipateur (2 transistors sur un dissipateur par exemple)*



# AMPLIFICATEURS DE PUISSANCE

33

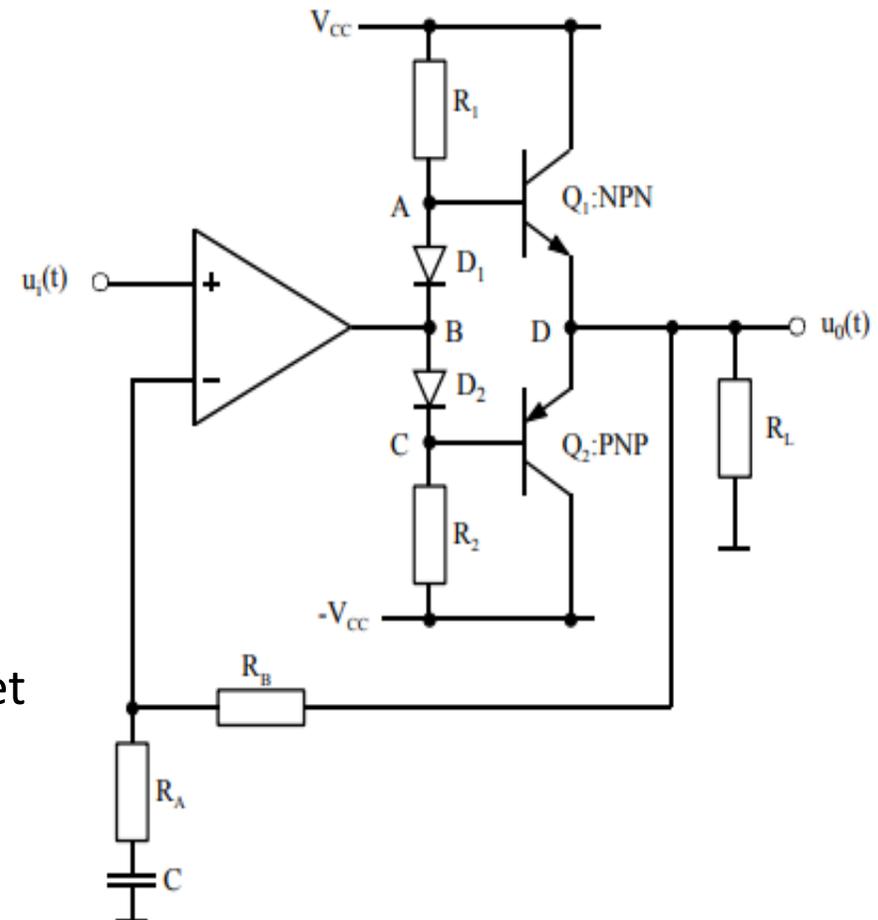
- Réalisation pratique de l'amplificateur classe AB (ampli audio).

La réaction négative globale permet de

- contrôler le gain en boucle fermée,
- réduire fortement la distorsion,
- réduire l'impédance de sortie de l'amplificateur (contre réaction série parallèle).

L'amplification de tension en boucle fermée et pour des signaux alternatifs (AC) vaut

$$A_{V,F(AC)} = 1 + \frac{R_B}{R_A}$$



# Filtrage analogique

34

## **ROLE**

Il n'est pas un système électronique qui ne fasse appel à, au moins, un filtre. La plupart en comporte en grande quantité.

Le filtrage est une forme de traitement de signal, obtenu en envoyant le signal à travers un ensemble de circuits électroniques, qui modifient son spectre de fréquence et/ou sa phase et donc sa forme temporelle.

Il peut s'agir soit :

- d'éliminer ou d'affaiblir des fréquences parasites indésirables
- d'isoler dans un signal complexe la ou les bandes de fréquences utiles.

## **Applications :**

- systèmes de télécommunication (téléphone, télévision, radio, transmission de données...)
- systèmes d'acquisition et de traitement de signaux physiques (surveillance médicale, ensemble de mesure, radars... )
- alimentation électrique....

# Filtrage analogique

35

## DIFFERENTS TYPES DE FILTRES

On classe les filtres en deux grandes familles :

**Les filtres numériques** sont réalisés à partir de structure intégrée microprogrammable (DSP). Ils sont totalement intégrables, souples et performants. Ils sont utilisés chaque fois que c'est possible. Ils sont pour l'instant limités à des fréquences pas trop élevées ( $< 100\text{MHz}$ ). On ne les utilisera pas si on doit limiter la consommation et ils nécessitent un pré-filtrage pour éviter le repliement spectral avant la numérisation du signal et un post-filtre de lissage.

**Les filtres analogiques** se divisent eux mêmes en plusieurs catégories :

- **les filtres passifs** font appels essentiellement à des inductances de haute qualité et des condensateurs. Jusque dans les années 70, c'était les seuls filtres conçus. Ils sont actuellement utilisés pour les hautes fréquences. (utilisation de quartz)
- **les filtres actifs** sont constitués de condensateurs, de résistances et d'éléments actifs qui sont essentiellement des AIL. Ils sont moins encombrants, faciles à concevoir et moins coûteux que les filtres passifs mais restent limités en fréquence ( $< 1\text{MHz}$  à cause de l'AIL). Ils consomment plus et nécessitent une source d'alimentation.

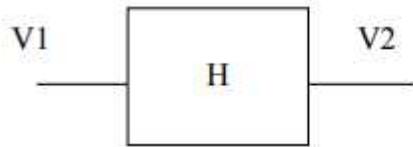
**Remarque** : Depuis le début des années 80 sont apparus des filtres actifs à capacité commutée. Ils permettent de programmer la fréquence de coupure et d'être intégrable.

