Sur un élément de semelle de largeur dx , et de longueur unité dont le centre de gravité 0, est situé à la distance x de l'axe du mur, le sol exerce une réaction elementaire dR :

On a : $dR = \sigma_{sol} \times 1000 \times dx$

Comme $\sigma_{sol} = \dfrac{P}{1000\,B}$; $dR = \dfrac{P \times dx}{B}$

dR peut être decomposée en une force de compression dFc dirigée suivant l'axe oA de la biellette, et une force de traction dF dirigée suivant les armatures

Nous avons : $\dfrac{dF}{dR} = \dfrac{x}{h_0}$ (triangles semblables)

d'où dF = $dR \cdot \dfrac{x}{h_0} = \dfrac{P \cdot dx \cdot x}{B \cdot h_0}$

d'où pour l'effort de traction maximal par unité de longueur de semelle :

$$F = \int_0^{\frac{B}{2}} \frac{p}{B \times h_0} \cdot x \cdot dx = \frac{P \cdot B}{8\,h_0}$$

Les triangles ADC et BEC étant semblables, nous avons

$$\frac{DC}{AD} = \frac{EC}{BE} \longleftrightarrow \frac{B/2}{h_0} = \frac{\frac{B-b}{2}}{d} \leftrightarrow \frac{B}{h_0} = \frac{B-b}{d}$$

d'où $F = \dfrac{p\,(B-b)}{8 \cdot d}$

La section des armatures par unité de longueur de semelle aura donc pour valeur :

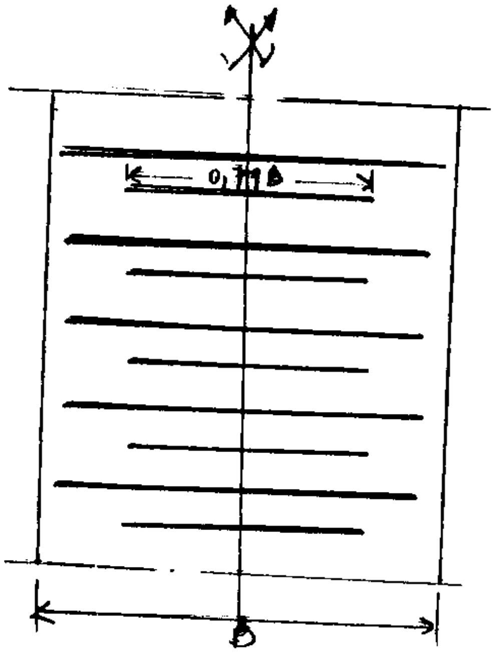
$$\rightarrow \boxed{A = \frac{p\,(B-b)}{8 \cdot d \cdot \sigma_s}}$$

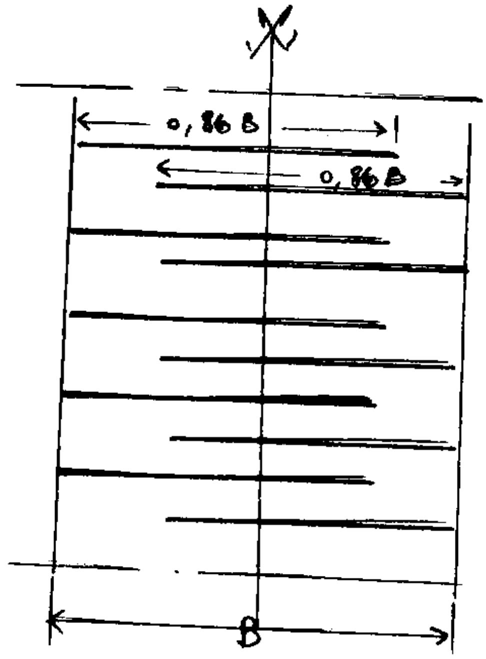
Pour déterminer la longueur des barres, en pratique, on compare la longueur de scellement $l_s = \phi/4 \times fe/\bar{\tau}_s$ à B.

Si - $l_s > B/4$: toutes les barres doivent être prolongées jusqu'aux extremités de la semelle et comporter des ancrages courbes.

- $B/8 < l_s \leqslant B/4$: toutes les barres doivent être prolongées jusqu'aux extremités de la semelle mais peuvent ne pas comporter des crochets.

