



Université Internationale
de Casablanca

UNIVERSITÉ RECONNUE PAR L'ÉTAT

Génie Electrique
(S7)

Cours :

Electromagnétisme des milieux

Elément de module : Physique

Pr : AOUADI CHAOUQI

Plan

- ❖ **CH.1 : Généralités**
- ❖ **CH.2 : Circuits magnétiques**
- ❖ **CH.3 : Bobine à noyau de fer**

CH.1: Généralité

CH.1: Généralité

- ✓ Introduction
- ✓ Charges électriques
- ✓ Loi de Coulomb
- ✓ Champs (scalaire, vectoriel)
- ✓ Charges dans la matière : conducteurs / isolants

Introduction

La physique

Physique
fondamentale

- Electrostatique
- Magnétostatique
- **Electromagnétisme**
- Mécanique quantique
-

Physique
appliquée

- Electronique
- Télécommunication
- Electrotechnique
-

Le rôle de la physique fondamentale est d' :

Etudier les propriétés de la matière, de l'espace et du temps.

Tenter d'expliquer l'ensemble des phénomènes naturels, en établissant les lois qui les régissent.....

Electromagnétisme ?????

Electrostatique

+

Magnétostatique

Introduction

L'électromagnétisme représente la branche de la physique fondamentale qui étudie les **interactions** entre particules chargées, qu'elles soient au repos ou en mouvement, et plus généralement les effets de l'électricité, du magnétisme et leur interaction.

Dans l'électromagnétisme on s'intéresse aux deux forces

- **forces électriques,**
- **forces magnétiques.**

Introduction

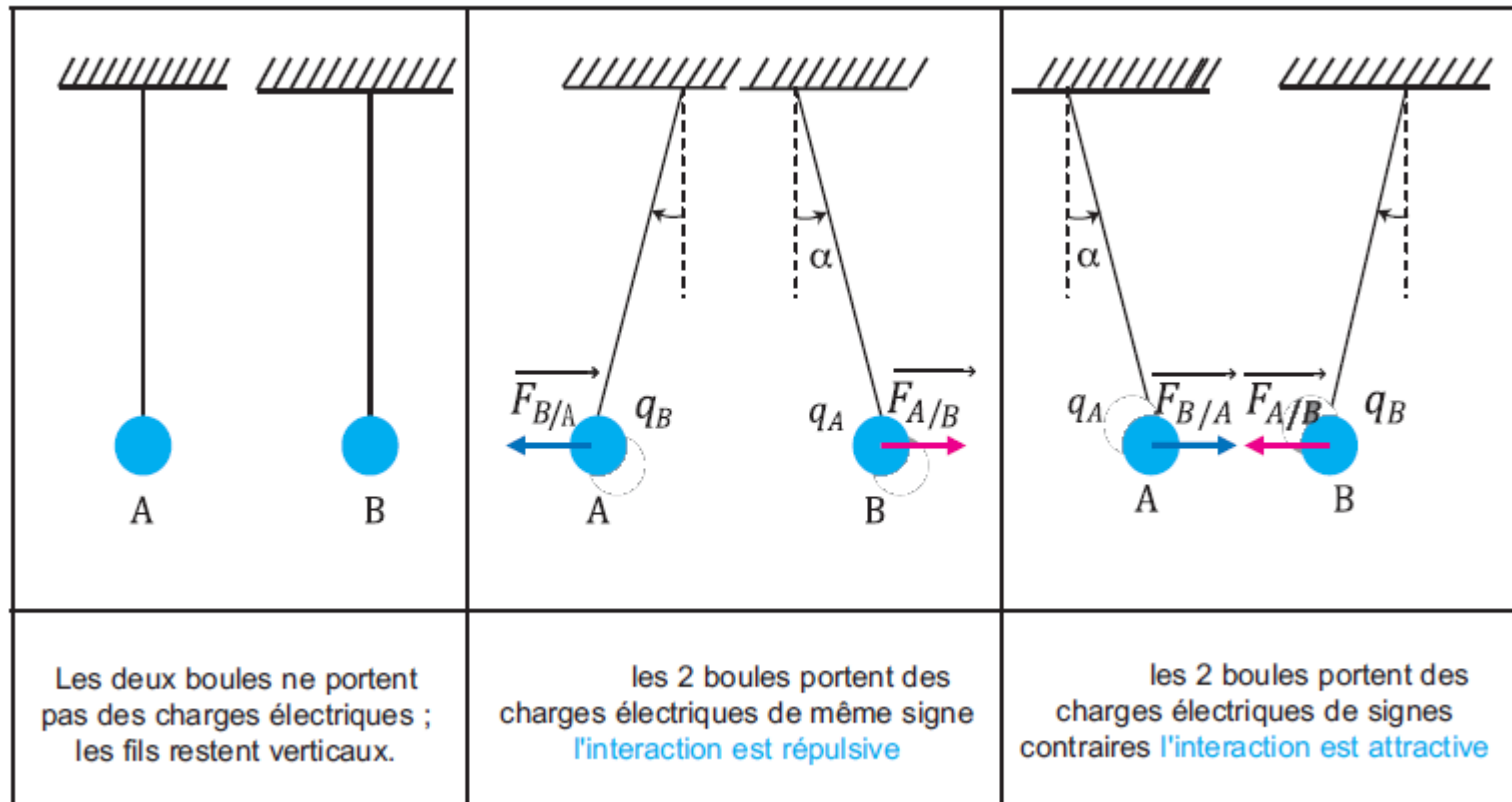
Quelques repères historiques

- Depuis l'antiquité ⇒ observation de l'électricité et du magnétisme
 - ✓ 1820 : Oersted ⇒ Découverte : interaction électricité-magnétisme
 - ✓ 1827 : Ampère ⇒ Magnétisme dû aux déplacements des charges électriques
 - ✓ 1831 : Faraday ⇒ Mouvement d'un aimant génère un courant électrique
Postulat : la lumière est de nature électromagnétique (EM)
 - ✓ 1873 : Maxwell ⇒ 4 équations différentielles qui décrivent la nature des champs EM en termes d'espace et de temps
 - ✓ 1884 : Hertz ⇒ l'électricité pouvait être transmise par des ondes EM qui se déplacent à la vitesse de la lumière

Introduction

Électrostatique

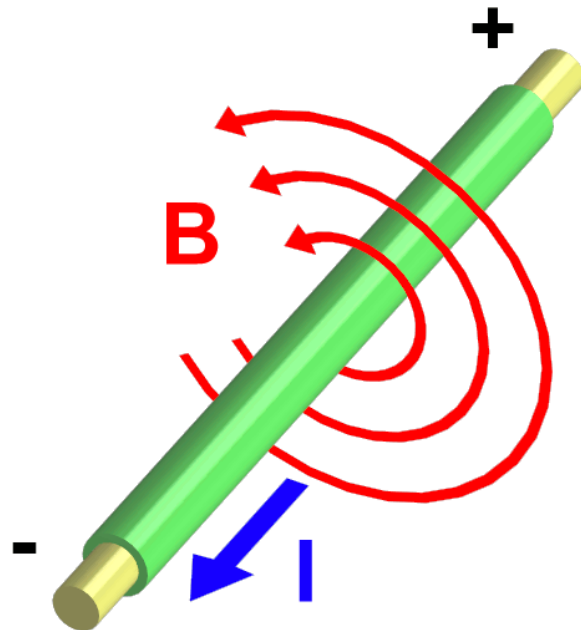
L'électrostatique est la branche de la physique qui étudie l'ensemble des phénomènes créés par *des charges électriques statiques*.



Introduction

La magnétostatique

La magnétostatique étudie les effets magnétiques
indépendamment du temps



Les interactions magnétiques sont des interactions à distance
(attraction, répulsion ou déviation)

Introduction

Sources magnétiques

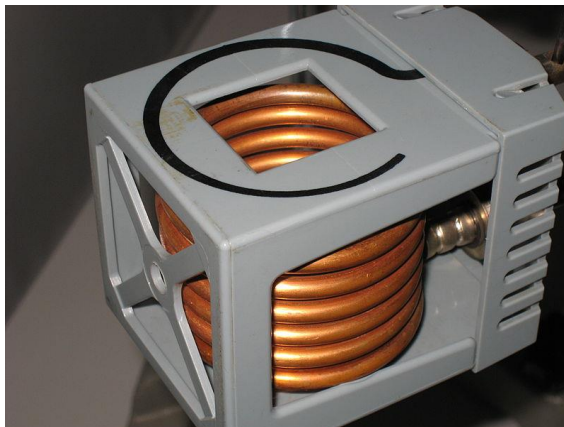
- **Aimants:**

Naturels (Magnétite..) ou artificiels (les alliages ferromagnétiques Fe, Co, Ni...)



- **Conducteur parcouru par un courant** (mobilité des charges, bobine):

Expérience d'Oersted (1820)

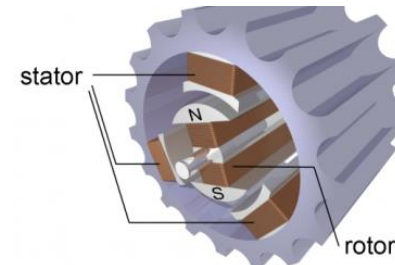
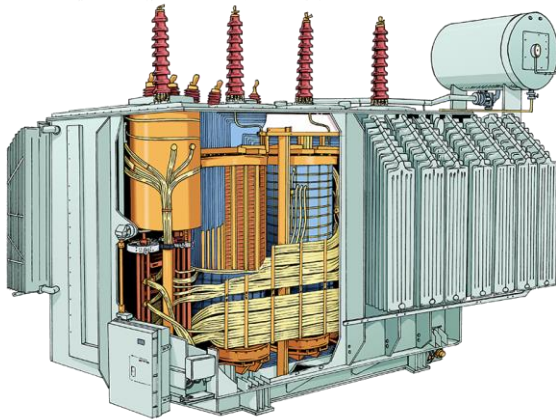


Introduction

L' électromagnétisme au quotidien

Où trouve-t-on de l'électromagnétisme?

Le quotidien et l'industrie



Enfin presque partout!

Là ou il y a de l'électricité il y aura de l'électromagnétisme

Introduction

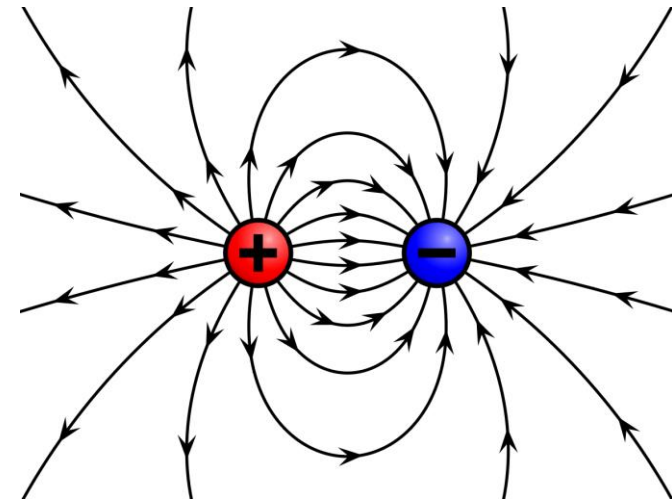
Charges électriques

La **charge électrique**, comme la masse, est une propriété de la matière.

Deux corps « chargés » interagissent, soit en

- « **s'attirant** »
- soit en « **se repoussant** ».

Ceci a conduit à séparer les particules chargées en deux catégories, les charges « **positives** » et « **négatives** ».



Deux corps qui se repoussent appartiennent à la même classe.

Champ électrique et potentiel électrique

Loi de Coulomb

- la force s'exerçant entre deux corps stationnaires chargés, de charges respectives q_1 et q_2 est **proportionnelle au produit des charges q_1q_2** et **inversement proportionnelle au carré de la distance** séparant les deux charges.
- La force est parallèle au segment joignant les deux charges et **orientée**, compte tenu du signe des charges. Il s'agit de la **loi de Coulomb**. La force de Coulomb **agit à distance**.

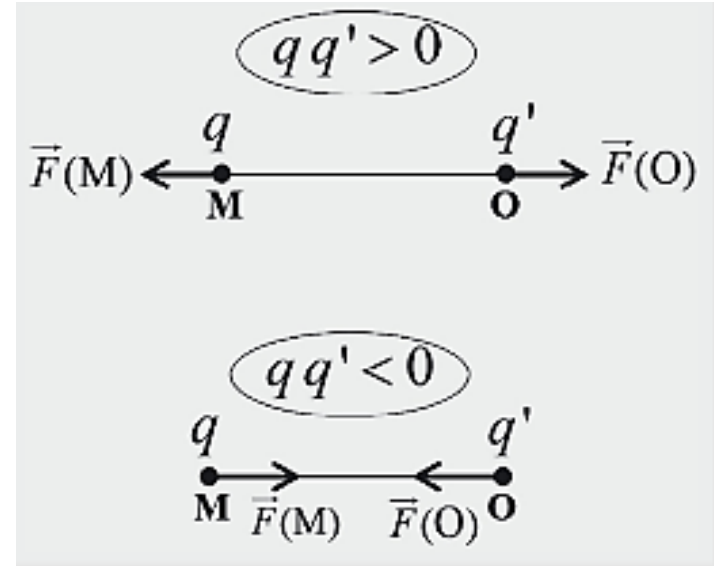
Champ électrique et potentiel électrique

Définition:

Deux particules ponctuelles portant respectivement les charges q et q' placées dans le vide, exercent l'une sur l'autre une force appelée **force de Coulomb**. Cette force est portée par la droite joignant les deux particules, et a pour expression :

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} \vec{u}$$

où r est la distance entre les deux particules, et $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} F.m^{-1}$ est la constante électrique du vide (appelée aussi permittivité du vide).



Champ électrique et potentiel électrique

Définition « Champ »

En physique, un **champ** est l'ensemble des valeurs liées à chaque point de l'espace-temps d'une grandeur physique.

*Cette grandeur physique peut
être scalaire (température, pression...), vectorielle (vitesse de
particules d'un fluide,...)*

Champ électrique et potentiel électrique

Champ scalaire

Champ scalaire : est une fonction de plusieurs variables qui *associe un seul nombre (ou scalaire) à chaque point de l'espace*. Les champs scalaires sont souvent utilisés en physique, par exemple pour indiquer la distribution de la température à travers l'espace, ou de la pression atmosphérique.

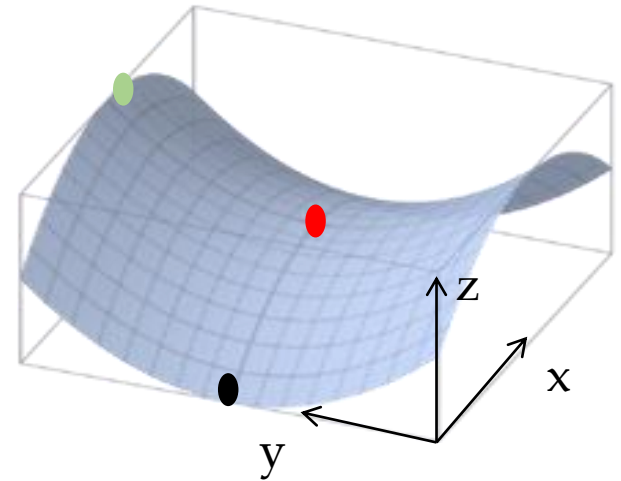
$$f(M) = f(x, y, z)$$

Champ électrique et potentiel électrique

Champ scalaire

Exemple L'image à droite est une représentation graphique du champ scalaire suivant

$$f : \begin{array}{l} \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) \mapsto z = x^2 - y^2 \end{array}$$

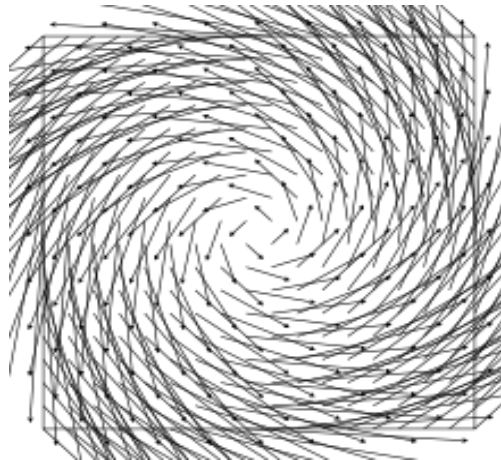


Champ électrique et potentiel électrique

Champ vectoriel

un champ de vecteurs ou champ vectoriel : est une fonction qui associe un vecteur à chaque point d'un espace euclidien.

$$\vec{v}(M) = v_x(x, y, z) \vec{e}_x + v_y(x, y, z) \vec{e}_y + v_z(x, y, z) \vec{e}_z$$

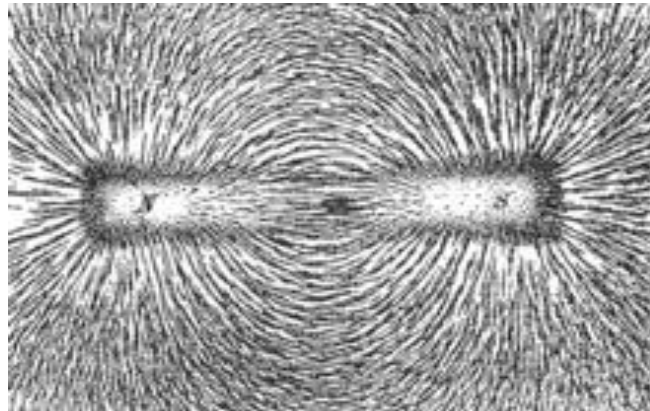


Champ électrique et potentiel électrique

Champ vectoriel

Les champs de vecteurs modélisent par exemple :

- **la vitesse et la direction d'un fluide** en mouvement dans l'espace, ou
- **la valeur et la direction d'une force**, comme **la force magnétique** ou **gravitationnelle**.