# Filtrage analogique

36

## Notion de fonction de transfert

Le comportement d'un filtre est défini par l'étude fréquentielle de la fonction de transfert entre la tension de sortie et la tension d'entrée du filtre



$$H(j\omega) = \frac{V2}{V1}$$
$$H_{dB} = 20 \cdot \log \left| \frac{V2}{V1} \right| \quad \varphi = \text{Argument}[H(j\omega)]$$

## Notion de fonction d'atténuation

Parfois, on préfère définir un filtre par rapport à l'atténuation qu'il amène sur la grandeur d'entrée :

$$A(j\omega) = \frac{1}{H(j\omega)} = \frac{V1}{V2}$$

# Filtrage analogique

37

## **Filtre réel – Gabarit Un filtre idéal présente :**

- un affaiblissement nul dans la bande de fréquence que l'on désire conserver (Bande passante)
- un affaiblissement infini dans la bande que l'on désire éliminer (Bande atténuée)

Il est impossible pratiquement de réaliser de tels filtres. Aussi se contente-t-on d'approcher cette réponse idéale en :

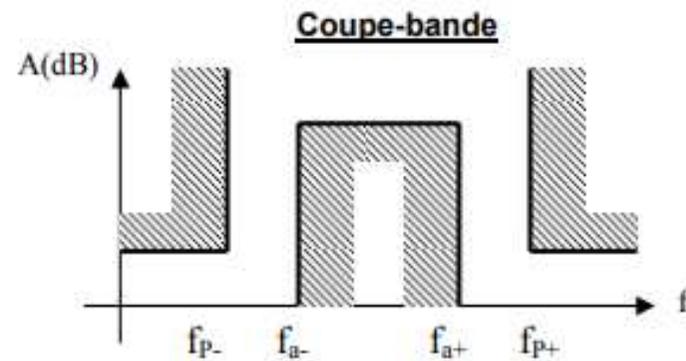
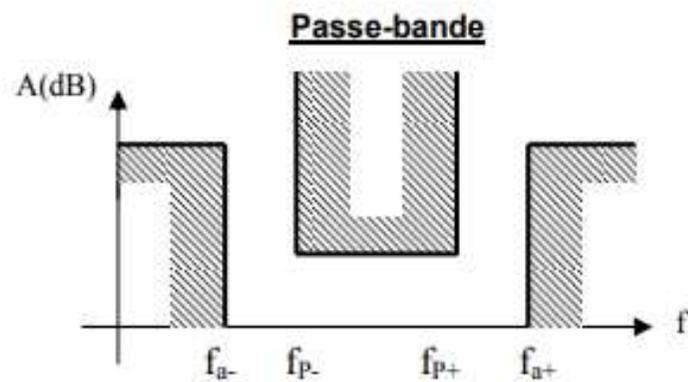
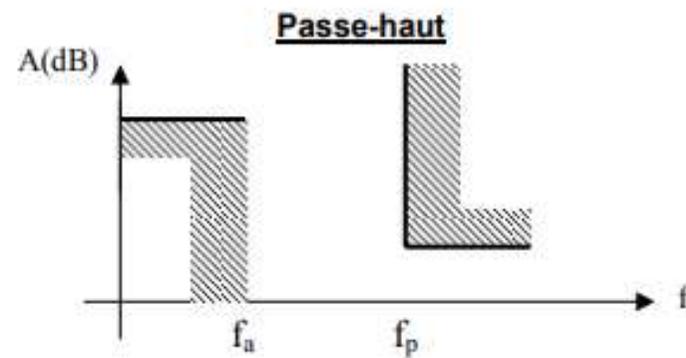
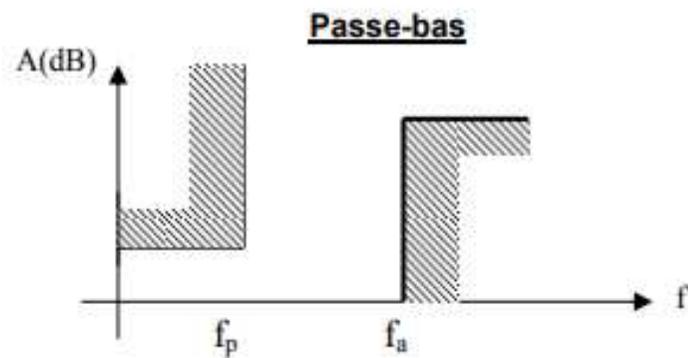
- conservant l'atténuation  $A$  inférieure à  $A_{\max}$  dans la bande passante
- conservant l'atténuation  $A$  supérieure à  $A_{\min}$  dans la bande atténuée

Cela conduit ainsi à définir un gabarit définissant des zones interdites et des zones dans lesquelles devront impérativement se situer les graphes représentant l'atténuation du filtre en fréquence.

# Filtrage analogique

38

Suivant le type de réponse que l'on désire obtenir, on est amené à définir 4 familles de filtres :



# Filtrage analogique

39

## Notion de sélectivité et de bande relative

Au lieu de conserver explicitement les fréquences frontières comme paramètres de calcul, il est plus simple et plus parlant de leur substituer les paramètres équivalents (mais sans dimension ) que sont la sélectivité  $k$  et la largeur de bande relative  $B$ .

| Type de filtre | Sélectivité $k$                       | Bande relative $B$          | Fréquence de référence |
|----------------|---------------------------------------|-----------------------------|------------------------|
| Passe-bas      | $\frac{f_p}{f_a}$                     |                             | $f_p$                  |
| Passe-haut     | $\frac{f_a}{f_p}$                     |                             | $f_a$                  |
| Passe-bande    | $\frac{f_p^+ - f_p^-}{f_a^+ - f_a^-}$ | $\frac{f_p^+ - f_p^-}{f_o}$ | $f_o$                  |
| Coupe-bande    | $\frac{f_a^+ - f_a^-}{f_p^+ - f_p^-}$ | $\frac{f_a^+ - f_a^-}{f_o}$ | $f_o$                  |

Pour un filtre très sélectif,  $k$  tend vers 1.