- $l_s \leqslant B/8$: on n'utilise pas de crochets et on peut arrêter une barre sur deux à la longueur 0,71B ou alterner des barres de longueur 0,86B





Les armatures principales, determinées comme indiquées ci-dessus seront complètées par des armatures de repartition, parallèles à l'axe longitudinale du mur et dont la section totale pour la largeur B aura pour valeur :

$$A_1 = \frac{A \times B}{4} \quad (B \text{ en mètre})$$

Lorsqu'on utilise la méthode des bielles pour le calcul de semelles continues sous murs, il n'y a aucune verification à effectuer pour le poiçonnement, ou la contrainte du béton dans les bielles.

2°) **SEMELLE RECTANGULAIRE SOUS POTEAU** :

2.1/ **Dispositions constructives**

Une semelle rectangulaire sous pilier rectangulaire constitue un tronc de pyramide

Appelons :

P = charge à transmettre au sol
σ_{sol} = contrainte à envisager pour le sol de fondation
a et b: les dimensions du poteau ($a \leq b$)
A et B: les dimensions de la semelle à sa base.

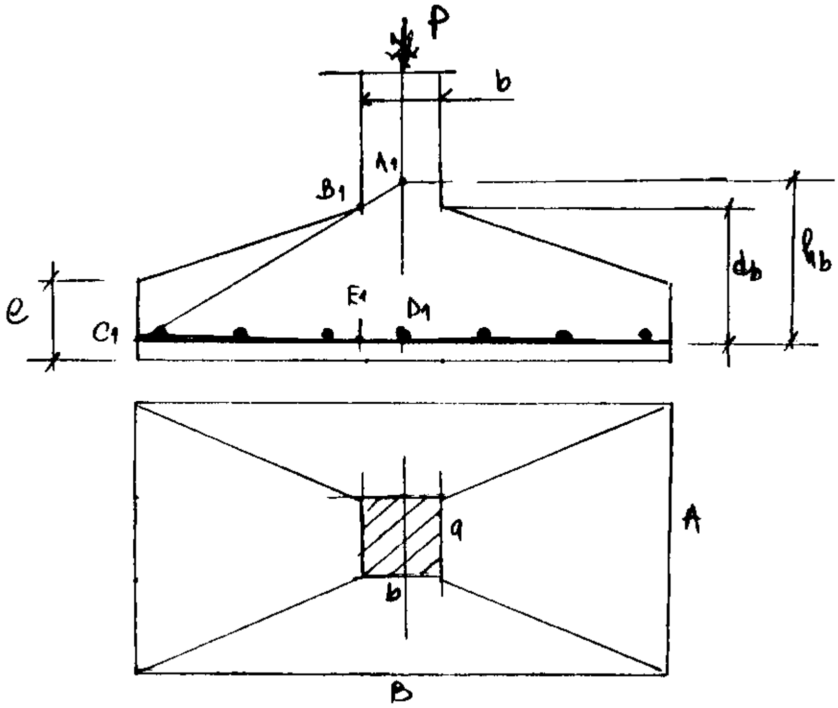
Nous devons avoir
$A \times B \times \sigma_{sol} \geq P$
Nous prenderons $A/B = a/b$: rapport homothetique
De même il faut avoir

$$A - a \geq d_b$$

$$d_a \geq \frac{B-b}{4}$$

ℓ z

$e \geq 6\phi + 6$: ϕ = diamètre des armatures, (e et ϕ en cm)



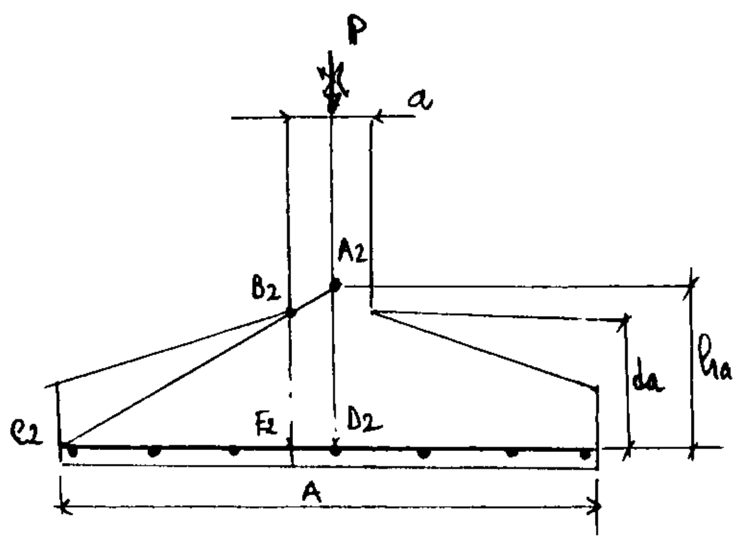
2.2/ **Méthode de calcul**

Comme dans le cas de la semelle continue, nous utiliserons la méthode des bielles.