Champ électrique et potentiel électrique

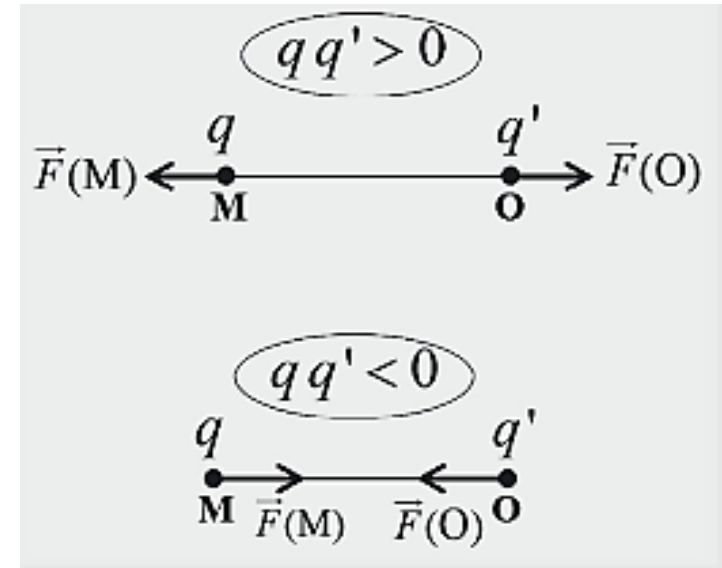
En considérant l'une des deux particules; par exemple, la particule située au point M, porteuse de la charge q , on peut exprimer la force de Coulomb subie par cette particule de la manière suivante :

$$\vec{F}(M) = q\vec{E}(M)$$

Avec :

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{r^2} \vec{u}_{OM} \text{ (V.m}^{-1}\text{)}$$

représente le champ électrique au point M.



Champ électrique et potentiel électrique

Exercice d'application 1:

Quatre charges ponctuelles identiques $-q$ ($q > 0$) sont fixées aux sommets A, B, C et D d'un carré de côté a . Une cinquième charge $q_0 > 0$ est maintenue fixe au centre O du carré.

Déterminer la valeur de q_0 en fonction de q pour que la force électrostatique totale qui s'exerce sur chacune des cinq charges soit nulle.

Exercice d'application 2:

Déterminer le champ électrostatique créé par trois charges ponctuelles identiques $q > 0$ placées aux sommets d'un triangle équilatéral, en son centre géométrique G.

Champ électrique et potentiel électrique

De manière plus générale, l'effet d'une répartition statique de charges créant un champ \vec{E} sur une charge q placée au point M est une force :

$$\vec{F}(M) = q\vec{E}(M)$$

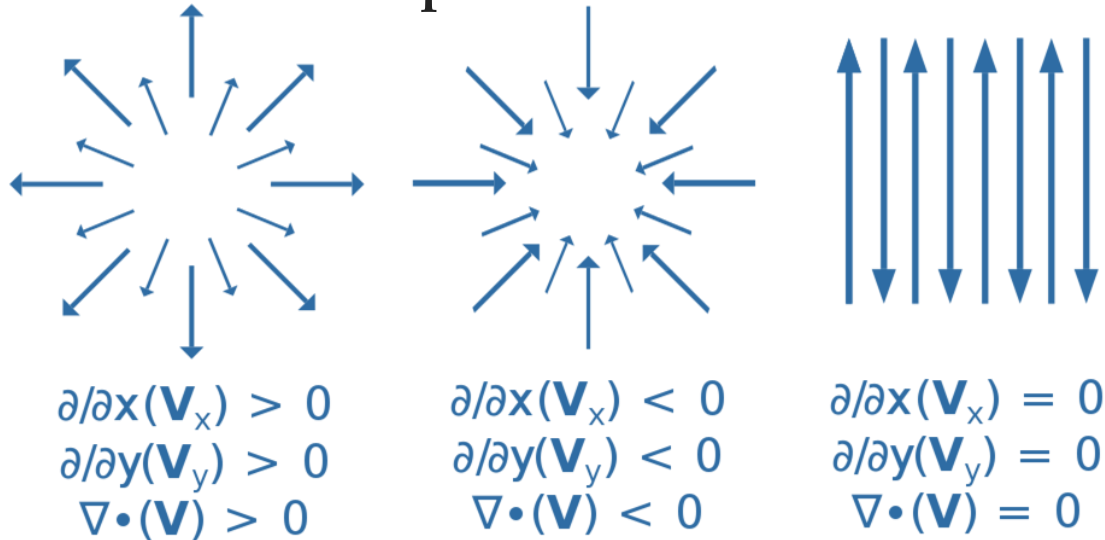
\vec{E} et \vec{F} ont le même sens si $q > 0$, ils sont opposés si $q < 0$.

Champ électrique et potentiel électrique

Divergence

L'opérateur divergence est un outil d'analyse vectorielle qui mesure si un champ vectoriel « rentre » ou « sort » d'une zone de l'espace.

- s'applique à un champ de vecteurs,
- donne un champ scalaire.



il existe une source ou un puits pour le champ

Champ électrique et potentiel électrique

Divergence

Considérons l'air lorsqu'il est chauffé ou refroidi. La vitesse de l'air en chaque point définit un champ vectoriel.

- Si l'air est chauffé dans une région, il se dilate dans toutes les directions et le champ de vitesse est donc dirigé vers l'extérieur de cette région.

→ La divergence du champ de vitesse dans cette région aurait donc une valeur positive.

- Si l'air se refroidit et se contracte,

→ la divergence de la vitesse a une valeur négative.

Champ électrique et potentiel électrique

Divergence

$$\operatorname{div}\vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

Exercice d'application

$$\vec{V}_1 = \begin{pmatrix} 3xy \\ 5xz \\ y^2z \end{pmatrix}$$

$$\vec{V}_2 = \frac{\vec{U}_r}{r^2}$$

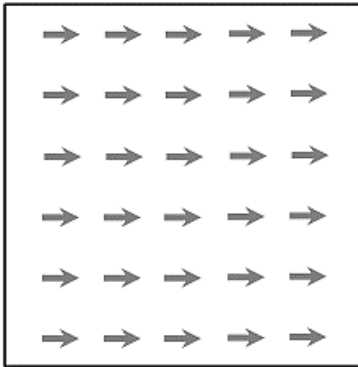
Avec \vec{U}_r c'est un vecteur unitaire et r c'est la distance qui sépare deux points.

Champ électrique et potentiel électrique

Le rotationnel

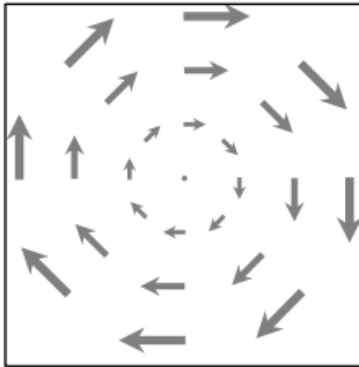
- s'applique à un champ de vecteurs
- donne un champ de vecteurs

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{V} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \\ \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$



$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{V} = 0$$

Champ « irrotationnel »



$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{V} \neq 0$$

Champ « rotationnel »

Champ électrique et potentiel électrique

Le rotationnel

Exercice d'application

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} xy + z \\ z^3 + 2y \\ xyz \end{pmatrix}$$

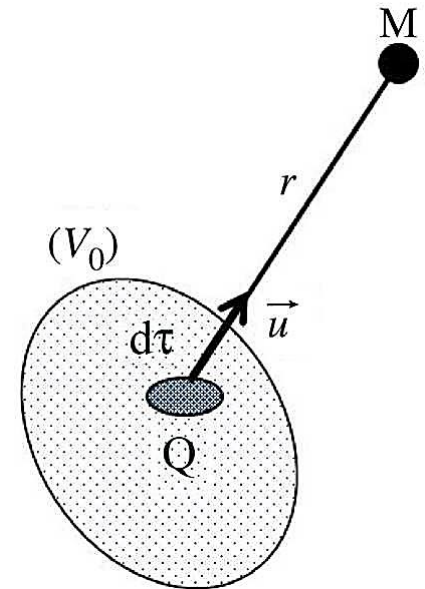
$$\vec{v}_2 = x^2y\sin(z)\vec{i} + xy^2z\vec{j} + \cos(x)\cos(y)\vec{k}$$

Champ électrique et potentiel électrique

La loi de Coulomb est en fait applicable à toute distribution de charges statiques. Par exemple, dans le cas d'une distribution de charge répartie dans un volume V_0 avec une densité volumique de charge ρ , le champ électrique créé par cette distribution en un point M de l'espace s'écrit :

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{(V_0)} \frac{\rho d\tau}{r^2} \vec{u} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{(V_0)} \frac{\rho d\tau}{r^3} \vec{r}$$

$\rho d\tau$ représente la charge contenue dans le volume élémentaire $d\tau$ centré en un point Q du volume V_0 .



Champ électrique et potentiel électrique

En utilisant :

$$\frac{\vec{r}}{r^3} = \overrightarrow{grad}_Q \left(\frac{1}{r} \right) = -\overrightarrow{grad} \left(\frac{1}{r} \right)$$

on peut exprimer le champ \vec{E} de la manière suivante :

$$\vec{E}(M) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{(V_0)} \overrightarrow{grad} \left(\frac{1}{r} \right) \rho d\tau$$

Le gradient indique la direction de la plus grande variation du champ $\vec{E}(M)$.

Charges dans la matière: conducteurs/isolants

Dans la matière, les charges électriques peuvent être « libres » (ou quasiment), ou alors « liées » (électron lié à un ion, particule chargée adsorbée, etc.).

On distingue au point de vue du comportement électrique trois états de la matière:

- **Conducteur** (métallique),
- **Semi-conducteur** et
- **Isolant** (ou diélectrique).

État électrique d'un milieu matériel

L'état électrique d'un milieu matériel est caractérisé par deux grandeurs vectorielles :

- le champ électrique \vec{E} présent dans le milieu ;
- la polarisation \vec{P} , qui caractérise la façon dont le milieu réagit à la présence du champ \vec{E} .

CH.2 : Circuits magnétiques

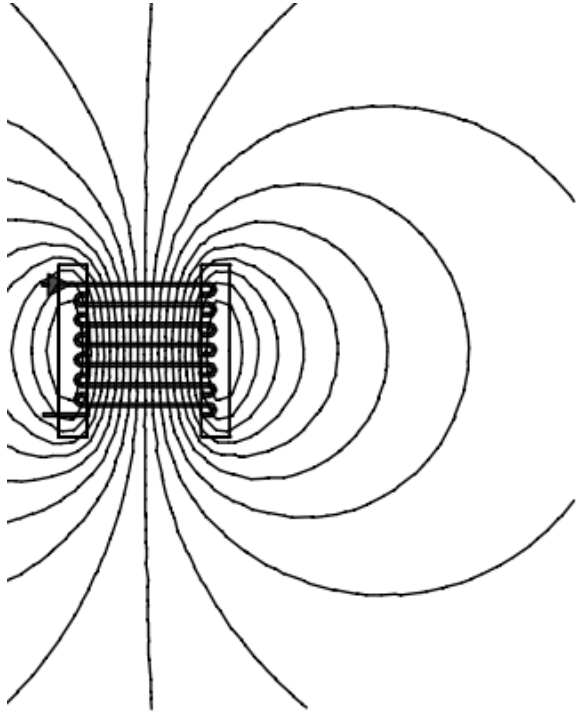
Plan

CH2 : Circuits magnétiques

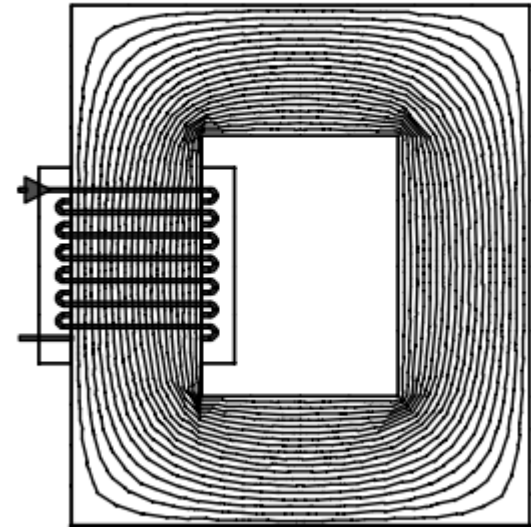
- Circuit magnétique**
- Force magnéto motrice**
- Réductance d'un circuit magnétique**
- Loi d'Hopkinson**
- Fuites dans un circuit magnétique**
- Inductance propre, de fuite**
- Inductance mutuelle**
- Energie électrique, magnétique**

Circuits Magnétiques

Introduction



Les lignes de champ d'induction générées par une bobine parcourue par un courant et placée dans l'air (vue en coupe).

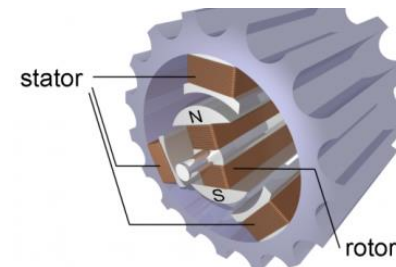
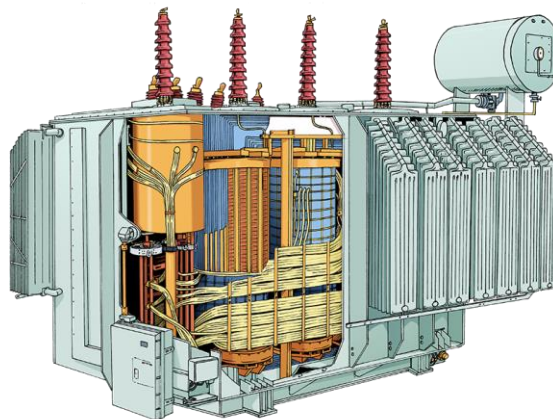


les lignes de champ d'induction générées par la même bobine enroulée autour d'un objet réalisé en matériaux ferromagnétique.

Circuits Magnétiques

Introduction

Les phénomènes électromagnétiques jouent un grand rôle en électrotechnique. On les retrouve dans les moteurs électriques, les transformateurs, les capteurs inductifs, le chauffage inductif et la distribution d'énergie électrique.