# Filtrage analogique

40

## Notion de temps de propagation de groupe

Il est défini par :  $\tau = \frac{d\varphi}{d\omega}$

Il caractérise le retard apporté par le filtre sur les différents harmoniques du signal d'entrée. Pour ne pas apporter de distorsion, il faut que chaque harmonique soit déphasé de  $\varphi$  proportionnel à  $\omega$ .

*Remarque* : pour un signal audio, il faut qu'il soit constant

## Représentation en diagramme de Bode

Convention de la représentation

Elles sont au nombre de deux :

- l'échelle des fréquences ou des pulsations est logarithmique
- la courbe de module est graduée en décibels : db

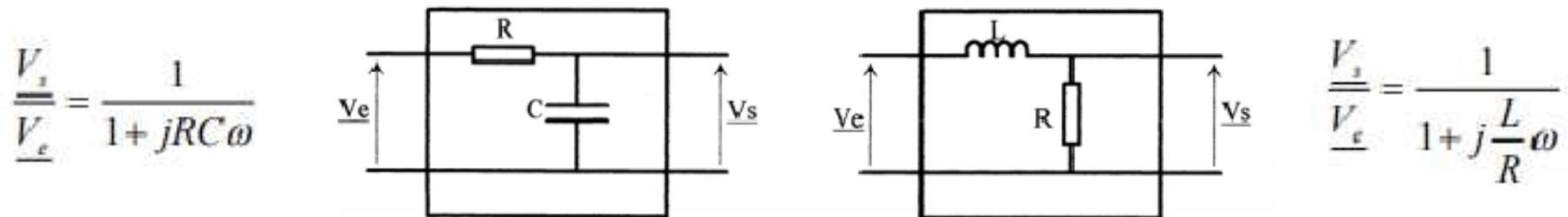
$$(H_{dB} = 20 \cdot \log \left| \frac{V_2}{V_1} \right|)$$

# Filtrage analogique

41

## FILTRE PASSIF

Filtre passif pédagogique : Filtre passe bas



Forme générale

$$\frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \frac{A}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \text{ . Par identification on trouve : } A = 1 \text{ et } \omega_0 = \frac{1}{RC} \text{ ou } \omega_0 = \frac{R}{L} \text{ .}$$

Représentation

$$\text{Module : } \left| \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$\text{Argument : } \varphi = \arg\left(\frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}\right) = \arctg(0) - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

# Filtrage analogique

42

**Le module :**

$$\text{En décibel : } \left| \frac{V_x}{V_e} \right|_{db} = 20 \log \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}} \right) = -20 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log \left[ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right] = -10 \log \left[ 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]$$

$$\text{Limite en 0 : } \lim_{\omega \rightarrow 0} \left| \frac{V_x}{V_e} \right|_{db} = 0 : \text{ on a une asymptote horizontale à } -0db .$$

$$\text{Limite à l'infini : } \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left| \frac{V_x}{V_e} \right|_{db} = -\infty : \left| \frac{V_x}{V_e} \right|_{db} \approx -10 \log \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 = -20 \log \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

Si on parcourt une décade : de  $\omega$  à  $10 \omega$  :

$$\frac{\omega}{\omega_0} : -20 \log \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)$$

$$\frac{10\omega}{\omega_0} : -20 \log \left( \frac{10\omega}{\omega_0} \right) = -20 \log \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) - 20 \log 10 = -20 \log \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) - 20$$

Le passage d'une décade à l'autre retire 20db à l'asymptote : nous avons une asymptote à  $-20\text{db/décade}$

**Remarque** : si on multiplie par 2 la fréquence, la pente est la même mais s'exprime par

$-6\text{db / octave} = -20\text{db / décade}$  .

- La droite asymptotique passe par 0db pour  $\omega/\omega_0=1$  (mais pas la courbe réelle).

# Filtrage analogique

43

Pour la courbe réelle : pour  $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ ,  $\left| \frac{V_s}{V_e} \right|_{db} = -10 \log(2) = 20 \log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -3db$

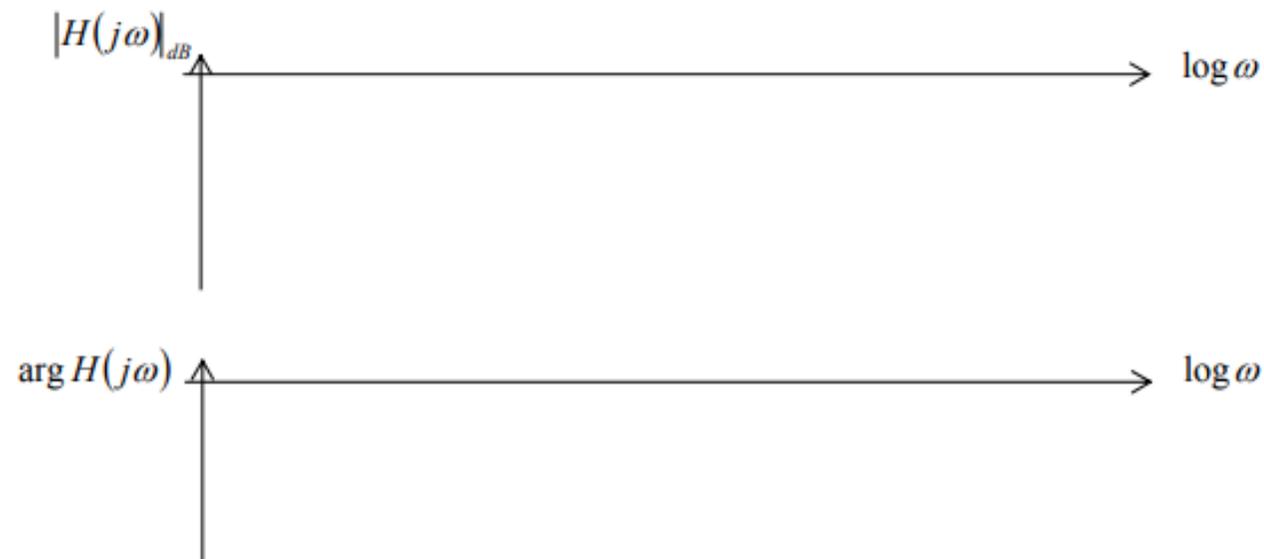
## L'argument

Limite en 0 :  $\lim_{\omega \rightarrow 0} \varphi = 0$  : on a une asymptote horizontale en 0

Pour  $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ ,  $\varphi = -\frac{\pi}{4}$

Limite à l'infini :  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \varphi = -\frac{\pi}{2}$  : on a une asymptote horizontale en  $-\frac{\pi}{2}$ .