- Le point A1 étant l'origine des bielles pour les armatures parallèles au côtés B on a alors :

$$\frac{B}{h_b} = \frac{B - b}{d_b}$$

- Si nous déterminons de la même manière, l'origine des bielles pour les armatures parallèles au côté a, nous obtenons un point A_2 et nous avons :



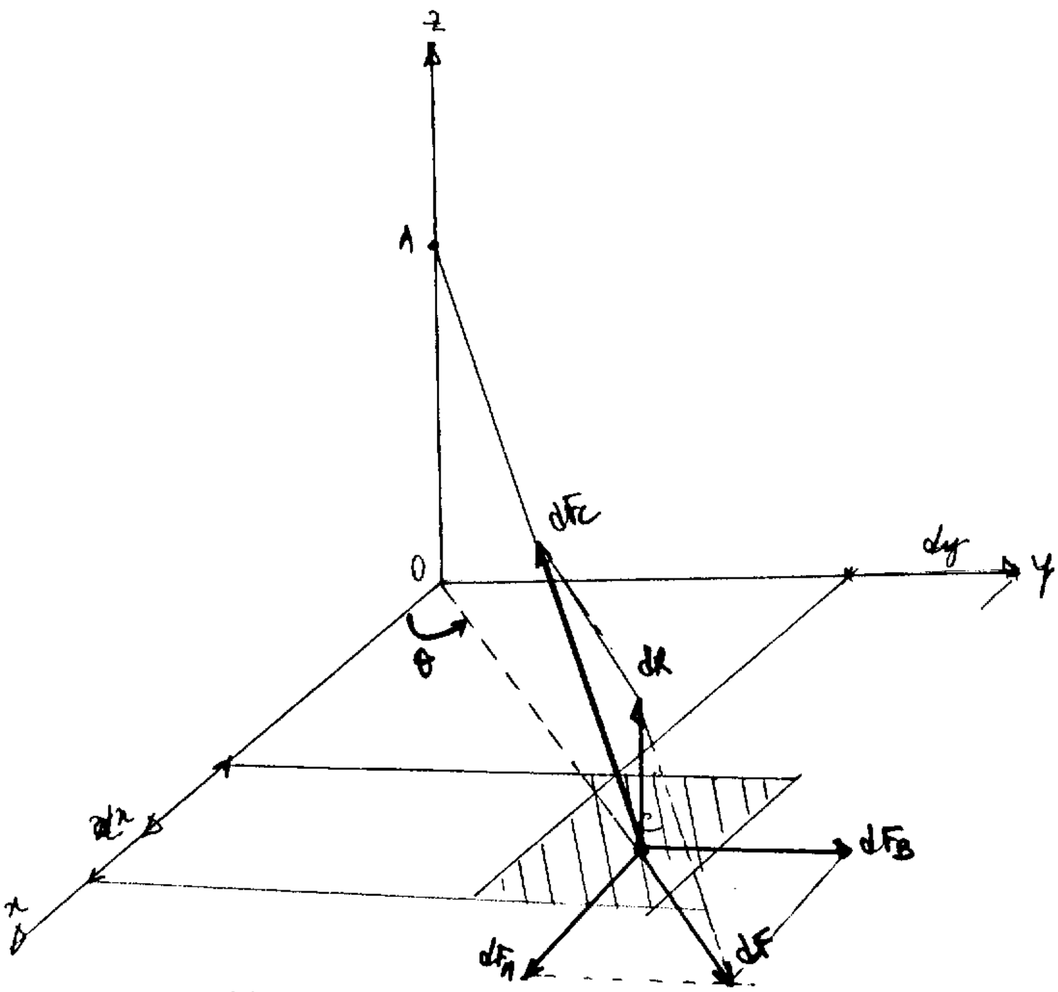
$$A/h_a = \frac{A - a}{d_a}$$

Comme $d_a \neq d_b$ et que $\left.\begin{array}{l} A = Ka \\ B = Kb \end{array}\right\}$ (rapport homothetique)

Il en resulte que $h_a \neq h_b$, par consequent, on peut admettre que les points A1 et A2 sont confondus en un pt A.