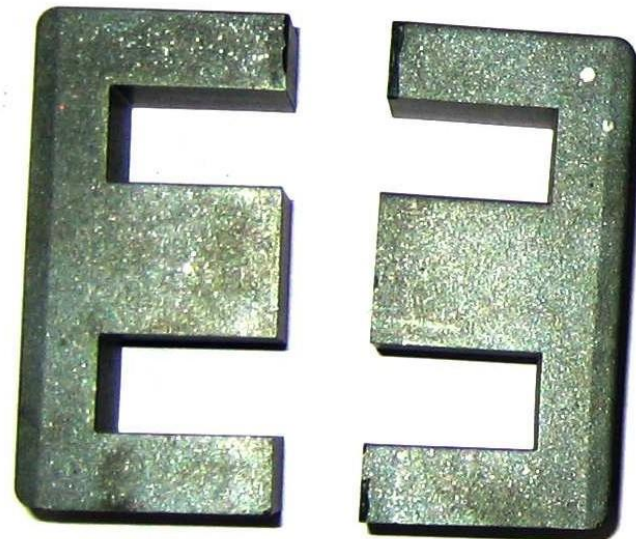


Circuits Magnétiques

Définitions

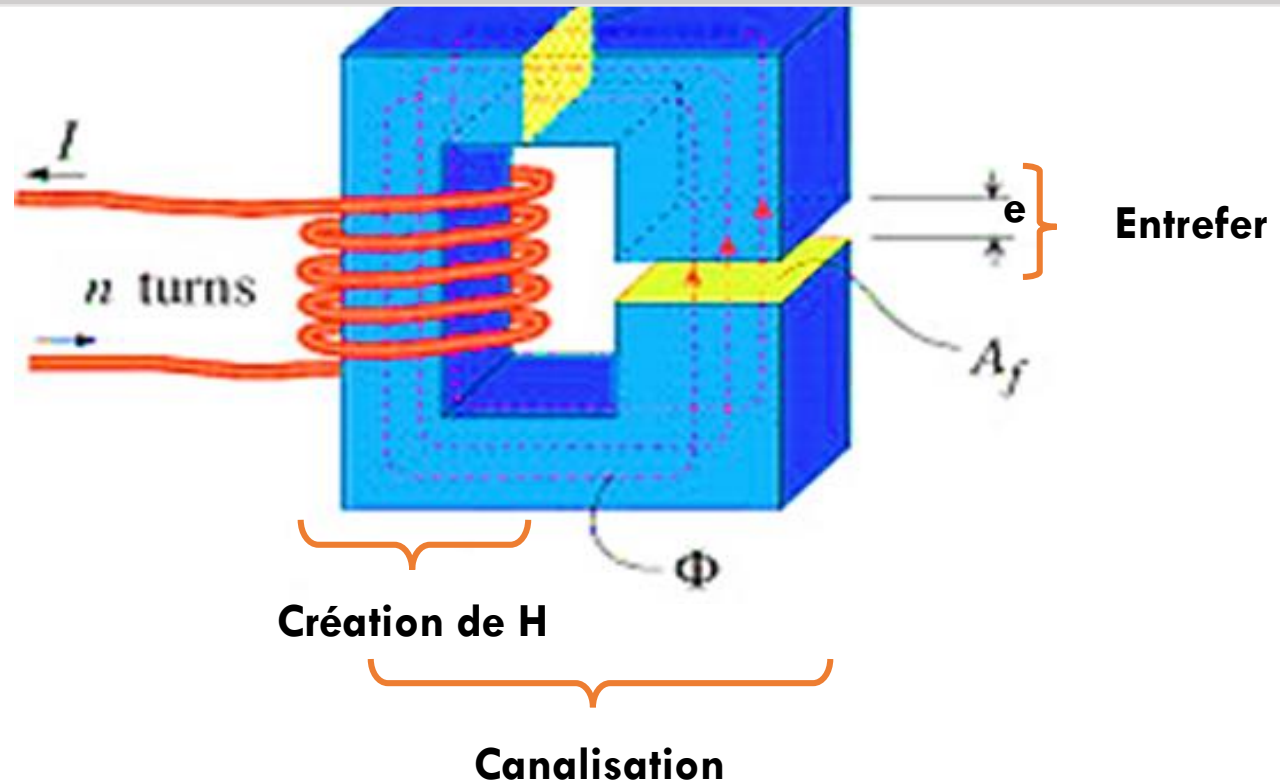
Un **circuit magnétique** est un **circuit** généralement réalisé en matériau ferromagnétique au travers duquel circule un flux de champ **magnétique**.

- **Ensemble fermé de matériaux magnétiques à haute perméabilité**
- **Chemin privilégié pour le flux d'induction magnétique**



Circuits Magnétiques

Constitutions

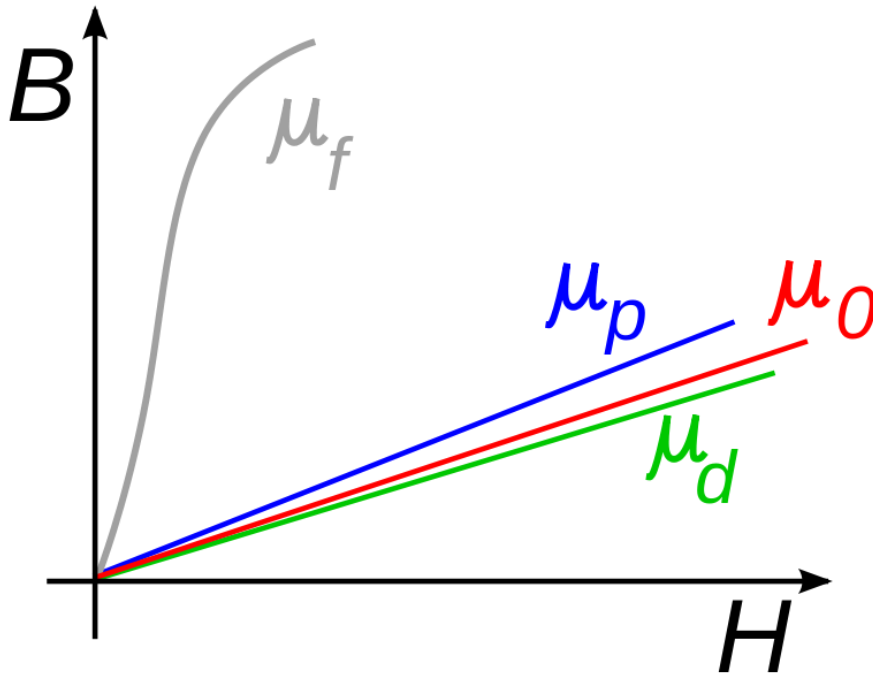


- **Le bobinage** : qui génère l'excitation et donc le champ,
- **La culasse** : qui dirige le champ vers la zone utile. Le culasse impose le parcours du champ magnétique.
- **L'entrefer** : où l'on souhaite utiliser le champ, l'entrefer est la zone d'interaction avec l'extérieur.

Circuits Magnétiques

Définitions: Cas général

- Caractérisation du “bon” conducteur magnétique : perméabilité magnétique μ élevée (remarque : $\mu \neq \text{Cte}$)



Comparaison simplifiée des perméabilités : ferromagnétique (μ_f), paramagnétique (μ_p), espace libre (μ_0) et diamagnétique (μ_d).

Circuits Magnétiques

Perméabilité

Matériaux ferromagnétiques	μ_r (valeur maximale)	Température en °C
Cobalt	250	1 130
Fer	5 000	770
Nickel	600	358

Dans l'air, le vide, les gaz, le cuivre, l'aluminium, la terre, et d'autres matériaux, μ_r est approximativement égal à 1, ces matériaux ne pouvant alors canaliser le champ magnétique.

Circuits Magnétiques



ferrite alimentation à découpage

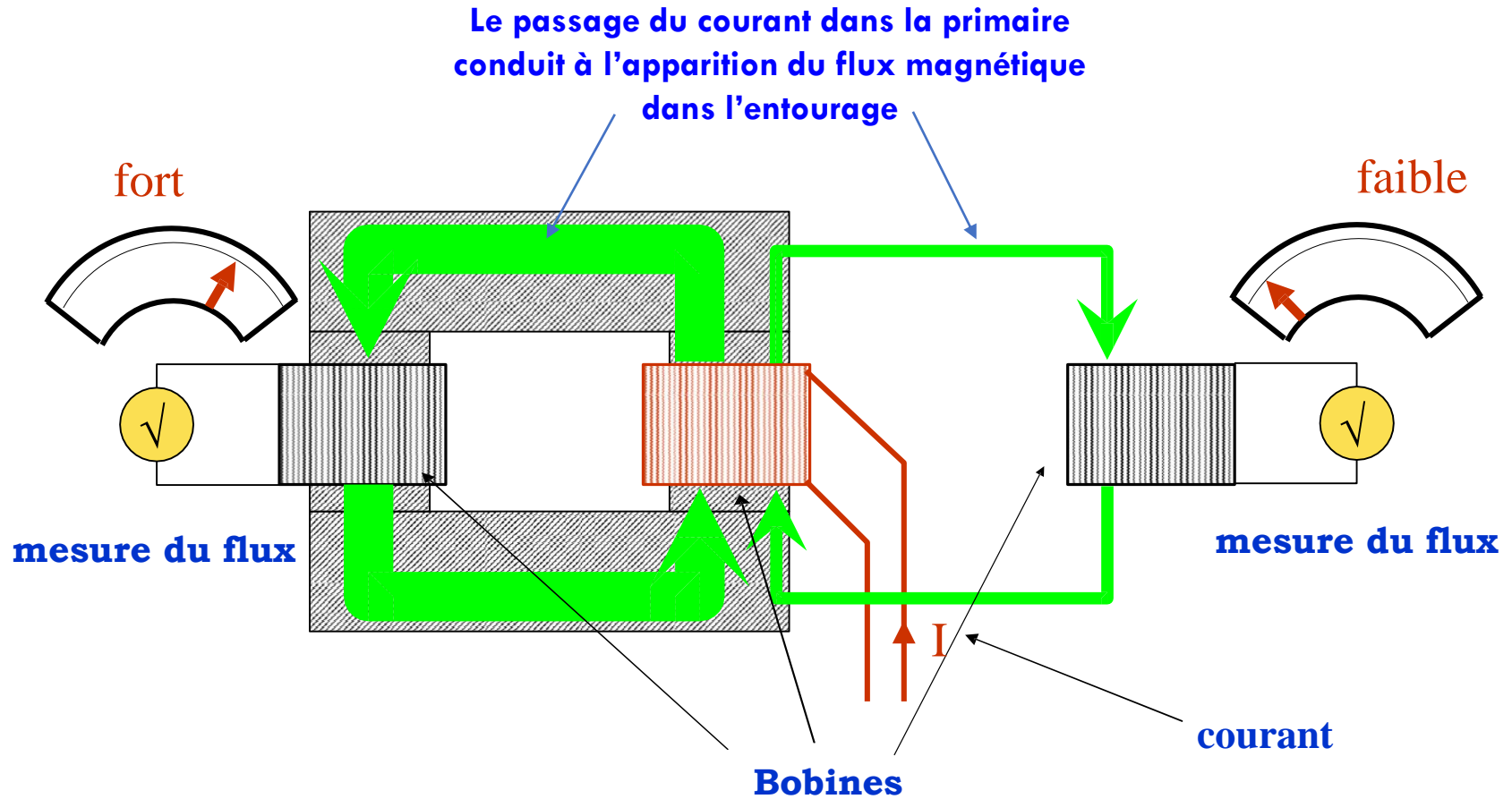


Empilement de tôles

- **Le ferrite est une céramique ferromagnétique obtenue par moulage à forte pression et à haute température à partir d'oxyde de fer.**

Circuits Magnétiques

Mise en évidence

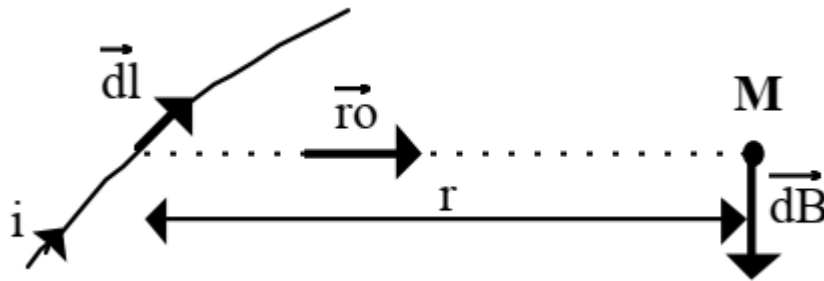


À partir de cette expérience on constate que le flux magnétique cherche toujours le milieu le plus perméable pour se déplacer.

Circuits Magnétiques

Loi de Biot et Savart "champ d'induction magnétique"

- Un élément de conducteur $d\vec{l}$ infiniment petit parcouru par un courant I crée en un point M de son environnement un "champ" d'induction magnétique.



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \wedge \vec{r}_0}{4\pi r^2}$$

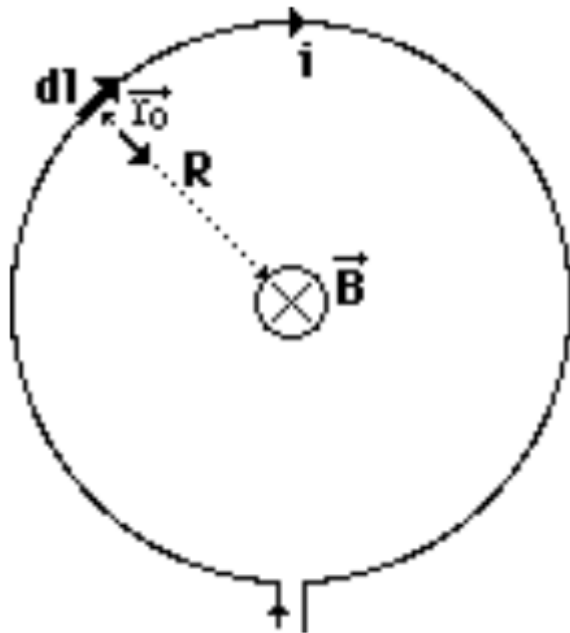
Le champ d'induction totale sur la ligne est défini comme suit :

$$\|\vec{B}\| = \sum \|\vec{dB}\|$$

Circuits Magnétiques

Exemple « loi de Biot et Savat »:

Induction magnétique produite au centre d'une spire circulaire placée dans l'air.



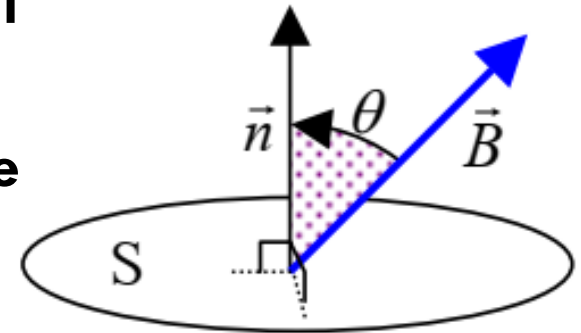
Trouver B ??

Circuits Magnétiques

Flux d'une induction magnétique

Soit \vec{n} un vecteur unitaire normal à la surface S (le sens de \vec{n} est choisi arbitrairement, il définit le sens positif).

Soit \vec{B} un champ d'induction uniforme dans le voisinage de S .



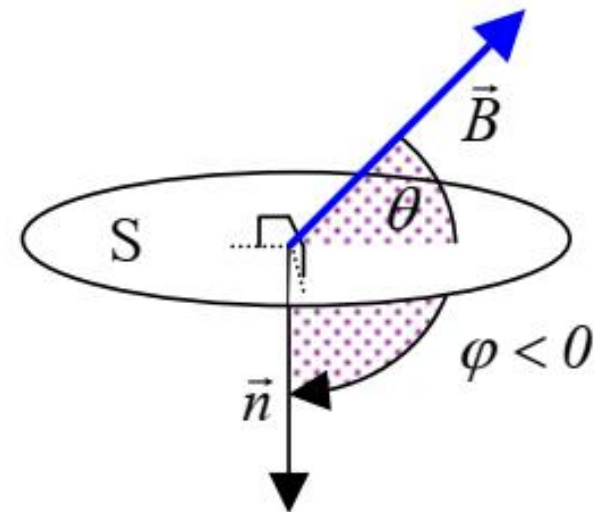
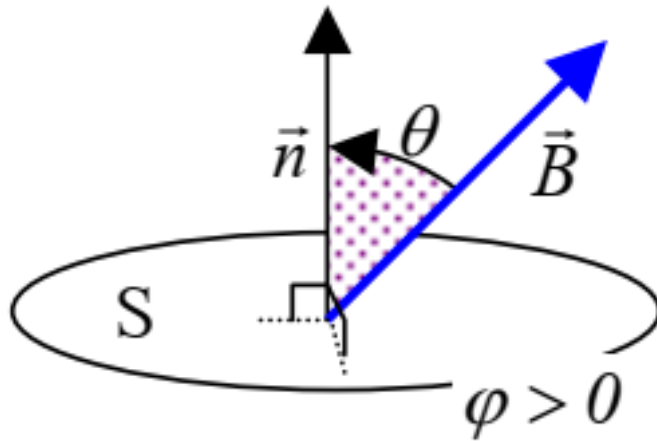
On définit le flux φ du vecteur \vec{B} à travers la surface S par la relation:

$$\varphi = \|\vec{B}\| \cdot S \cdot \cos(\theta)$$

C'est un scalaire et non pas un vecteur.

Circuits Magnétiques

Le flux est une grandeur algébrique dont le signe dépend de la convention initiale pour \vec{n} .

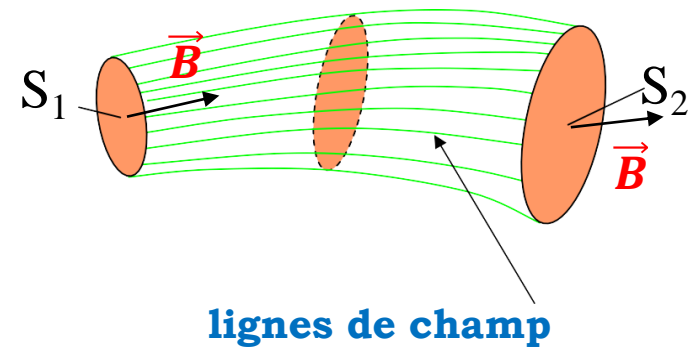


Circuits Magnétiques

Application à un tube d'induction

- Un morceau de tube d'induction considéré entre deux sections S_1 et S_2 constitue une surface fermée.
- Le flux sur la surface latérale du tube est nul car \vec{B} est tangent à cette surface.
- Par conséquent la somme des flux qui sortent par S_1 et par S_2 est nulle.

$$\phi_1 = \phi_2$$
$$\int_{S_1} B_1 S_1 = \int_{S_2} B_2 S_2$$



- Au sein d'un volume fermé, le flux entrant est égale au flux sortant.