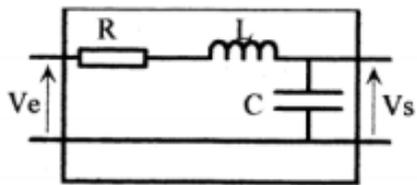
## Traces



# Filtrage analogique

44

## Filtre passe bas du deuxième ordre RLC



$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega - LC\omega^2}$$

$$\frac{A}{1 + 2mj \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$A = 1$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

$$m = \frac{R}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$m$ : coefficient d'amortissement et  $\omega_0$  est la pulsation propre. On remarque que  $L$  et  $C$  règle  $\omega_0$  et que si  $R$  est variable de 0 à l'infini  $\omega_0$  et  $m$  sont pratiquement indépendants.

### Étude du polynôme du dénominateur

$-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2mj \frac{\omega}{\omega_0} + 1$  est un polynôme du second degré en  $j \frac{\omega}{\omega_0}$  que l'on peut chercher à

factoriser sous la forme  $\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_1}\right) \left(1 + j \frac{\omega}{\omega_2}\right)$ , avec  $\omega_1$  et  $\omega_2$  réels. Par identification, on

montre que :  $\omega_{1,2} = \omega_0 (m \pm \sqrt{m^2 - 1})$  si  $m \geq 1$ .

Si  $m \geq 1$ ,  $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$  est la moyenne géométrique de  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Sur une échelle logarithmique,  $\omega_1$  et  $\omega_2$  seront placés de part et autre de  $\omega_0$  et de façon symétrique.

### Intérêt de la factorisation

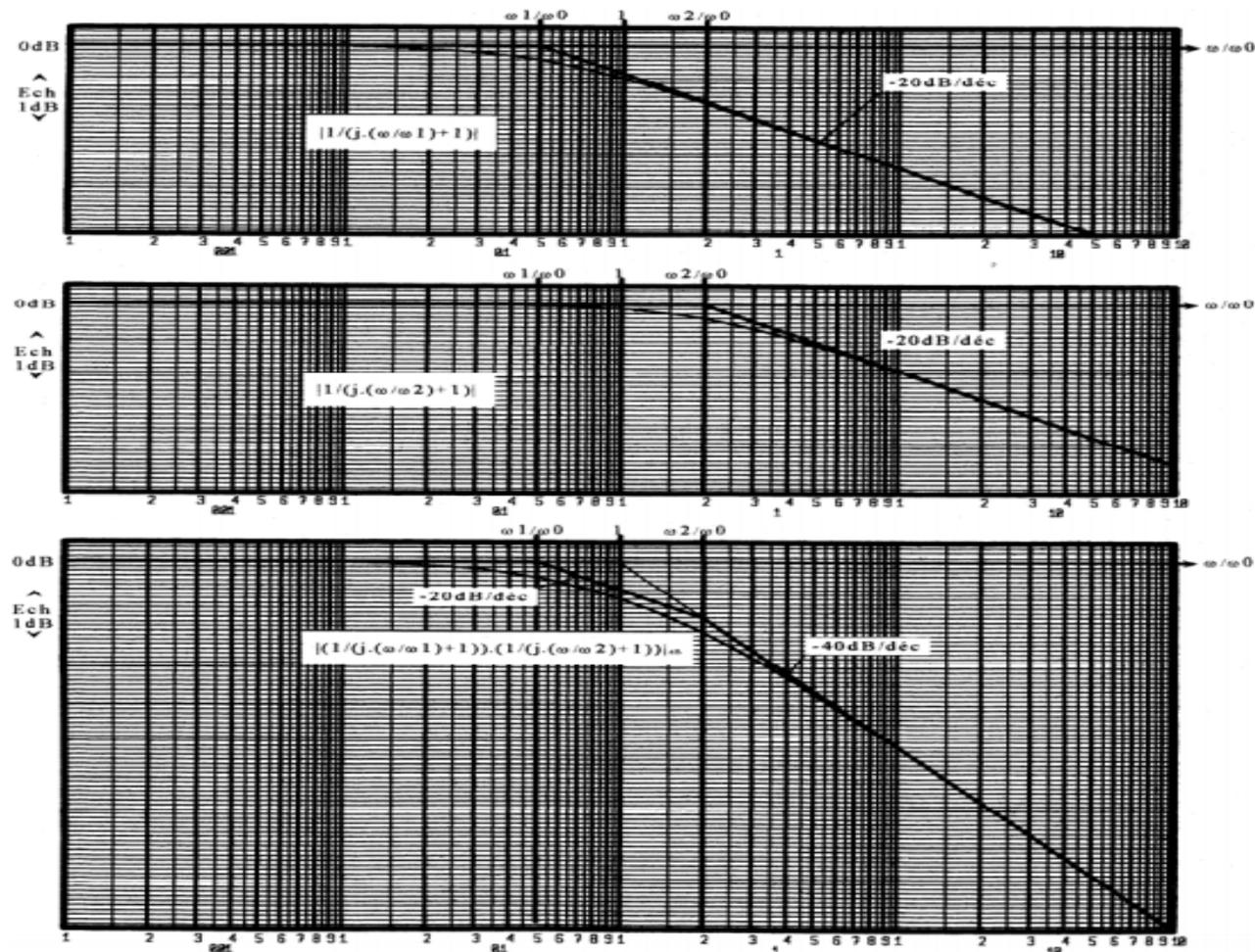
Si  $m \geq 1$ , on peut écrire :  $\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}} \cdot \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_2}}$