- Rapportons la semelle à trois axes rectangulaires ayant pour origine O, centre de la semelle et tels que OZ soit porté par l'axe du pilier, OX soit parallèle au côté A et OY au côté B . Le plan XoY étant confondu avec le plan moyen des armatures.

Portons sur OZ le point A, considerons un élèment de semelle, de dimensions dx et dy et de centre C (x,y) le sol exerce sur cet élèment une réaction dR.



On a : $dR = \sigma_{sol} \times dx \times dy$

Comme $\sigma_{sol} = \frac{P}{AB}$; $dR = \frac{P}{A \times B} \times dx \times dy$

decomposons dR en une force de compression dFc portée par CA (axe des bielles) et une force de traction dF portée par OC

Nous avons : $\frac{dF}{dR} = \frac{OC}{OA}$ (triangles semblables)

$$dF = \frac{P}{A \times B} \times \frac{OC}{OA} \times dx \times dy$$

decomposons maintenant dF en dFA et dFB, parallèlement aux axes ox et oy

$$\text{on a : } dF_A = dF \cos\theta = dF \times \frac{x}{OC} = \frac{P}{A \times B} \times \frac{x}{OA} \times dx \times dy$$

$$F_A = \frac{P}{A \times B \times OA} \int_{-\frac{B}{2}}^{+\frac{B}{2}} dy \int_0^{\frac{A}{2}} x \cdot dx = \frac{P}{A \times B \times OA} \times B \times \frac{A^2}{8} = \frac{P \cdot A}{8 \times OA}$$

Comme nous avons vu que $\frac{A}{OA} = \frac{A-a}{da}$

$$F_a = \frac{P(A-a)}{8 \cdot da}$$

Les armatures Aa, parallèles au côtés A, auront donc pour valeur :

$$\boxed{A_a = \frac{P(A-a)}{8 \times da \times \sigma_s}}$$

On trouverait de la même manière pour les armatures Ab parallèles au côté B

$$\boxed{A_b = \frac{P(B-b)}{8 \times d_b \times \sigma_s}}$$

Les armatures ainsi determinées seront reparties uniformement suivant deux direction A et B, les armatures parallèles au grand côté constitueront le lit inferieur du quadrillage.

Ces armatures s'étendent dans chaque direction jusqu'aux extrémités de la semelle elles seront munies ou non de crochets par application des règles données auparavant en comparant la valeur de ls à celle de B et à celle de A.

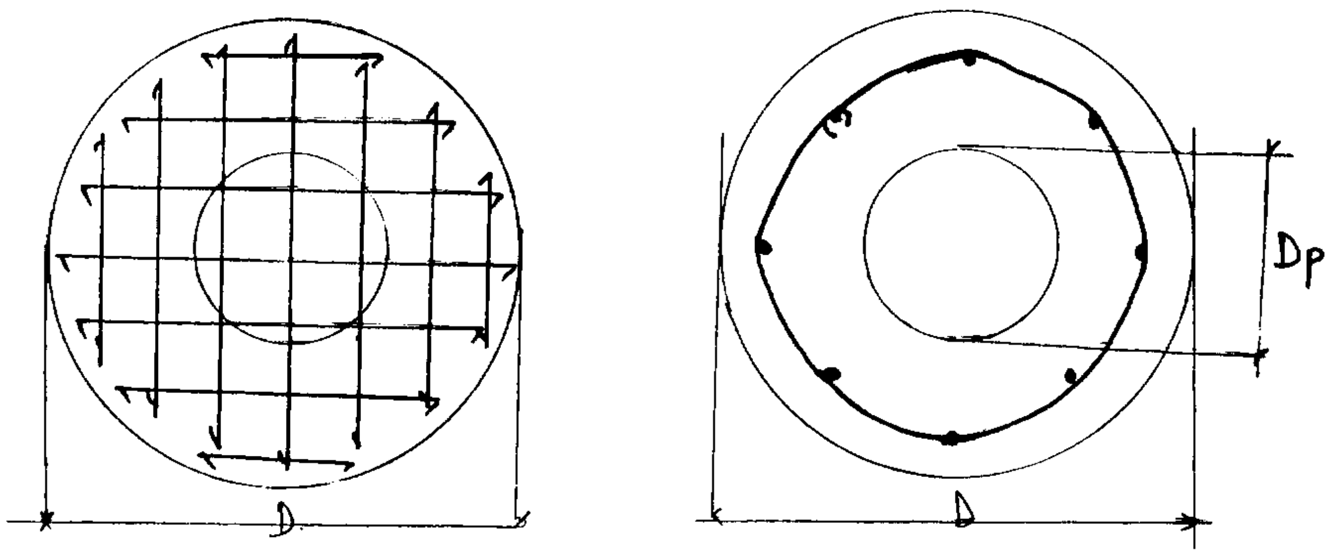
En pratique, on applique la méthode des bielles, même lorsque les sections du pilier et de la semelle ne sont pas homothètique, on vérifie alors les inégalités suivantes :