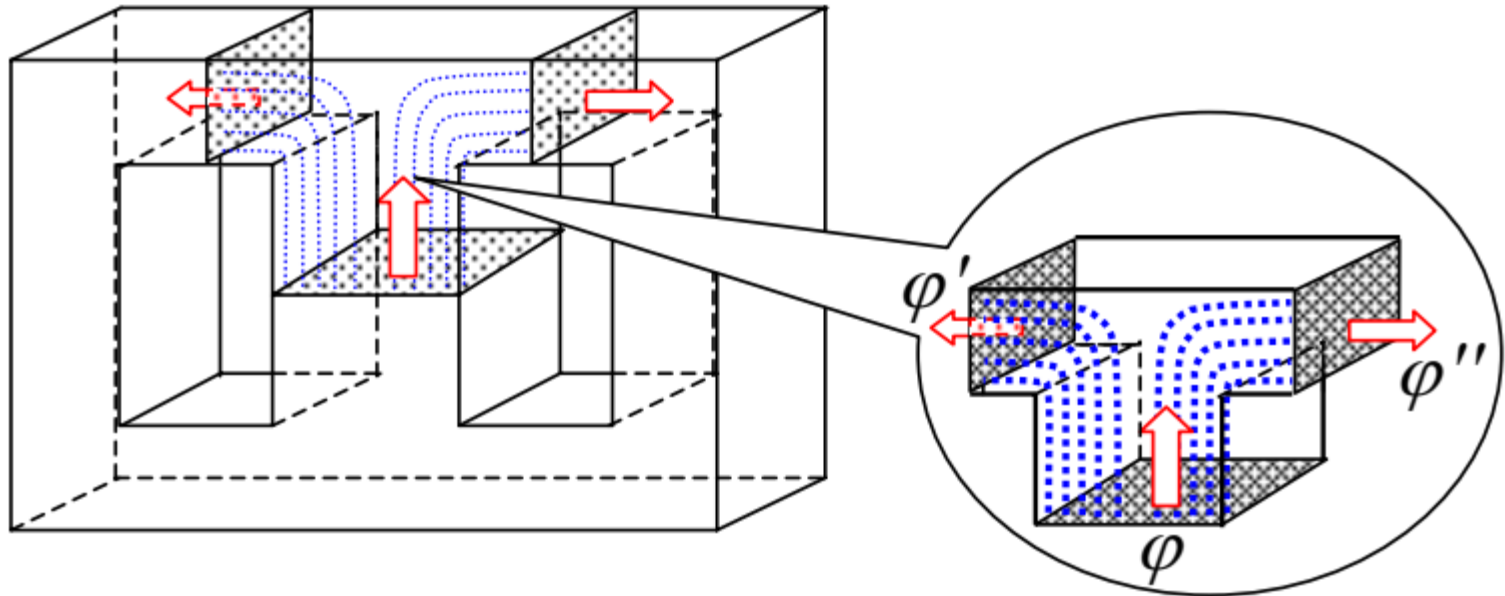
Un tore de matériau à haute perméabilité est pratiquement un C.M.P.



Circuits Magnétiques

Application à un tube d'induction

Dans un circuit magnétique, un tube d'induction peut se séparer en plusieurs branches. Dans l'exemple suivant (circuit magnétique d'un transformateur), le flux de la colonne centrale se sépare en deux.



circuit magnétique d'un transformateur

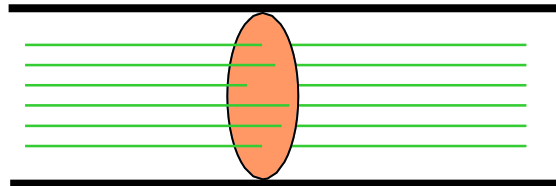
La loi de conservation du flux se traduit donc par :

$$\varphi = \varphi' + \varphi''$$

Circuits Magnétiques

Circuit Magnétique Parfait Filiforme (C.M.P.F)

- Induction uniforme sur toute section droite,
- Lignes de champs perpendiculaires aux sections droites.



Force Magnéto Motrice

- ✓ On appelle la force **magnétomotrices**, le nombre l'Ampère-tours nécessaires pour obtenir un champ magnétique donné en un point dans le circuit magnétique.
- ✓ Elle est similaire à la force électromotrice dans les circuit électrique.

Circuits Magnétiques

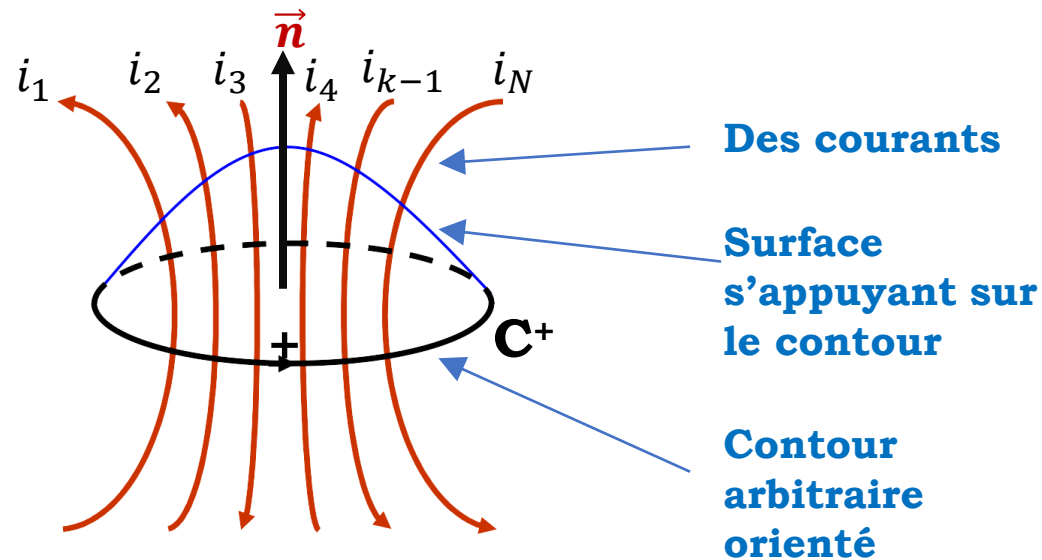
Force Magnéto Motrice

Enoncé du théorème d'Ampère

La circulation du vecteur champ d'excitation magnétique \vec{H} le long d'une courbe fermée (c) est égale à la somme algébrique des courants enlacés par cette courbe:

$$\oint_{(c)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum i = NI$$

On compte positivement les courants dirigés dans le même sens que \vec{n} et négativement les courants de sens contraire.



Circuits Magnétiques

Application du théorème d'Ampère

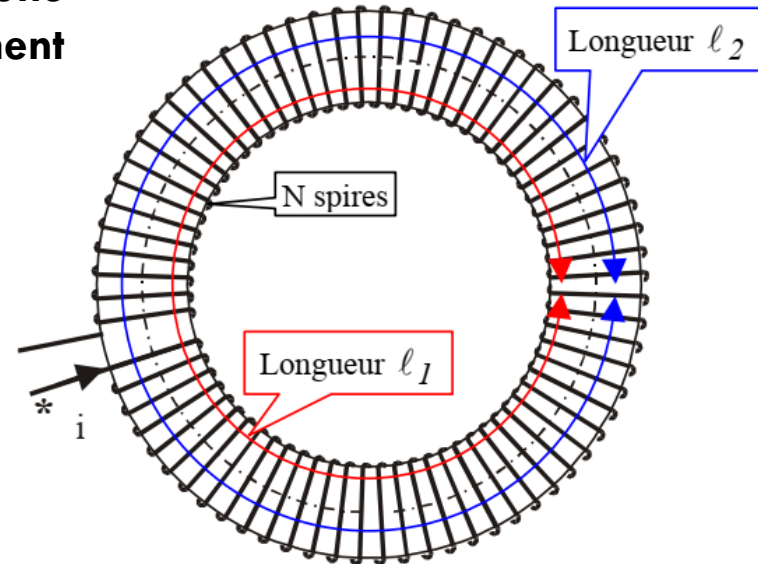
On note \vec{H}_1 la valeur du champ d'induction sur la ligne d'induction de longueur l_1 et la valeur du champ d'induction \vec{H}_2 sur la ligne d'induction de longueur l_2 .

Etape 1 : Découpons la ligne d'induction l_1 en une multitude de petits éléments (théoriquement infiniment petits).

Etape 2 : Puis considérons un petit élément $d\vec{l}$ de celle-ci. Sur cet élément $d\vec{l}$, l'induction \vec{B} est colinéaire à $d\vec{l}$.

\vec{B} et \vec{H} sont de même direction donc :

$$\oint_{(l)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_{(l)} H \cdot dl = H \cdot l$$



Circuits Magnétiques

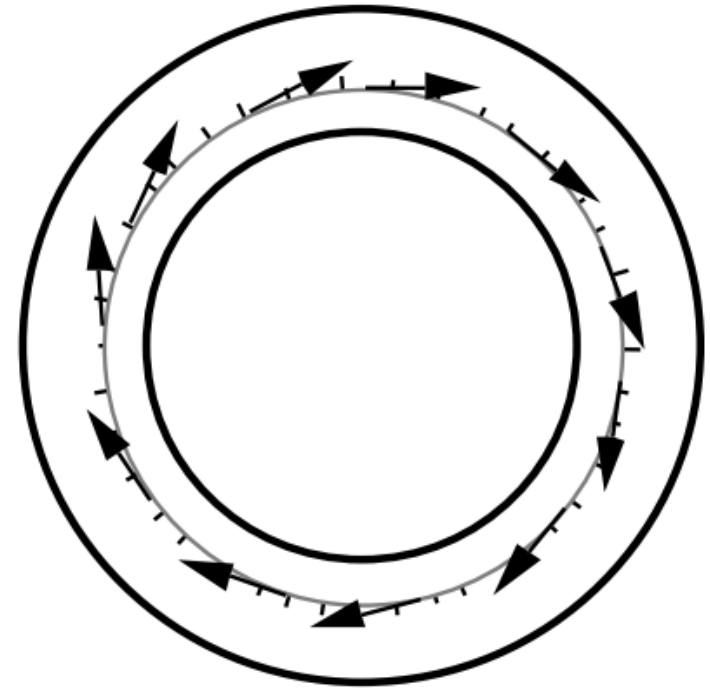
Application du théorème d'Ampère

Appliquons donc Théorème d'Ampère au circuit fermé que constitue la lignes d'induction l_1 et l_2 pour trouver \vec{H}_1 et \vec{H}_2

$$H_1 = \frac{NI}{l_1} \qquad H_2 = \frac{NI}{l_2}$$

Sachant que : $l_2 > l_1$

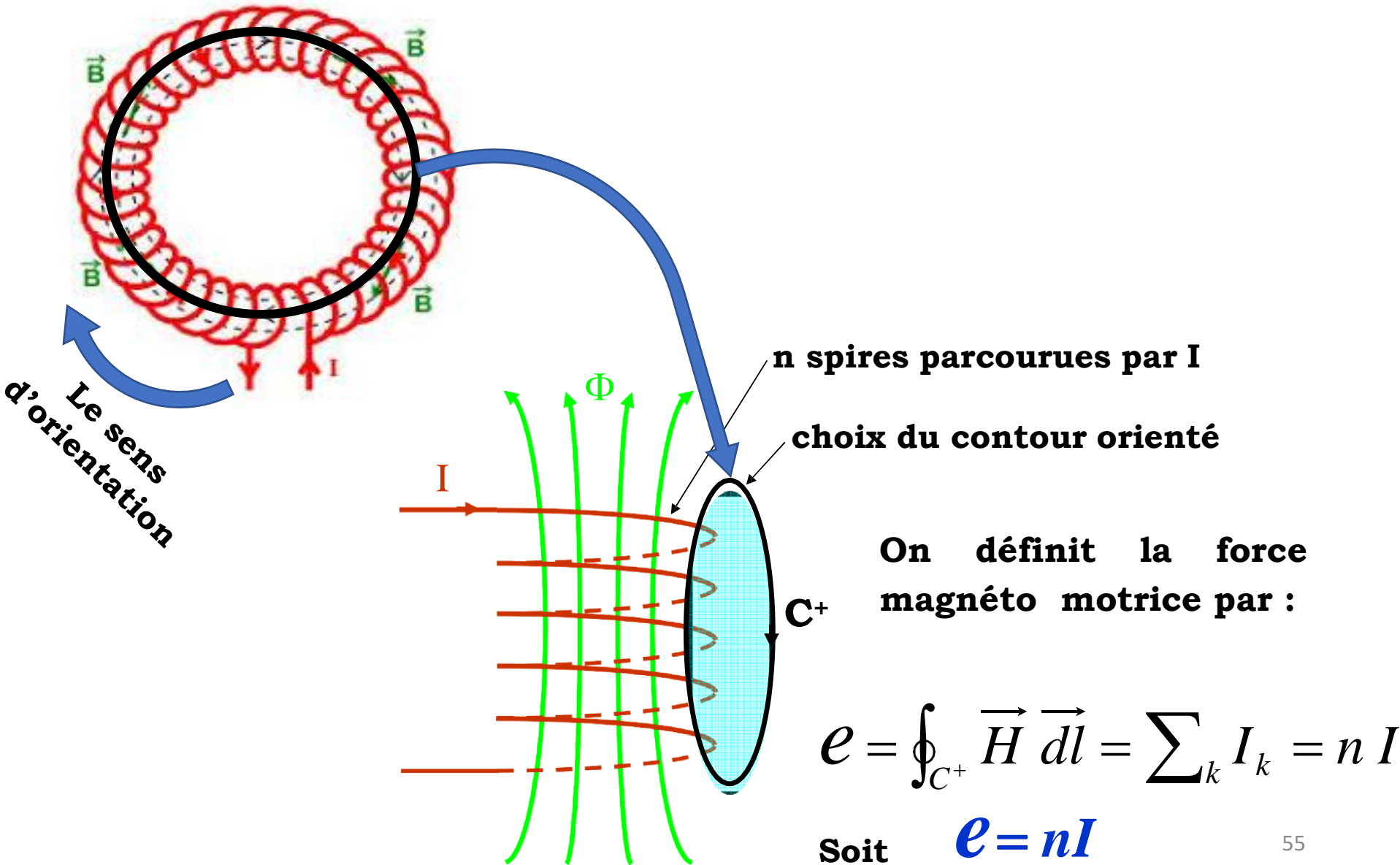
on en déduit que : $H_1 > H_2$



Pour minimiser la différence entre H_1 et H_2 , on appliquera le théorème d'ampère à une ligne d'induction moyenne (appelée fibre moyenne).

Circuits Magnétiques

Force Magnéto Motrice : Application à un bobinage

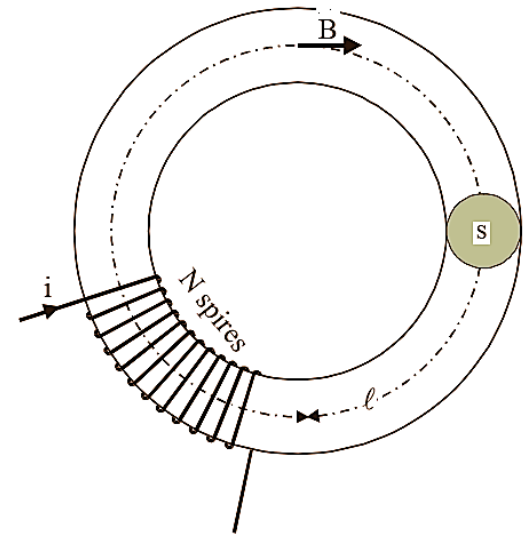


Circuits Magnétiques

Exercice d'application : Théorème d'Ampère

Considérons deux tores de mêmes dimensions; l'un est en acier doux et l'autre est en fonte. La fonte et l'acier doux sont des matériaux ferromagnétiques qui dans le cas présent seront considérés isotropes. La distance entre le centre de tore et la ligne moyenne est 9,94 cm.

Chaque tore est équipé d'un bobinage parcouru par un courant i . Ce bobinage est supposé "sans fuites", c'est à dire que le tore constitue un tube d'induction. La résistance du bobinage est négligée.



Question:

Déterminer, dans chaque cas, le nombre de spires nécessaires pour obtenir une induction magnétique B de 1T à l'intérieur du tore avec un courant de 1,5A.

(Pour une induction de 1T le champ d'excitation magnétique est de 500A/m pour l'acier doux et de 12500A/m pour la fonte).