Soit en décibel :  $\left| \frac{V_s}{V_e} \right|_{dB} = -20 \log \left( \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2} \right) - 20 \log \left( \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2} \right)$

# Filtrage analogique

45

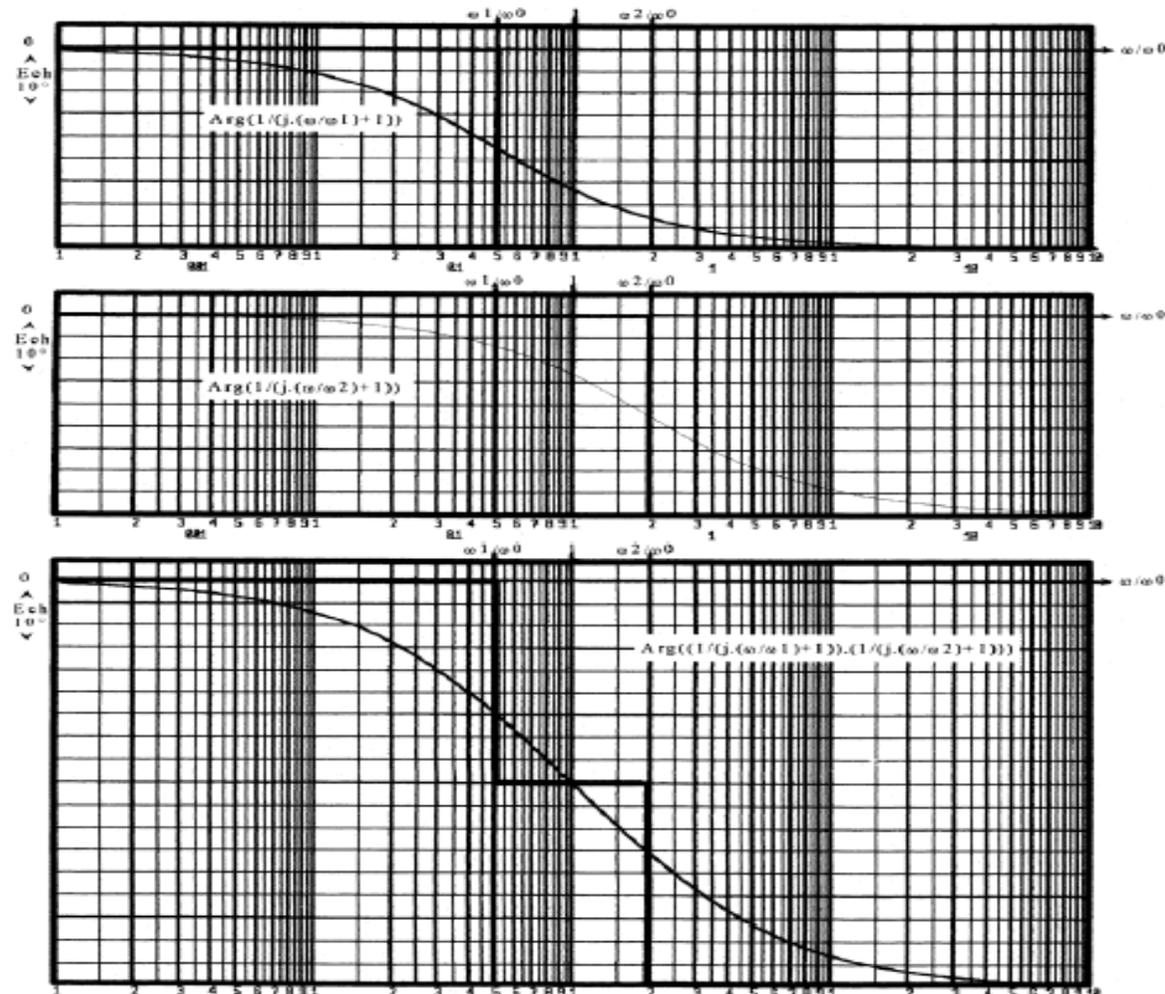
Pour le module en db on peut additionner deux courbes du premier ordre dont on peut donner les diagrammes asymptotiques.



# Filtrage analogique

46

Pour l'argument on a :  $\varphi = \arg\left(\frac{V_s}{V_e}\right) = -\arctg\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right) - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)$  :



# Filtrage analogique

47

## Surtension

Si  $m < 1$  on ne peut pas factoriser, on ne peut travailler qu'avec un diagramme asymptotique à deux asymptotes (horizontale à  $-0db$  et puis une droite à  $-40db / \text{décade}$ ).

On constate que, suivant les valeurs de  $m$ , on peut assister à une surtension en sortie due à des conditions de fonctionnement proches d'un phénomène de résonance.

Remarque : si on prend  $\omega = \omega_0$ , alors 
$$\left. \frac{V_s}{V_e} \right|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{1 + 2mj \frac{\omega}{\omega_0} - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} = \frac{1}{2mj}$$

On peut constater que si  $m < \frac{1}{2}$  alors la valeur efficace de  $V_s > V_e$ . On aura aussi  $V_s$  et  $V_e$  en quadrature. On peut alors extraire  $m$  : on remarque que pour cette pulsation  $m = V_e / 2V_s$ .

En pratique, la détection de 2 signaux en quadrature est facile, ce qui permet en un point de mesure de déterminer  $\omega_0$  et  $m$ .