$$\max\left(\frac{A-a}{4} \text{ et } \frac{B-b}{4}\right) \leq da \text{ et } d_b \leq \min\left(A-a \text{ et } B-b\right)$$

3°/ SEMELLE CIRCULAIRE SOUS POTEAU CIRCULAIRE

3.1/ Dispositions constructives

Une semelle circulaire sous pilier circulaire constitue un tronc de cône et peut être armée par un quadrillage de deux nappes orthogonales ou par des cerces.



Appelons : P = charge à transmettre au sol
σ_{sol} = contrainte à envisager pour le sol
Dp = Diamètre du pilier
D = diamètre de la semelle

Nous devrons avoir

- $\frac{\pi D^2}{4} \times \sigma_{sol} \geq P$ soit $D \geq 1.13\sqrt{\frac{P}{\sigma_{sol}}}$
- dx (ou d) $\geq \frac{D - Dp}{4}$
- lorsque la semelle est armée par 2 nappes orthogonales

$$e \geq 6\phi + 6$$ (e et ϕ en centimètre)

- lorsque la semelle est armée par des cerces

$$e \geq m\phi + 3(m-1)$$

m = nbre de cerces : (e et ϕ en centimètre)

Dans ce dernier cas on dispose généralement des armatures verticales liées aux cerces, qui assurent, pendant le betonnage le maintien des cerces aux positions prévues et qu: constituent en outre, une butée efficace pour les bielles de béton comprimées

3.2/ **Méthode de calcul**

a) **armature constituées par 2 nappes de barres orthogonales**

L'origine des bielles A se determine comme dans le cas des semelles rectangulaires

on obtiendrait de la même manière

- section des armatures du lit inferieur

$$A_1 = \frac{P(D - D_p)}{8 \pi . d_x . \sigma_s}$$

- section des armatures du lit superieur

$$A_2 = \frac{P(D - D_p)}{8 . \pi . d_y . \sigma_s} = A_1 \times \frac{d_x}{d_y}$$

Les armatures seront munies de crochets et disposées comme indiqué ci-après :