Circuits Magnétiques

Différence de potentiel magnétique

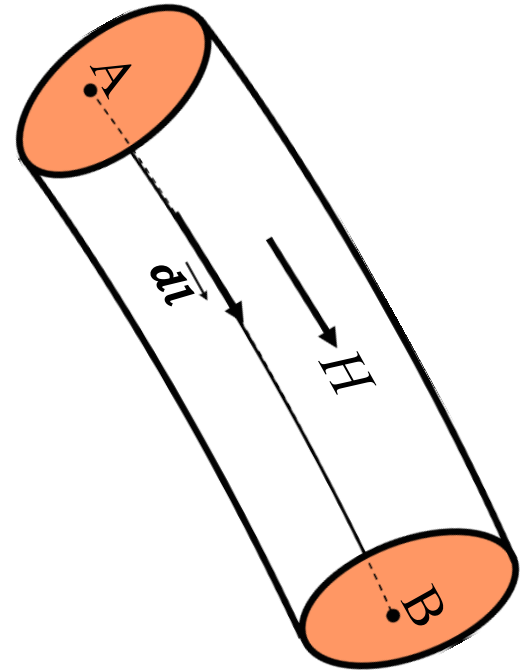
Sur un tronçon de C.M.P.F

On suppose le matériau

- Homogène
- Isotrope
 - Alors μ est scalaire

On appelle ddp magnétique scalaire :

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{H} \cdot \vec{dl}$$



Réductance

- l'aptitude d'un circuit magnétique à s'opposer à sa pénétration par un champ magnétique.
- La réductance est une quantité qui caractérise la "résistance" du circuit magnétique au passage du flux.
- L'inverse de la réductance est appelée perméance magnétique.

Circuits Magnétiques

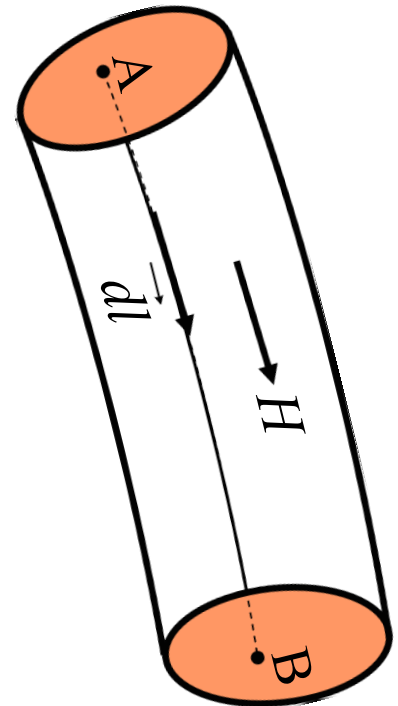
Réductance

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{H} d\vec{l}$$

Avec μ scalaire on a : $B = \mu H$

$$V_A - V_B = \int_A^B \frac{\vec{B}}{\mu} d\vec{l} = \int_A^B \frac{B}{\mu} dl = \int_A^B \frac{\phi}{\mu S} dl$$

$$V_A - V_B = \phi \frac{1}{\mu} \frac{1}{S} \int_A^B dl = \phi \frac{1}{\mu} \frac{l_{AB}}{S}$$



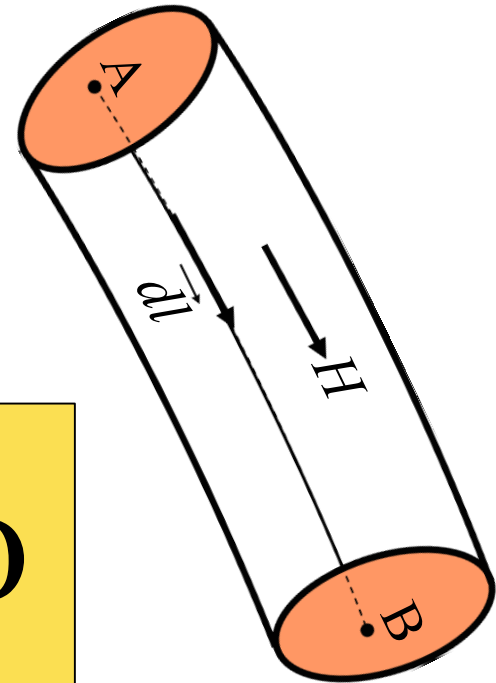
Circuits Magnétiques

Réductance

$$V_A - V_B = \phi \frac{1}{\mu} \frac{l_{AB}}{S}$$

$$V_A - V_B = \mathcal{R}_{AB} \phi$$

Avec : $\mathcal{R}_{AB} = \frac{1}{\mu} \frac{l_{AB}}{S}$ (En At/Wb)



La réductance d'un circuit magnétique dépend de la géométrie du CM.

Réductance équivalente d'un entrefer

- La réductance d'un entrefer de faible épaisseur est donnée par

$$\mathcal{R} = \frac{e}{\mu_0 S}$$

- Si l'épaisseur de l'entrefer est grande, il n'est plus possible de considérer que les lignes de champ magnétique restent perpendiculaires à l'entrefer.

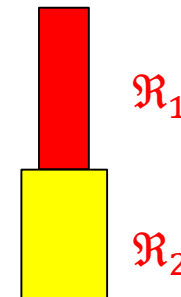
Circuits Magnétiques

Réductance d'un circuit magnétique de forme complexe

On décompose le circuit magnétique à des parties homogènes, c'est-à-dire de même section.

- **Association en série** : Lorsque deux tronçons homogènes ayant respectivement pour réductance \mathcal{R}_1 et \mathcal{R}_2 se succèdent, la réductance de l'ensemble est :

$$\mathcal{R}_{\text{serie}} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2$$

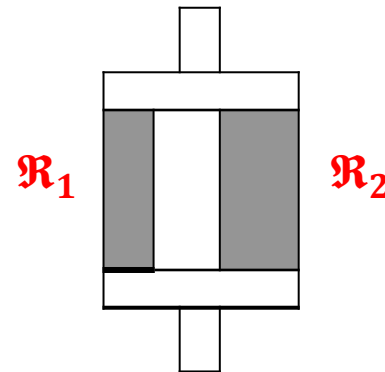


Circuits Magnétiques

Réductance d'un circuit magnétique de forme complexe

- **Association en parallèle** : Lorsque deux tronçons homogènes ayant respectivement pour réductance \mathcal{R}_1 et \mathcal{R}_2 sont placés côte à côte, la réductance de l'ensemble est :

$$\frac{1}{\mathcal{R}_{//}} = \frac{1}{\mathcal{R}_1} + \frac{1}{\mathcal{R}_2}$$



Circuits Magnétiques

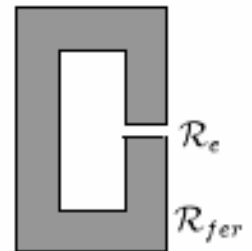
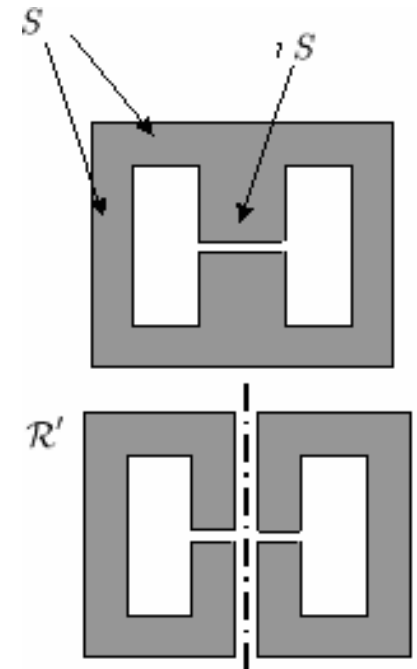
Exemple : Réductance d'un circuit magnétique de forme complexe

Pour calculer sa réductance, on commence par considérer qu'il est constitué de **deux circuits magnétiques** de forme simple accolés l'un contre l'autre, donc en parallèle. On peut alors écrire :

$$\mathcal{R} = \frac{\mathcal{R}'\mathcal{R}'}{2\mathcal{R}'}$$

Avec :

$$\mathcal{R}' = \mathcal{R}_e + \mathcal{R}_{fer}$$

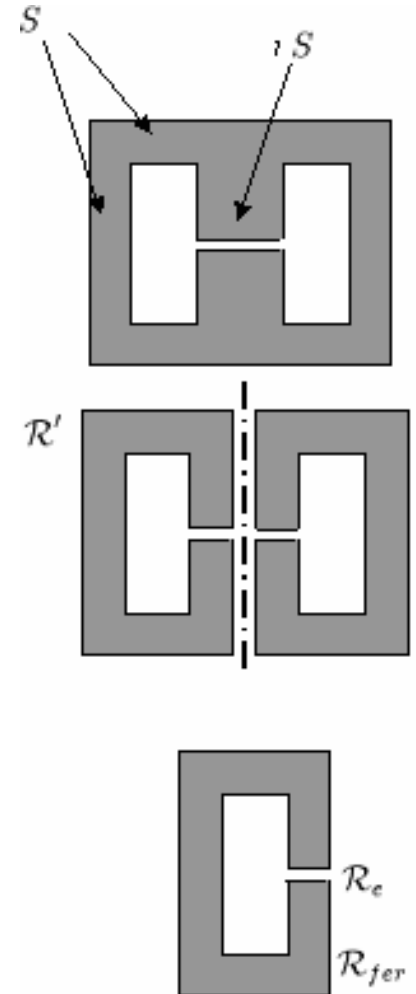


Circuits Magnétiques

Exemple : Réductance d'un circuit magnétique de forme complexe

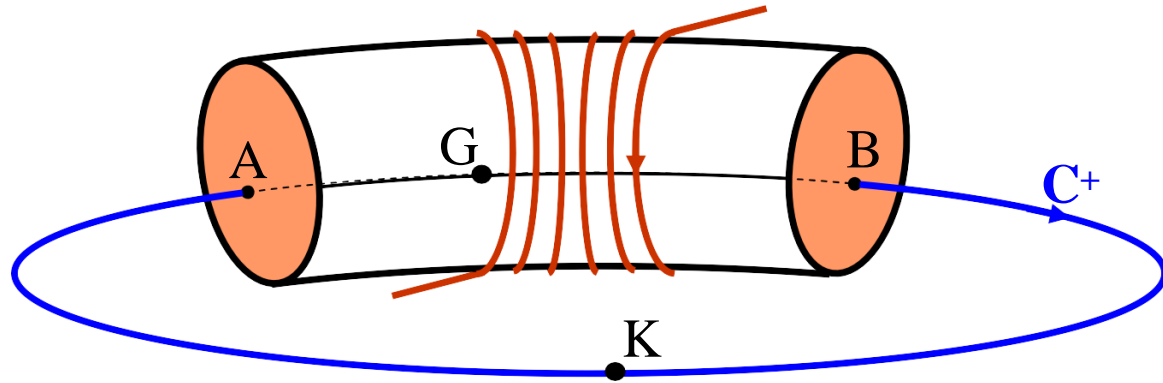
La réductance \mathcal{R} recherchée est donc égale à :

$$\mathcal{R} = \frac{1}{2S} \left(\frac{e}{\mu_0} + \frac{l_{fer}}{\mu_{fer}\mu_0} \right)$$



Circuits Magnétiques

Loi d'Hopkinson



$$\oint_{C^+} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{AGB} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{BKA} \vec{H} \cdot d\vec{l} = NI = e$$

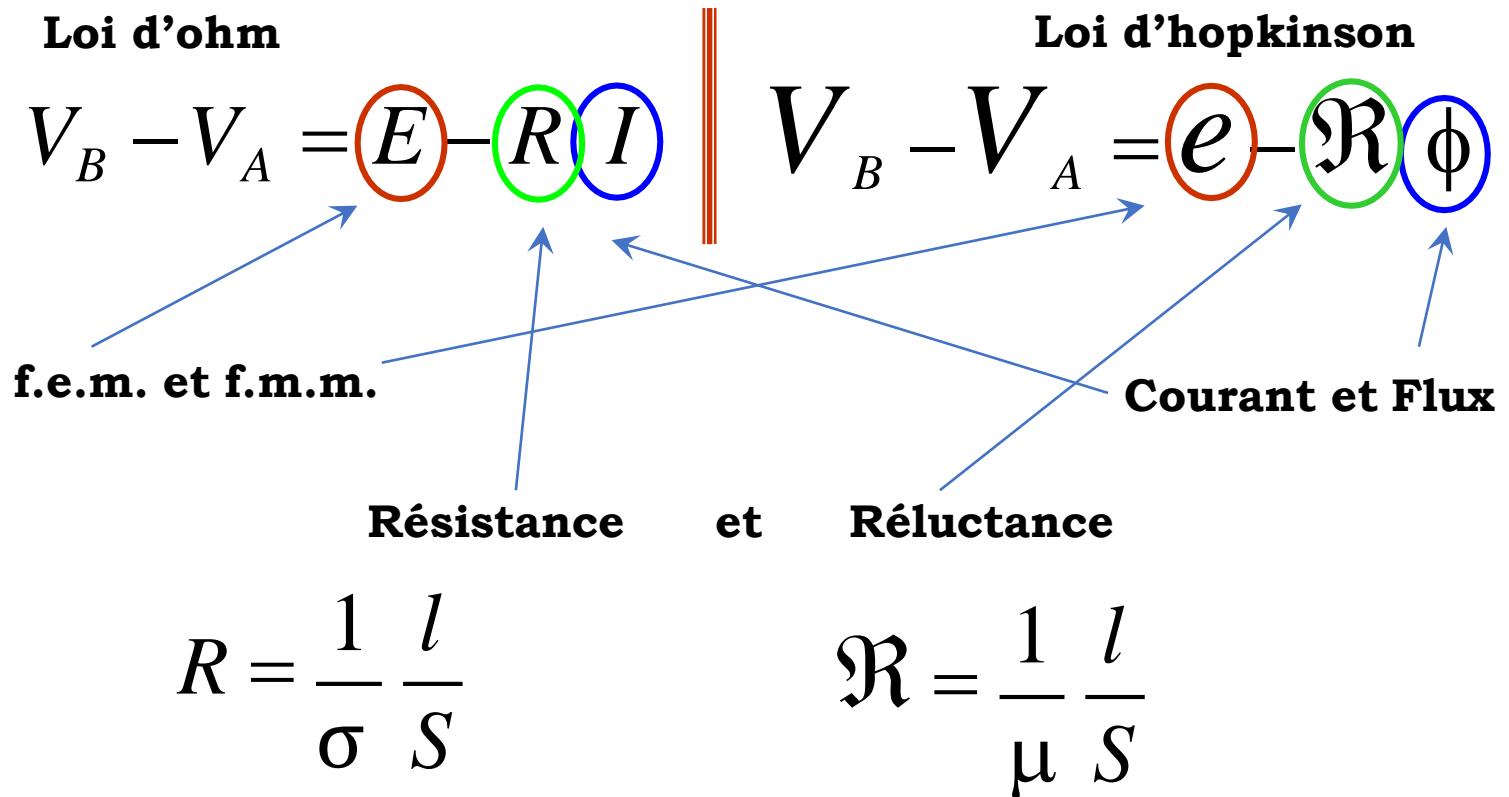
$$\mathcal{R}_{AB} \cdot \phi = V_A - V_B$$