Pour étudier le phénomène de surtension, il suffit d'analyser les variations de notre fonction de transfert et de détecter un extremum. On montre que cette surtension est possible si

$$m \leq \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ il a lieu pour } \omega = \omega_{\max} = \omega_0 \sqrt{1 - 2m^2} \text{ et ce maximum vaut } \left. \frac{V_s}{V_e} \right|_{\omega=\omega_{\max}} = \frac{1}{2m\sqrt{1 - m^2}}.$$

# Filtrage analogique

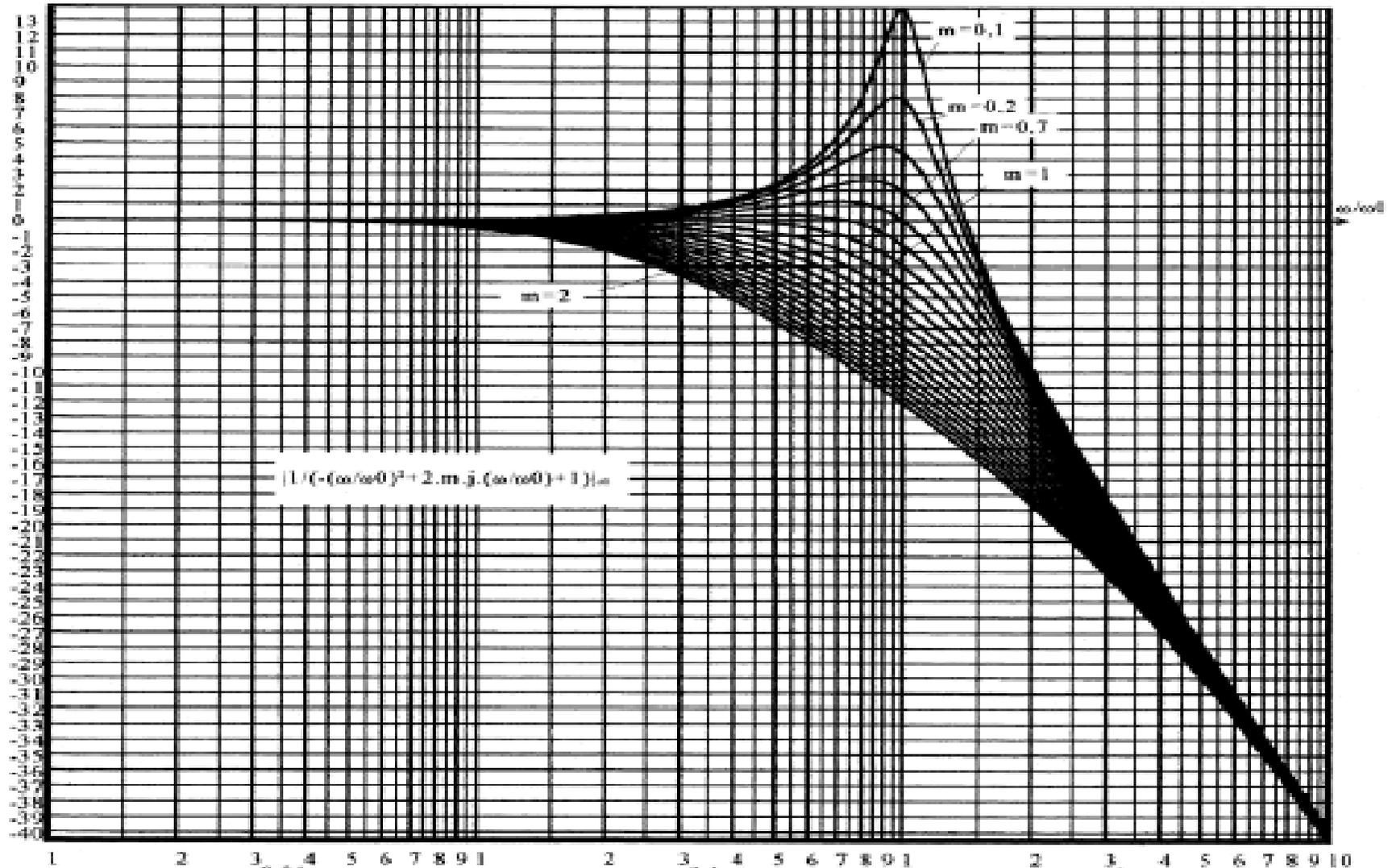
48

En récapitulatif :

| $m$             | 0          |                            | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ |     | 1          |                                | $\infty$ |
|-----------------|------------|----------------------------|----------------------|-----|------------|--------------------------------|----------|
| Décomposable    | non        | non                        | non                  | non | oui        | oui                            | oui      |
| $\omega_1$      |            |                            |                      |     | $\omega_0$ | $\omega_0(m - \sqrt{m^2 - 1})$ | 0        |
| $\omega_2$      |            |                            |                      |     | $\omega_0$ | $\omega_0(m + \sqrt{m^2 - 1})$ | $\infty$ |
| Surtension      | oui        | oui                        | oui                  | non | non        | non                            | non      |
| $\omega_{\max}$ | $\omega_0$ | $\omega_0\sqrt{1-2m^2}$    | 0                    |     |            |                                |          |
| Maximum         | $\infty$   | $\frac{1}{2m\sqrt{1-m^2}}$ | 1                    |     |            |                                |          |