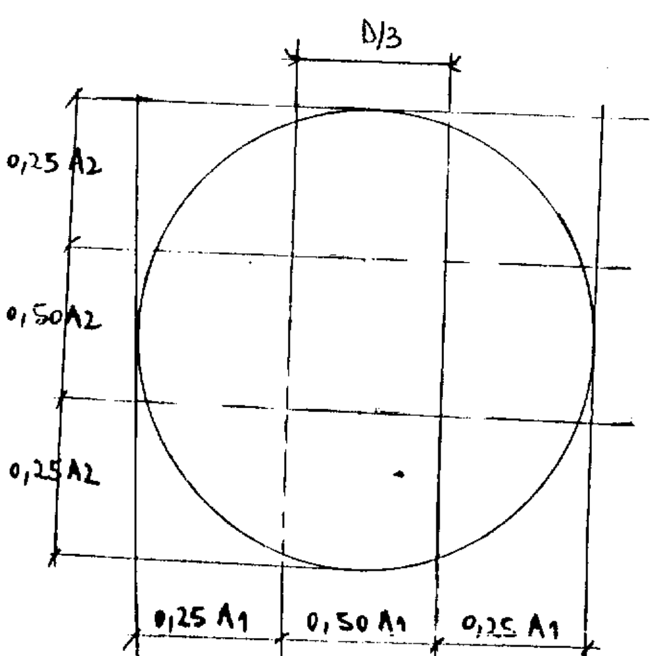
* **Si D < 1m**

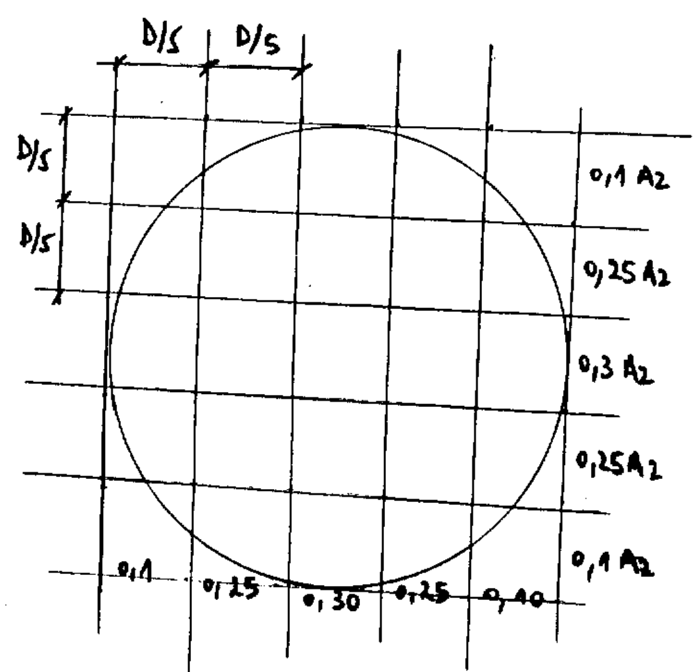
on admet que l'effort est informement repartir et on dispose les barres avec un écartement constant dans chaque direction toutefois, comme les barres situées aux extremités sont souvent trop courts pour êtres efficaces, on ne prend pas en compte dans la valeur trouvé pour A1 (ou pour A2) les deux barres d'extrémités que l'on considère comme des barres de repartition.

* **Si 1m < D ≤ 3m** :

On divise deux diamètres perpenduculaires en 3 parties égales et on place :

- dans la zone centrale : 0,50 A1 et 0,50 A2
- dans chaque zone laterale : 0,25 A1 et 0,25 A2





* **Si D > 3m**

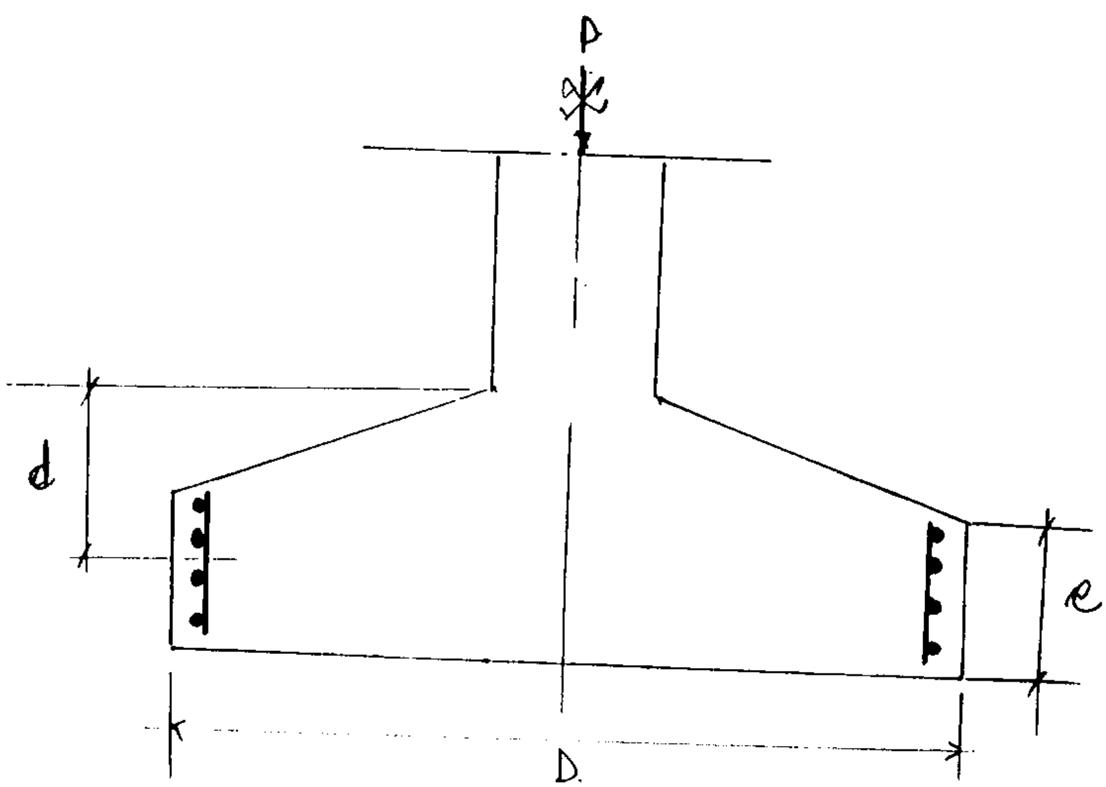
On divise deux diamètres perpenduculaires en cinq parties égales et on place :