Loi d'Hopkinson

$$V_A - V_B = e - \mathcal{R}_{AB} \phi$$

Circuits Magnétiques

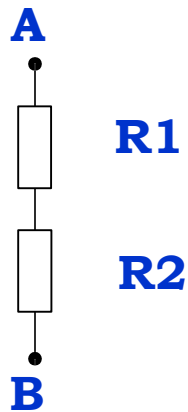
Analogie Electrique



Circuits Magnétiques

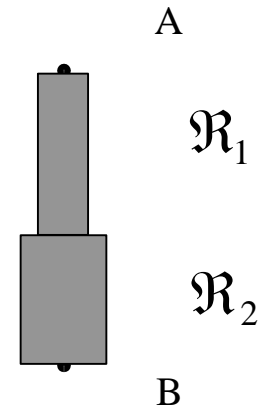
Analogie Electrique

Résistances en Série



$$R_{AB} = R_1 + R_2$$

Ré reluctances en série

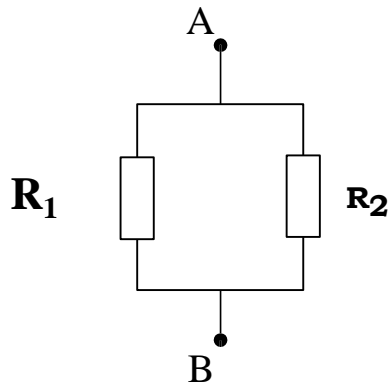


$$\mathcal{R}_{AB} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2$$

Circuits Magnétiques

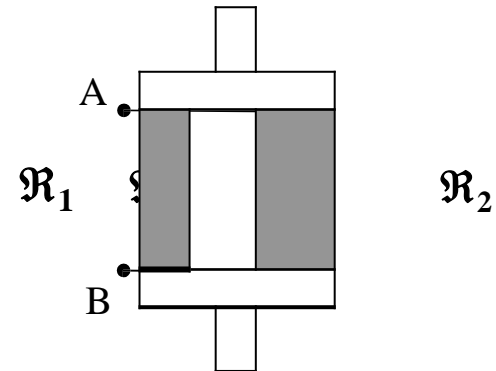
Analogie Electrique

Résistances en Parallèle



$$1/R_{AB} = 1/R_1 + 1/R_2$$

Ré reluctances en Parallèle



$$1/\mathcal{R}_{AB} = 1/\mathcal{R}_1 + 1/\mathcal{R}_2$$

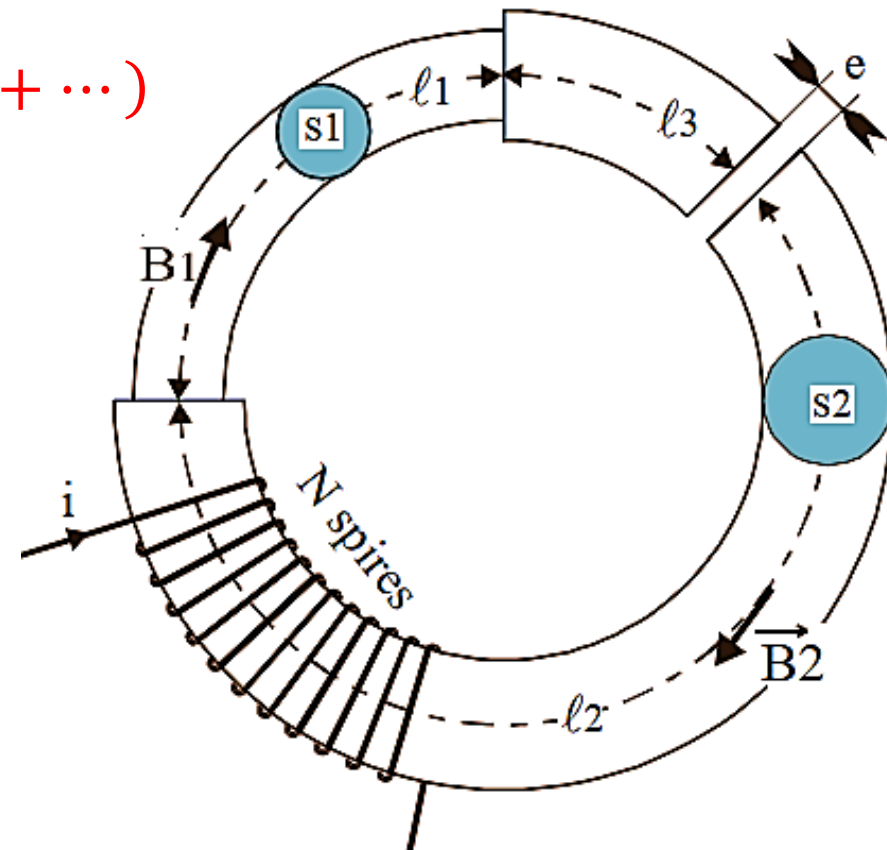
Circuits Magnétiques

Circuit magnétique série

Le « fer » du circuit magnétique est constitué de trois parties numérotées 1, 2 et 3. L'indice pour l'entrefer sera « o ».

$$Ni = \varphi (\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_e + \dots)$$

$$Ni = \varphi \sum \mathcal{R}_n$$



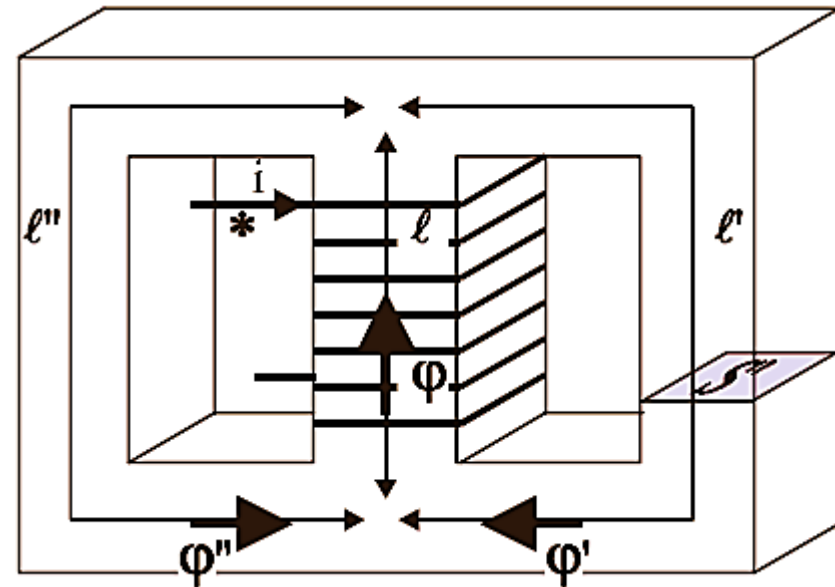
Circuits Magnétiques

Circuit magnétique parallèle

Ce circuit magnétique est constitué de trois morceaux de longueur l , l' et l'' ; de section S , S' et S'' ; de perméabilité magnétique μ , μ' et μ'' ;

$$Ni = \sum \mathcal{R}_n \varphi_n \quad \text{« loi des mailles »}$$

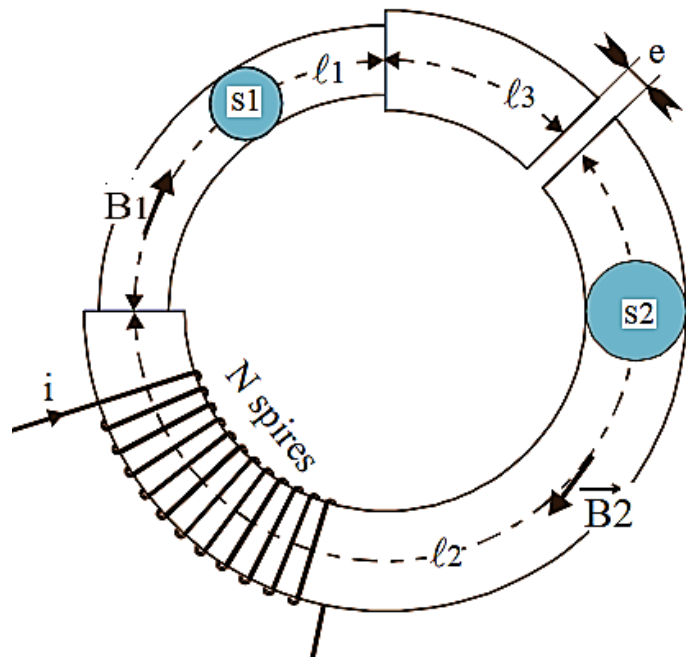
$$\varphi = \varphi'' + \varphi' \quad \text{« loi des nœuds »}$$



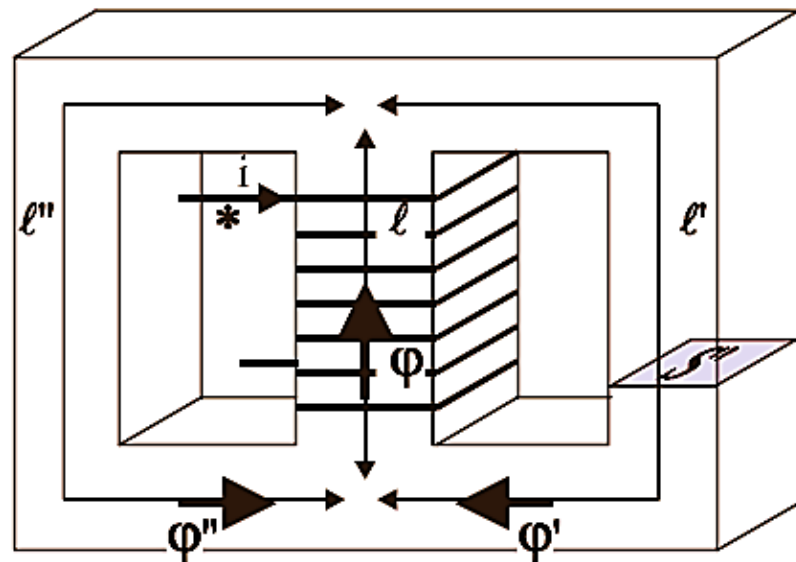
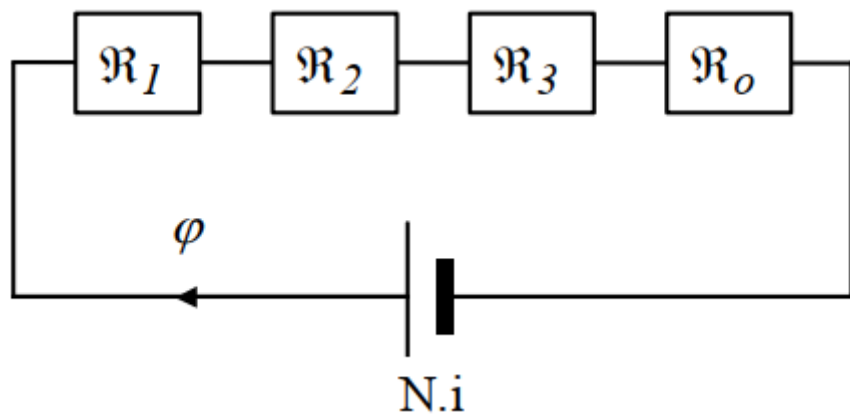
Il est donc possible de résoudre ce type de problème en utilisant une « équivalence électrique »

Circuits Magnétiques

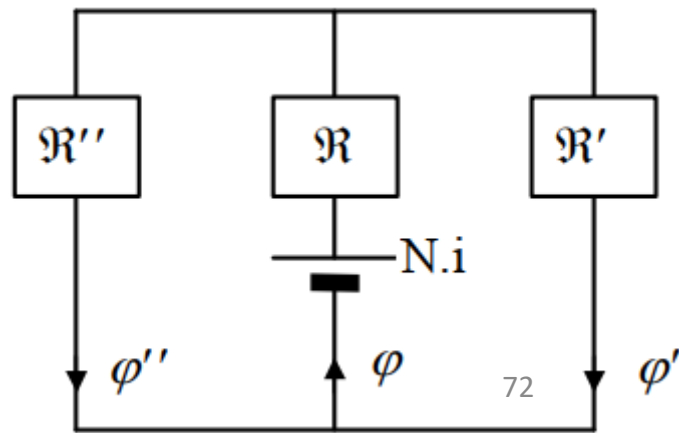
Equivalences électriques



$$Ni = \varphi \sum \mathcal{R}_n$$

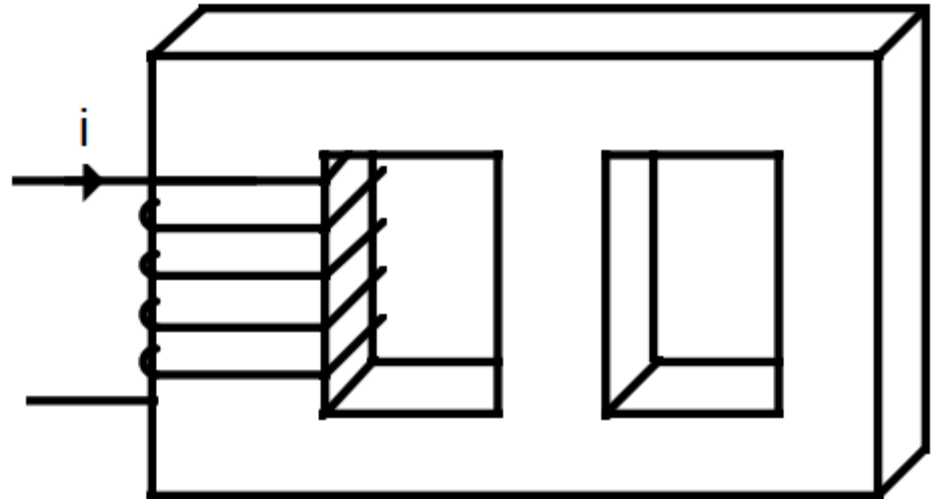
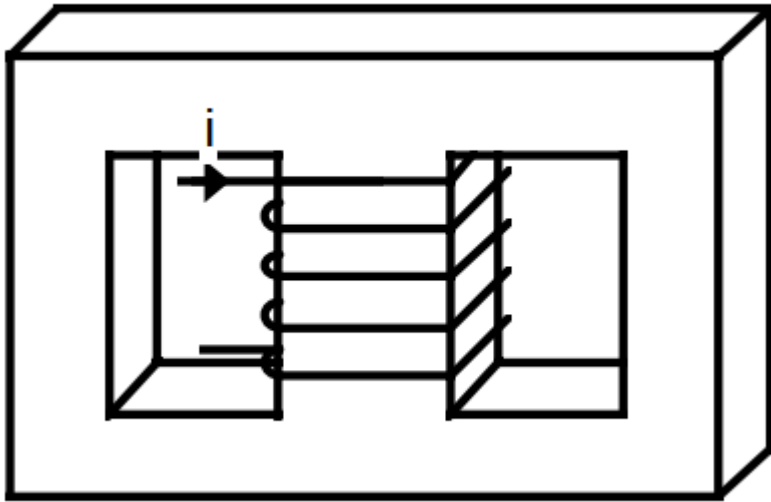


$$Ni = \sum \mathcal{R}_n \varphi_n$$



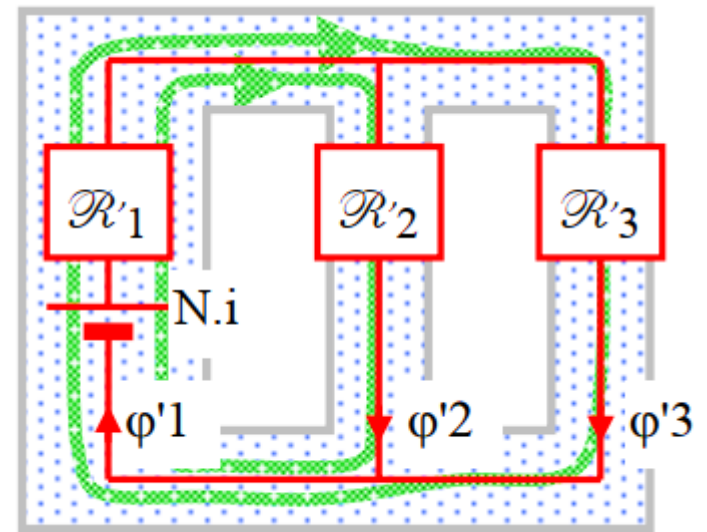
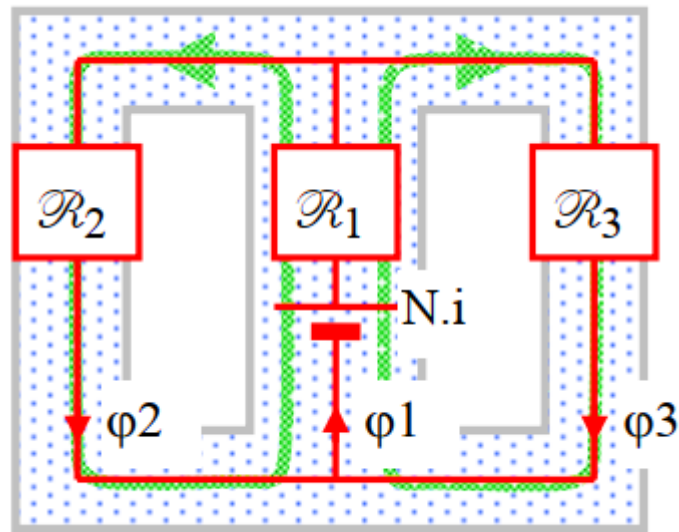
Circuits Magnétiques

Exemple



Représenter les circuits électrique équivalents de ces 2 CM ?