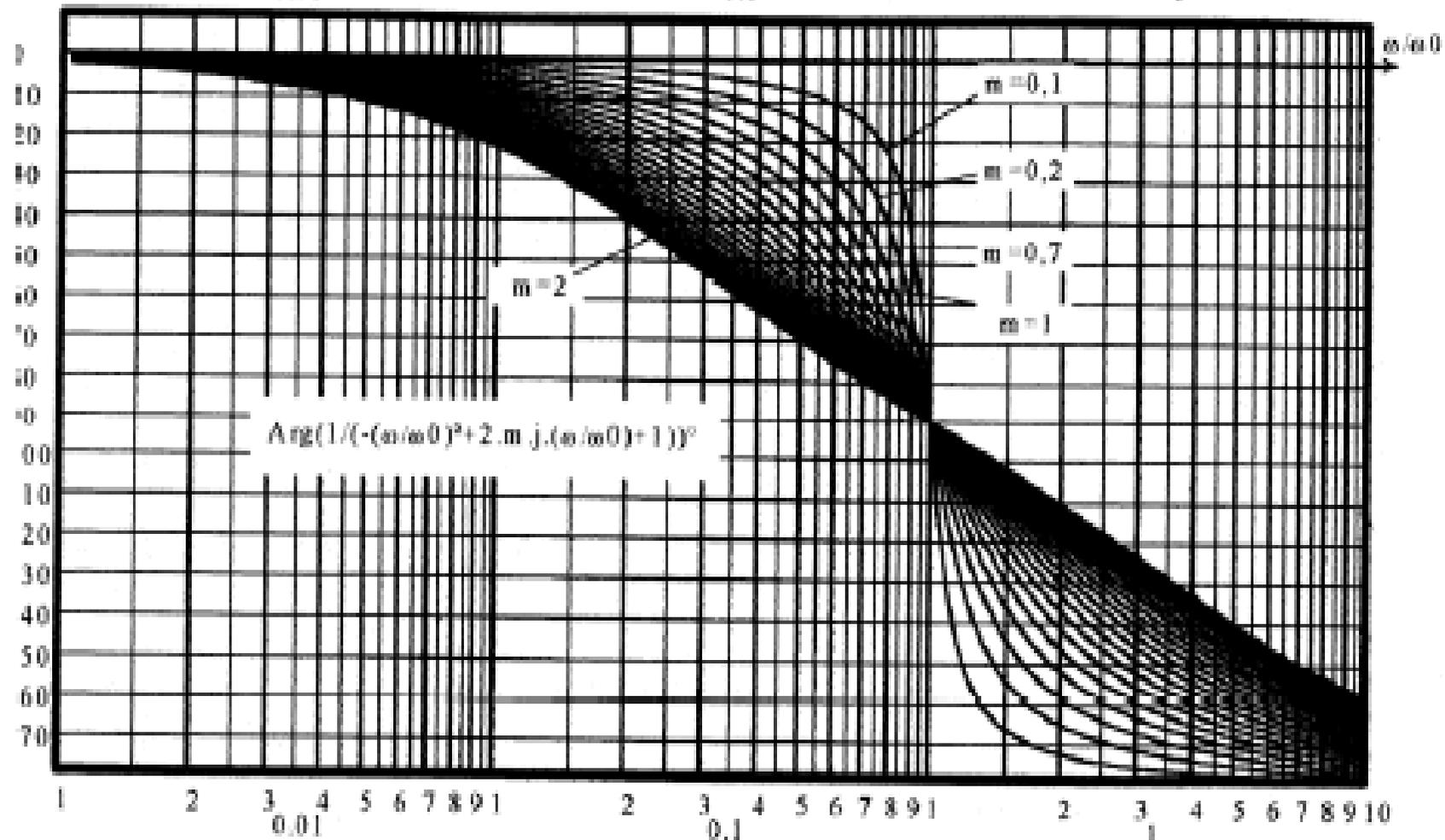
# Filtrage analogique

49



# Filtrage analogique

50



# Filtrage analogique

## Filtres actif

L'inconvénient d'un filtre actif est qu'il faut l'alimenter et se contenter de signaux d'amplitude limitée par les AIL. Le niveau de bruit et la présence de tension d'offset peuvent

aussi limiter les domaines d'applications.

Son avantage réside sur la possibilité de cascader plusieurs cellules élémentaires en n'ayant pas le même problème de charge qu'un filtre passif (avec un filtre actif,  $R_e$  est élevé et  $R_s$  faible). On peut ainsi former un filtre d'un gabarit plus complexe.

Comme pour les filtres passifs, il existe différent type de structure. Citons par exemple, les structures à quadripôles et amplificateur opérationnel, les structures de Rauch, les structures de Sallen et Key, les structures à girateur, à impédance négative et à variable d'état,...

# Filtrage analogique

52

## Structure du premier ordre

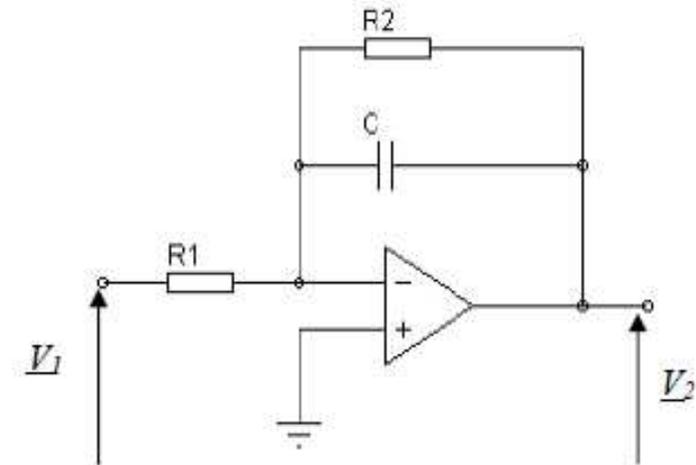
### *Passe-bas inverseur*

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + jR_2C\omega}$$

qui est bien de la forme :

$$\underline{T} = A \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

$$\text{avec } A = -\frac{R_2}{R_1} \text{ et } \omega_c = \frac{1}{R_2C}$$



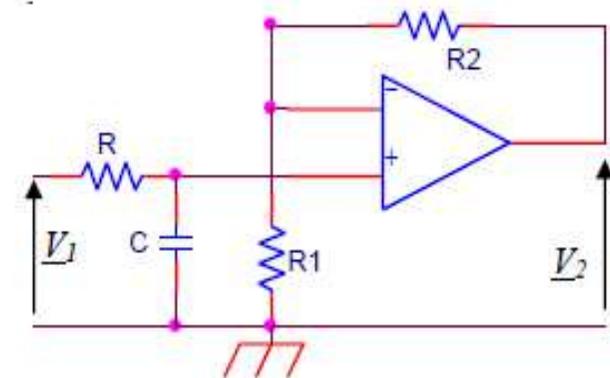
### *Passe-bas non inverseur*

$$\underline{T} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \times \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

qui est bien de la forme :

$$\underline{T} = A \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

$$\text{avec } A = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \text{ et } \omega_c = \frac{1}{RC}$$