Circuits Magnétiques



Circuits Magnétiques

Limites de l'analogie formelle

Linéarité

$\sigma = C^{te}$ \longrightarrow Equations électriques linéaires

$\mu \neq C^{te}$ \longrightarrow Equations magnétiques **non-linéaires**

Fuites

σ Variable dans un rapport 10^{30}

μ Variable dans un rapport 10^5

Le meilleur des isolants magnétiques

(le vide) crée des fuites

Circuits Magnétiques

Matériaux Magnétiques

$$V_A - V_B = \mathfrak{R}_{AB} \phi$$

Avec: $\mathfrak{R}_{AB} = \frac{1}{\mu} \frac{l_{AB}}{S}$ (En At/Wb)

Remarque : on définit la perméabilité relative μ_r par rapport à celle du vide μ_0 en écrivant :

$$\mu = \mu_0 \mu_r \text{ et } \mu_0 = 4\pi 10^{-7}$$

Nécessité de μ la plus grande possible (pour obtenir ϕ élevé avec une faible f.m.m)

Inductance propre, de fuite et commune

Imperfections d'un bobinage :

- **Résistance des conducteurs,**
- **Fuite d'induction dans le circuit magnétique,**
- **Non-linéarités dues à la saturation ou influence des pertes fer.**

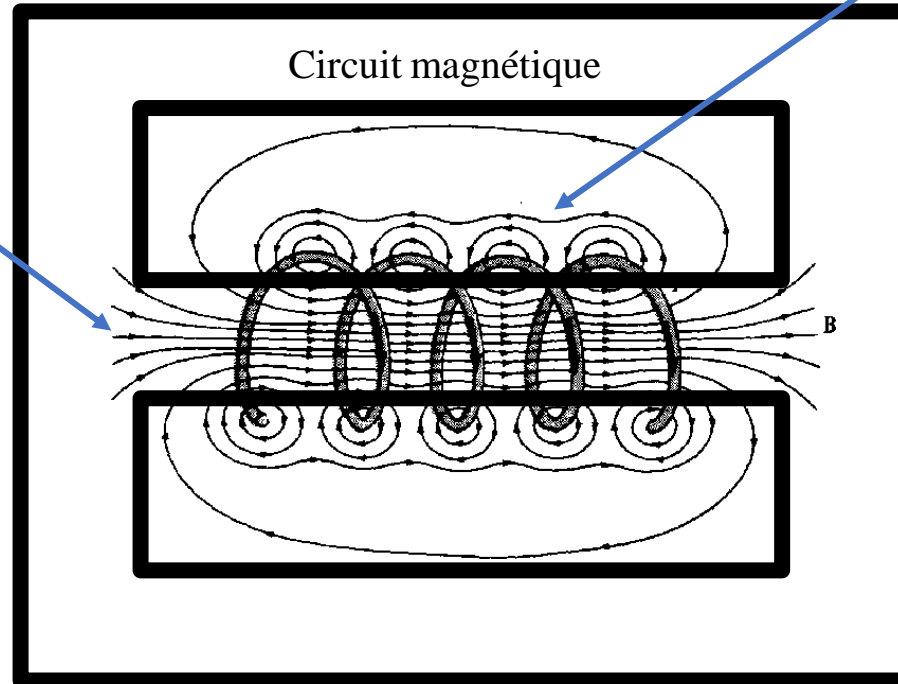
Circuits Magnétiques

Inductances

Flux de Fuites
dans l'air

Car μ_r n'est pas infini

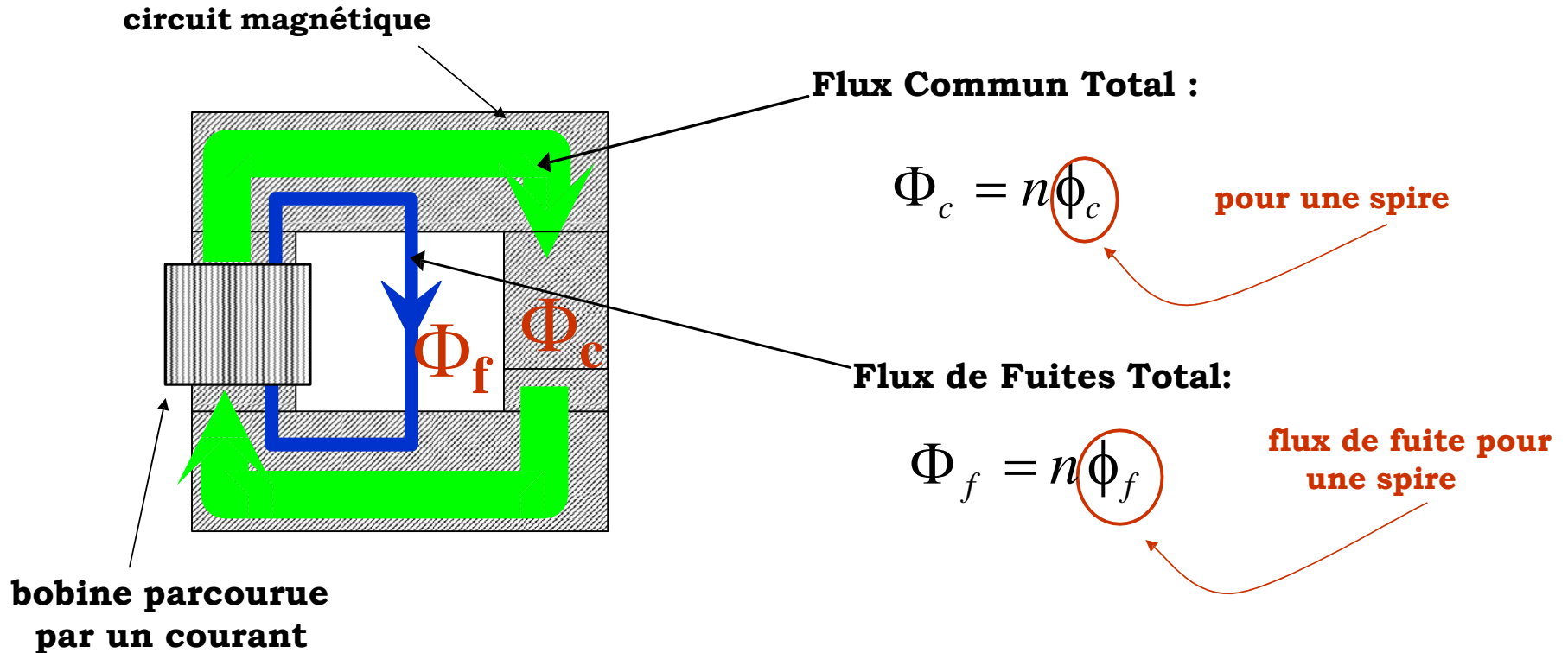
Flux commun
dans le circuit



- Le **flux commun ou principal** : les lignes de champ d'induction qui se ferment complètement dans le circuit magnétique.
- Le **flux de fuites** : les lignes de champ d'induction qui s'échappent du circuit magnétique.

Circuits Magnétiques

Inductances propres Phénomène des fuites



Le flux total traversant l'enroulement :

$$\Phi = \Phi_c + \Phi_f$$

Inductances propres

Définition

Inductance propre totale:

$$\Phi = \Phi_c + \Phi_f$$

$$L = \frac{\Phi}{i}$$

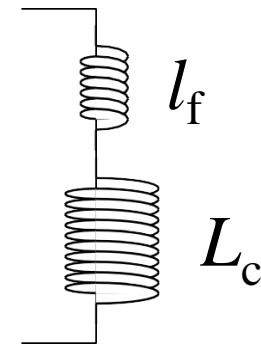
Inductance de fuites:

$$l_f = \frac{\Phi_f}{i}$$

Inductance du tube de flux commun:

$$L_c = \frac{\Phi_c}{i}$$

D'où la modélisation d'une bobine à noyau magnétique :



Relation aux réluctances

Inductance de fuites:

$$l_f = \frac{\Phi_f}{i} = \frac{n\phi_f}{i} = \frac{n}{i} \frac{ni}{\mathcal{R}_f}$$

donc

$$l_f = \frac{n^2}{\mathcal{R}_f}$$

Inductance du tube de flux commun:

$$L_c = \frac{\Phi_c}{i} = \frac{n\phi_c}{i} = \frac{n}{i} \frac{ni}{\mathcal{R}_c}$$

donc

$$L_c = \frac{n^2}{\mathcal{R}_c}$$

Inductance totale:

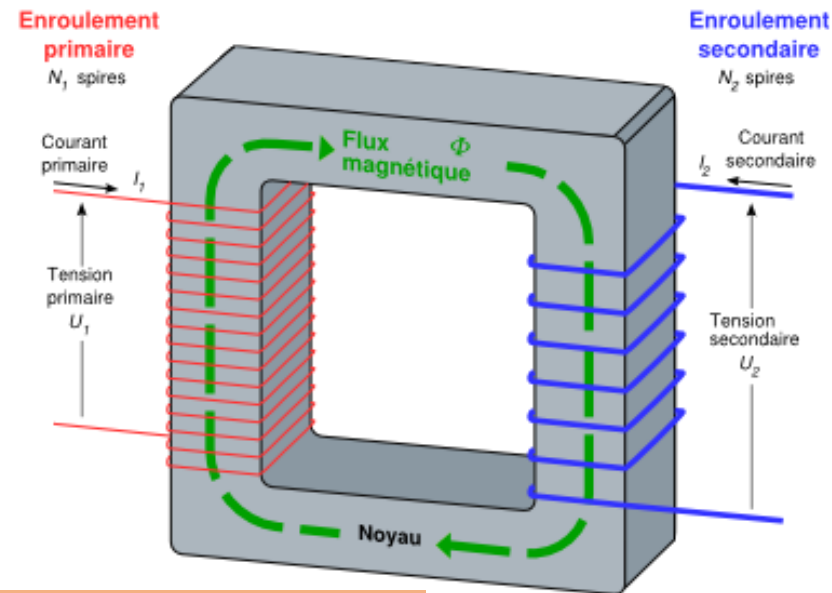
$$L = L_c + l_f$$

Circuits Magnétiques

Bobines couplées magnétiquement

- Bobines ne sont pas isolées,
- Elles s'influencent mutuellement par l'intermédiaire du champ d'induction magnétique.

Si on fait passer un courant dans la première, la seconde sera soumise à un champ d'induction magnétique, et donc traversée par un flux.... et réciproquement.

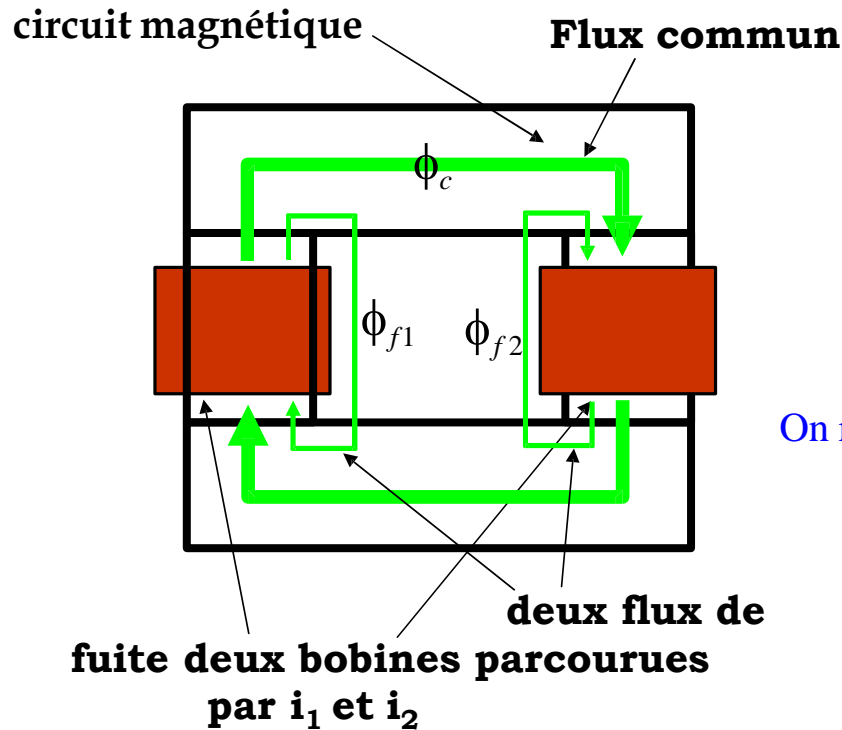


il y a donc influence "**mutuelle**" entre les deux bobines.

Circuits Magnétiques

Inductances propres et mutuelles

Inductance mutuelle



• i_1 et i_2 créent des $At > 0$

• Lois d'Hopkinson:

$$\begin{cases} \mathcal{R}_c \phi_c = n_1 i_1 + n_2 i_2 \\ \mathcal{R}_{f1} \phi_{f1} = n_1 i_1 \\ \mathcal{R}_{f2} \phi_{f2} = n_2 i_2 \end{cases}$$

On reporte

• Flux totaux

$$\begin{cases} \Phi_1 = n_1 (\phi_c + \phi_{f1}) \\ \Phi_2 = n_2 (\phi_c + \phi_{f2}) \end{cases}$$

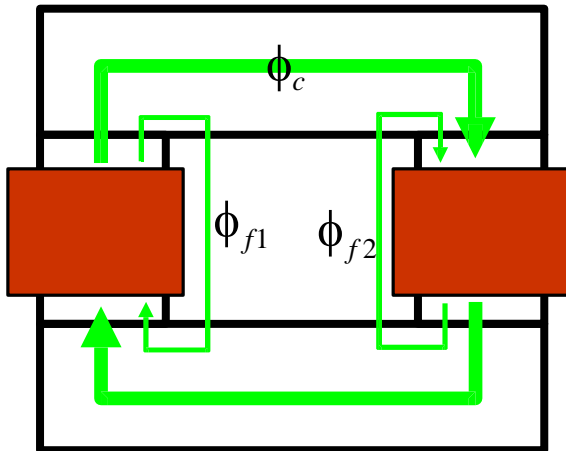
Inductances propres et mutuelles

Inductance mutuelle

reprise des équations précédentes

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R}_c \phi_c = n_1 i_1 + n_2 i_2 \\ \mathcal{R}_{f1} \phi_{f1} = n_1 i_1 \\ \mathcal{R}_{f2} \phi_{f2} = n_2 i_2 \end{array} \right.$$

et : $\Phi_1 = n_1 (\phi_c + \phi_{f1})$



$$\Phi_1 = n_1 \left(\frac{n_1 i_1}{\mathcal{R}_c} + \frac{n_2 i_2}{\mathcal{R}_c} + \frac{n_1 i_1}{\mathcal{R}_{f1}} \right)$$

$$\Phi_1 = \underbrace{\left(\frac{n_1^2}{\mathcal{R}_c} \right)}_{L_c} i_1 + \underbrace{\left(\frac{n_1^2}{\mathcal{R}_{f1}} \right)}_{l_{f1}} i_1 + \underbrace{\left(\frac{n_1 n_2}{\mathcal{R}_c} \right)}_{M_{12}} i_2$$

Inductances propres et mutuelles

Inductance mutuelle

$$M_{12} = M_{21} = \frac{n_1 n_2}{\mathcal{R}_c} = \sqrt{L_{1c} L_{2c}}$$

L'inductance mutuelle est un coefficient permettant de mesurer l'influence d'une bobine sur une autre.

Inductances propres et mutuelles

Inductance mutuelle

Coefficient de couplage:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

ou k est un coefficient dit de couplage, toujours inférieur à 1.

- Lorsque k est voisin de 1, le couplage est dit serré (cas de deux bobines dont les spires sont enchevêtrées).
- Lorsque, k est voisin de zéro, le couplage est dit lâche (cas de deux bobines distantes l'une de l'autre, ou dont les axes sont perpendiculaires).

CH.2 : Circuits magnétiques

Energie magnétique

Circuits Magnétiques

Energie magnétique

- Si une bobine reçoit une énergie électrique elle transforme cette énergie vers énergie magnétique....

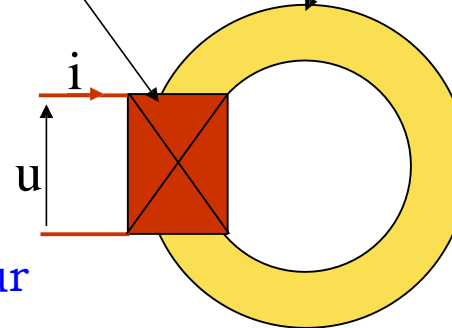
$$dW_{el} = dW_{mag} \quad \leftarrow$$

bobine de R nulle

circuit magnétique

$$\left\{ \begin{array}{l} dW_{el} = u i dt \\ u = e = \frac{d\Phi}{dt} \end{array} \right.$$

+ car convention récepteur



$$\text{notation : } \Phi = n \varphi$$

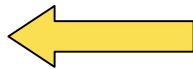
$$\text{Alors: } dW_{mag} = u i dt = \frac{d\Phi}{dt} i dt = i d\Phi$$

$$dW_{mag} = i d\Phi = n i d\varphi$$

Circuits Magnétiques

Energie magnétique

$$dW_{el} = dW_{mag}$$

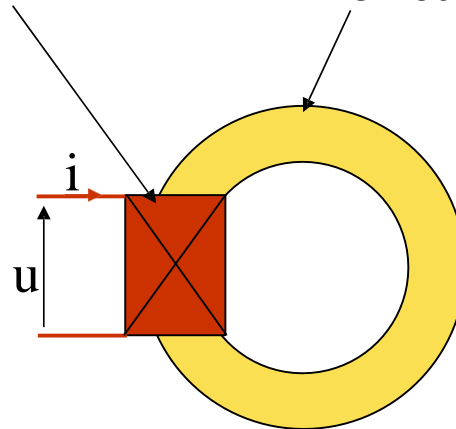


Bobine de R nulle

Circuit magnétique

$$\left\{ \begin{array}{l} dW_{el} = u i dt \\ u = e = \frac{d\Phi}{dt} \end{array} \right.$$

$$dW_{mag} = u i dt = \frac{d\Phi}{dt} i dt = i d\Phi$$



Ou encore dans un CMPF :

En posant

$$\left\{ \begin{array}{l} H l = n i \\ \Phi = n \phi \\ \phi = B S \end{array} \right. \quad dW_{mag} = i d\Phi = \frac{H l}{n} d(n B S) = S l H dB$$

CH.3 : Bobine à noyau de fer

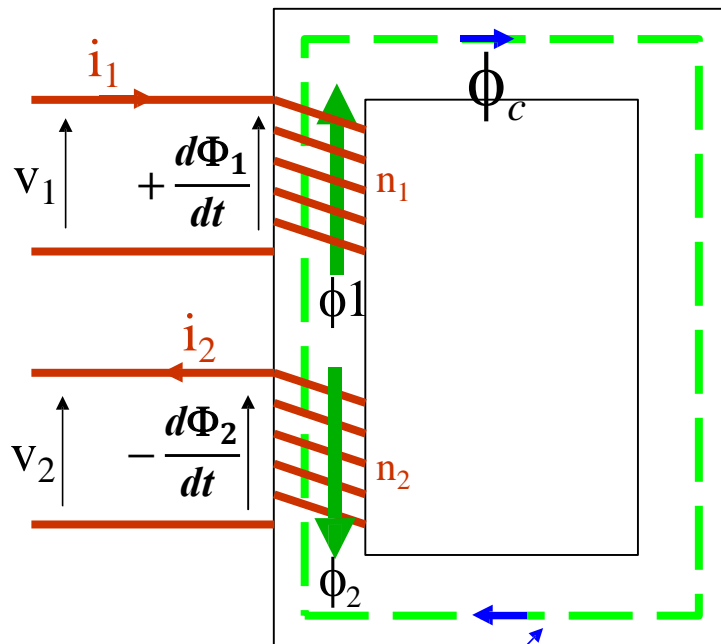
• Plan

- ❑ **conventions et notations**
- ❑ **Equations générales de fonctionnement**
- ❑ **Transformateur parfait**
- ❑ **Transformateur réel a vide et en charge**
- ❑ **Schéma équivalent et diagramme de Fresnel**

Bobine à noyau de fer

Conventions, notations

Un circuit de 2 bobinages de n_1 et n_2 spires (primaire, secondaire)



circuit magnétique

- Sens de i_1 arbitraire et convention récepteur
Sens du flux déterminé par le sens de i_1

$$i_1 > 0 \Leftrightarrow \Phi_c > 0$$

- f.c.e.m. au primaire (avec le convention récepteur)

$$e_1 = + \frac{d\Phi_1}{dt}$$

- Sens de i_2 tel que : $i_2 > 0 \Leftrightarrow \Phi_c < 0$

Convention générateur au secondaire

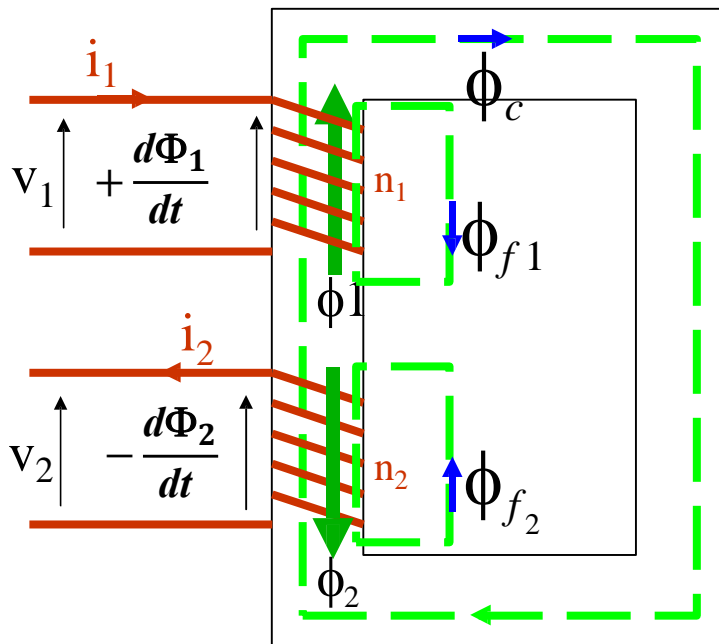
donc f.e.m. au secondaire :

$$e_2 = - \frac{d\Phi_2}{dt}$$

Bobine à noyau de fer

Expression des flux

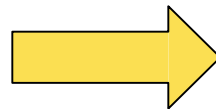
Avec les convention choisit, les équations du transformateur s'écrivent :



$$\begin{cases} \Phi_1 = n_1 \varphi_1 \\ \Phi_2 = n_2 \varphi_2 \end{cases} \quad \text{flux par spire}$$

Flux de fuite primaire et secondaire :

$$\begin{cases} \Phi_1 = n_1 (\varphi_c + \varphi_{f1}) \\ \Phi_2 = n_2 (-\varphi_c + \varphi_{f2}) \end{cases}$$

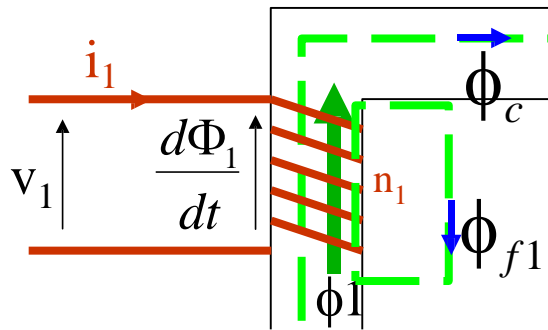


$$\begin{cases} \Phi_1 = n_1 (\varphi_c + \varphi_{f1}) = n_1 \varphi_c + \Phi_{f1} \\ \Phi_2 = n_2 (-\varphi_c + \varphi_{f2}) = -n_2 \varphi_c + \Phi_{f2} \end{cases}$$

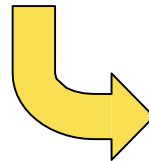
Bobine à noyau de fer

équations générales de fonctionnement

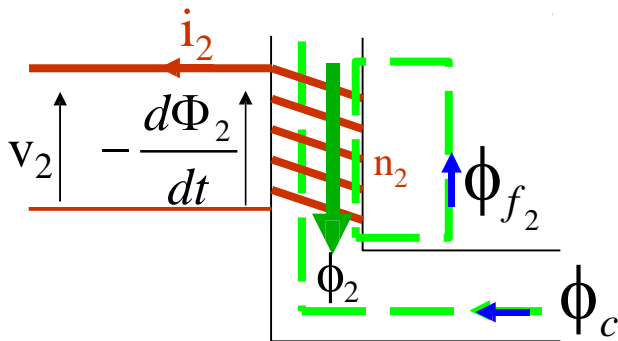
Avec les convention choisit, les équations du transformateur s'écrivent :



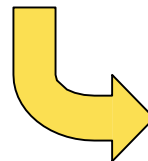
$$\begin{cases} \Phi_1 = n_1 (\phi_c + \phi_{f1}) = n_1 \phi_c + \Phi_{f1} \\ v_1 = r_1 i_1 + \frac{d\Phi_1}{dt} \end{cases}$$



$$v_1 = r_1 i_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} + n_1 \frac{d\phi_c}{dt}$$



$$\begin{cases} \Phi_2 = n_2 (-\phi_c + \phi_{f2}) = -n_2 \phi_c + \Phi_{f2} \\ v_2 = -r_2 i_2 - \frac{d\Phi_2}{dt} \end{cases}$$



$$v_2 = -r_2 i_2 - l_2 \frac{di_2}{dt} + n_2 \frac{d\phi_c}{dt}$$

Bobine à noyau de fer

équations générales de fonctionnement

En régime sinusoïdal les équations de fonctionnement du transformateur s'écrivent :

$$v_1 = r_1 i_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} + n_1 \frac{d\phi_c}{dt} \quad (1)$$

$$v_2 = -r_2 i_2 - l_2 \frac{di_2}{dt} + n_2 \frac{d\phi_c}{dt} \quad (2)$$

$$\Re \phi_c = n_1 i_1 - n_2 i_2 \quad (3)$$

$$f(v_2, i_2) = 0 \quad (4)$$

Hopkinson

Charge au secondaire

Transformateur Parfait

Bobine à noyau de fer

Transformateur Parfait

Définition :

Le transformateur parfait (ou idéal) est un transformateur pour lequel on néglige :

- les pertes par effet Joule \Leftrightarrow on considère que R_1 et R_2 sont nulles.
- les pertes magnétiques,
- la réluctance du circuit magnétique est nulle $\mathfrak{R} = 0$. Cela signifie que la perméabilité du circuit magnétique est infinie ou qu'il n'y a pas de fuites

Bobine à noyau de fer

Transformateur Parfait

résistances nulles

fuites nulles

$$v_1 = \cancel{r_1 i_1} + \cancel{l_1} \frac{\cancel{di_1}}{\cancel{dt}} + n_1 \frac{d\phi_c}{dt} \quad (1)$$

$$v_2 = -\cancel{r_2 i_2} - \cancel{l_2} \frac{\cancel{di_2}}{\cancel{dt}} + n_2 \frac{d\phi_c}{dt} \quad (2)$$

matériau parfait, $\mathbf{R}=0$

$$\cancel{\Re} \phi_c = n_1 i_1 - n_2 i_2 \quad (3)$$

Bobine à noyau de fer

Transformateur Parfait

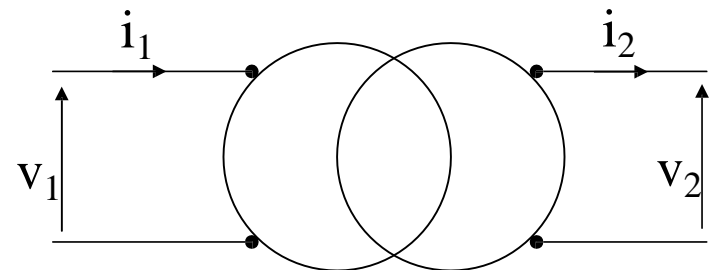
$$v_1 = n_1 \frac{d\phi_c}{dt} \quad (1)$$

$$v_2 = n_2 \frac{d\phi_c}{dt} \quad (2)$$

$$n_1 i_1 - n_2 i_2 = 0 \quad (3)$$

- **résistances des bobinages nulles**
- **fuites inexistantes**
- **Matériau magnétique idéal**

représentation symbolique :

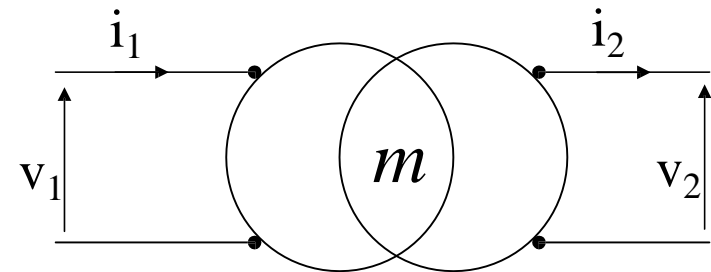


Bobine à noyau de fer

Transformateur Parfait

Rapport de transformation

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = n_1 \frac{d\phi_c}{dt} \quad (1) \\ v_2 = n_2 \frac{d\phi_c}{dt} \quad (2) \\ n_1 i_1 - n_2 i_2 = 0 \quad (3) \end{array} \right.$$



$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_2}{n_1} = m$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_2}{n_1} = m$$

Trois types :

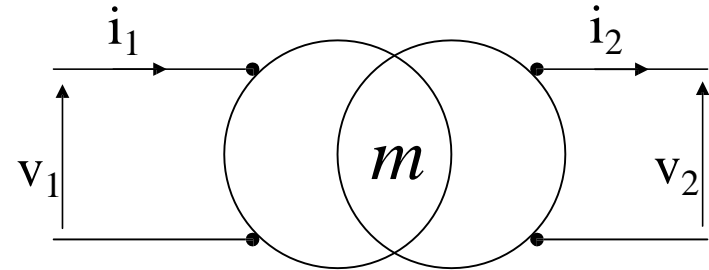
- Si $m > 1$, $v_1 < v_2$: Transformateur élévateur de tension,
- Si $m < 1$, $v_1 > v_2$: Transformateur abaisseur de tension,
- Si $m = 1$, $v_1 = v_2$: Transformateur d'isolement.

Bobine à noyau de fer

Transformateur Parfait

Conservation des puissances

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = n_1 \frac{d\phi_c}{dt} \quad (1) \\ v_2 = n_2 \frac{d\phi_c}{dt} \quad (2) \\ n_1 i_1 - n_2 i_2 = 0 \quad (3) \end{array} \right.$$



$$p_1 = v_1 i_1$$

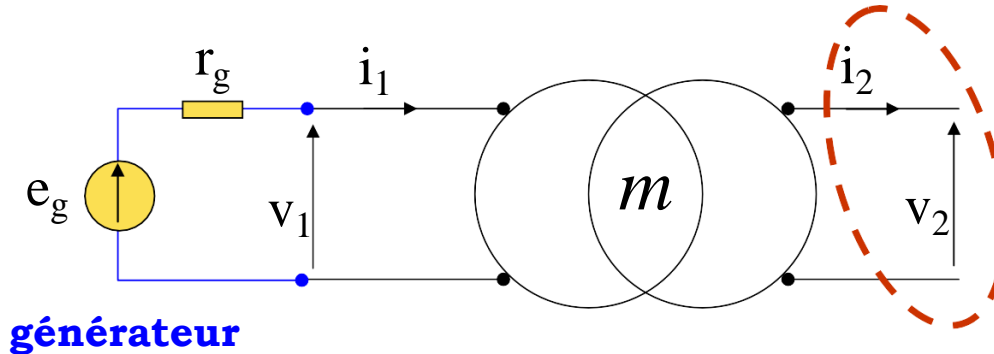
$$p_2 = v_2 i_2$$

$$\textcircled{p_2} = v_2 i_2 = (m v_1) \left(\frac{i_1}{m} \right) = v_1 i_1 = \textcircled{p_1}$$

Bobine à noyau de fer

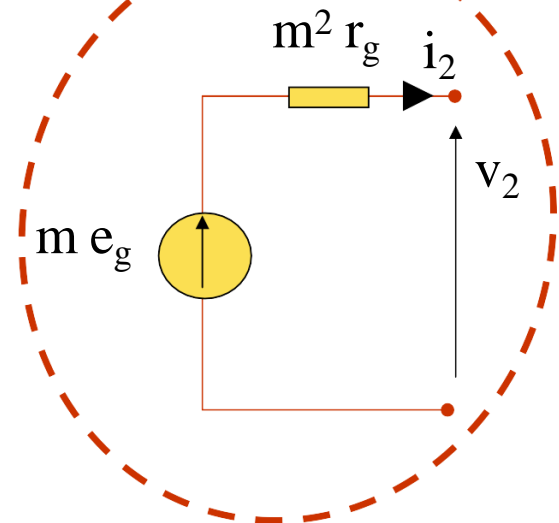
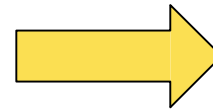
Transformateur Parfait

Schémas équivalent vu du secondaire



$$v_2 = m v_1 = m (e_g - r_g i_1)$$

$$v_2 = m e_g - m^2 r_g i_2$$

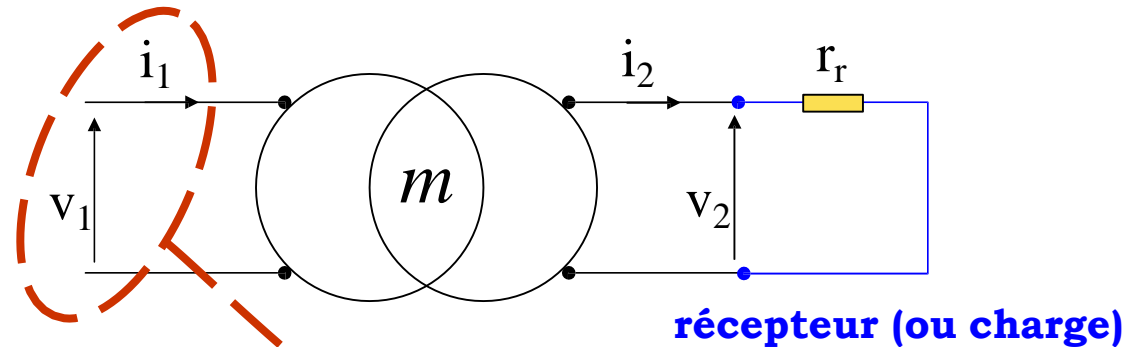


Le transformateur parfait vu du secondaire se comporte comme une source idéale de tension de f.é.m $m \cdot e_g$.

Bobine à noyau de fer

Transformateur Parfait

Schémas équivalent vu du primaire



$$v_1 = \frac{v_2}{m} = \frac{1}{m} (r_r i_2)$$

$$v_1 = \frac{r_r}{m^2} i_1$$