# Filtrage analogique

53

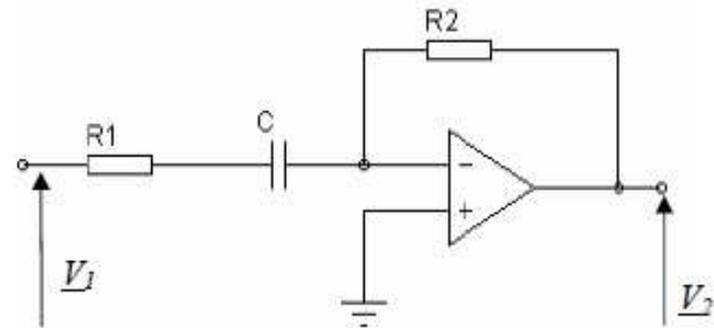
*Passe-haut*

$$\frac{V_s}{V_e} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{jR_1C\omega}{1 + jR_1C\omega}$$

qui est bien de la forme :

$$\underline{T} = A \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}}$$

$$\text{avec } A = -\frac{R_2}{R_1} \text{ et } \omega_c = \frac{1}{R_1C}$$



# Filtrage analogique

54

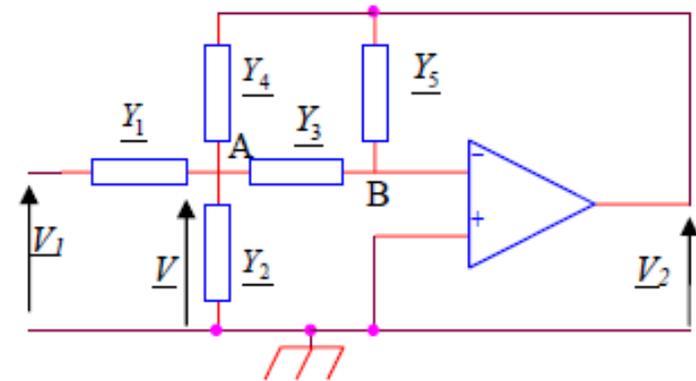
## Structure de Rauch

La structure de Rauch permet de réaliser tout les types de filtres (passe bas, passe haut, passe bande) hormis les filtres réjecteur de bande (coupe bande).

Cette famille de filtres est décrite par le schéma de la figure suivante sur lequel  $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$  et  $Y_5$  sont des admittances.

La formule de Millman, appliquée aux points A et B, conduit aux équations

$$\begin{cases} \underline{V}_A = \frac{Y_1 \underline{V}_1 + Y_3 \underline{V}_B + Y_4 \underline{V}_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} = \frac{Y_1 \underline{V}_1 + Y_4 \underline{V}_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4} & \text{puisque } \underline{V}_B = 0 \\ \underline{V}_B = 0 = \frac{Y_3 \underline{V}_A + Y_5 \underline{V}_2}{Y_3 + Y_5} \Rightarrow Y_3 \underline{V}_A = -Y_5 \underline{V}_2 \end{cases}$$



Par élimination de  $\underline{V}_A$  il vient :

$$\underline{T} = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = -\frac{Y_1 Y_3}{Y_3 Y_4 + Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$

Les admittances  $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$  et  $Y_5$  sont réalisées par des résistances ( $Y=1/R$ ) ou par des condensateurs ( $Y = jC\omega$ ).

# Filtrage analogique

55

## Structure passe-bas de Rauch

On désire obtenir une fonction de transfert de la forme:

$$\underline{T} = \frac{A}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_c} + \left(j \frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

Le numérateur doit être réel, on va donc prendre  $Y_1$  et  $Y_3$  réel.

Au dénominateur,  $Y_3Y_4$ ,  $Y_5Y_1$  et  $Y_5Y_3$  peuvent être réels ou complexes. Il ne reste que  $Y_5Y_2$  et  $Y_5Y_4$  pour obtenir le terme en  $(j\omega/\omega_c)^2$

Nous arrivons donc à prendre obligatoirement  $Y_5$  complexe. Comme nous devons avoir un terme réel au dénominateur, il ne reste comme solution que  $Y_4$  réel pour avoir  $Y_3Y_4$  réel.

C'est donc  $Y_5Y_2$  qui va faire le terme  $(j\omega/\omega_c)^2$ , donc  $Y_2$  doit être complexe.

On arrive à :

-  $Y_1$ ,  $Y_3$  et  $Y_4$  sont des résistances de valeur respective :  $R_1$ ,  $R_3$  et  $R_2$ .

-  $Y_2$  et  $Y_5$  sont des condensateurs de valeur respective :  $C_2$  et  $C_1$ .

On obtient comme fonction de transfert :

$$\underline{T} = -\frac{1}{R_1 R_3} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_2 R_3} + jC_1 \omega \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + jC_2 \omega \right)}$$

Dans le cas particulier où toutes les résistances sont égales à  $R$ , alors

$$\underline{T} = -\frac{1}{1 + j\omega 3RC_1 + (j\omega R\sqrt{C_1 C_2})^2}$$

$$A = -1 \quad \omega_c = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}} \quad m = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

**ne reste plus qu'à revoir tout ça à tête reposée...**