- Dans la zone centrale : 0,30 A1 et 0,30 A2
- Dans chaque zone intermèdiaire : 0,25 A1 et 0,25 A2
- Dans chaque zone laterale : 0,10 A1 et 0,10 A2

b) **Armatures constituées par des cerces**

La section totale des cerces A devera avoir une valeur :

$$A = \frac{P(D - D_p)}{6 \cdot \pi \cdot d \cdot \sigma_s}$$

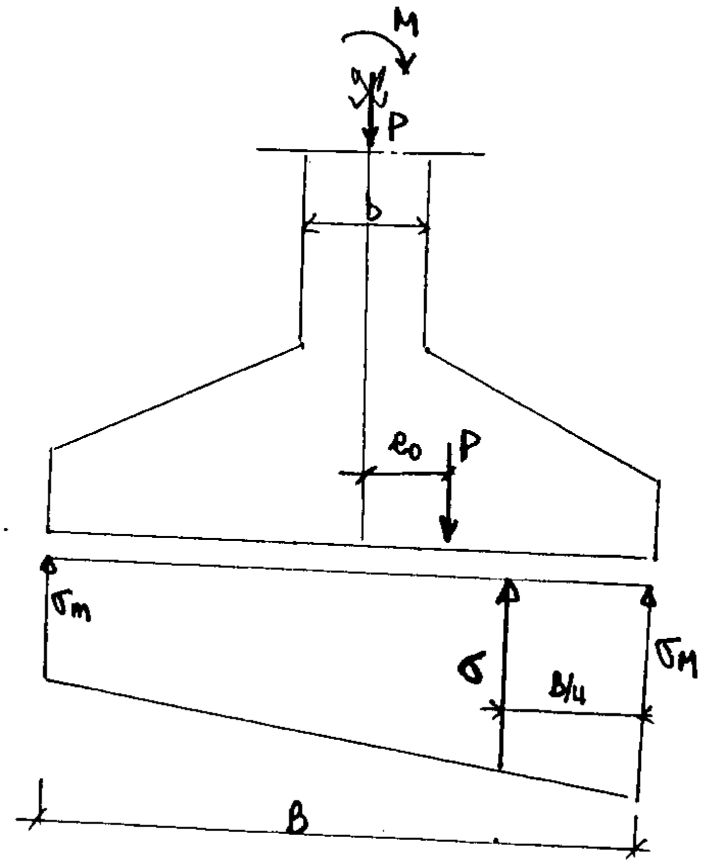


4°/ SEMELLES SUPPORTANT UN EFFORT NORMAL ET UN MOMENT DE FLEXION

Dans ce qui précede, nous avons considéré des semelles soumises uniquement à une charge centrée P , mais il peut arriver que l'élement supporté par la semelle lui transmette une charge centrée P et un moment de Flexion M, ou ce qui revient au même, une charge excentrée P située à la distance $e_0 = M/P$ de l'axe du mur ou du poteau.

4.1 Diagramme des contraintes sous la semelle

Nous supposerons que la semelle étudiée est rectangulaire le diagramme des contraintes sera trapezoïdale si P tombe à l'intérieur du noyau central de la semelle, c'est à dire si $e_0 \leq \frac{B}{6}$



on a d'après la R.D.M

$$\sigma_M = \frac{N}{A \times B}\left(1 + \frac{6 . e_0}{B}\right)$$

$$\sigma_m = \frac{N}{A \times B}\left(1 - \frac{6 . e_0}{B}\right)$$

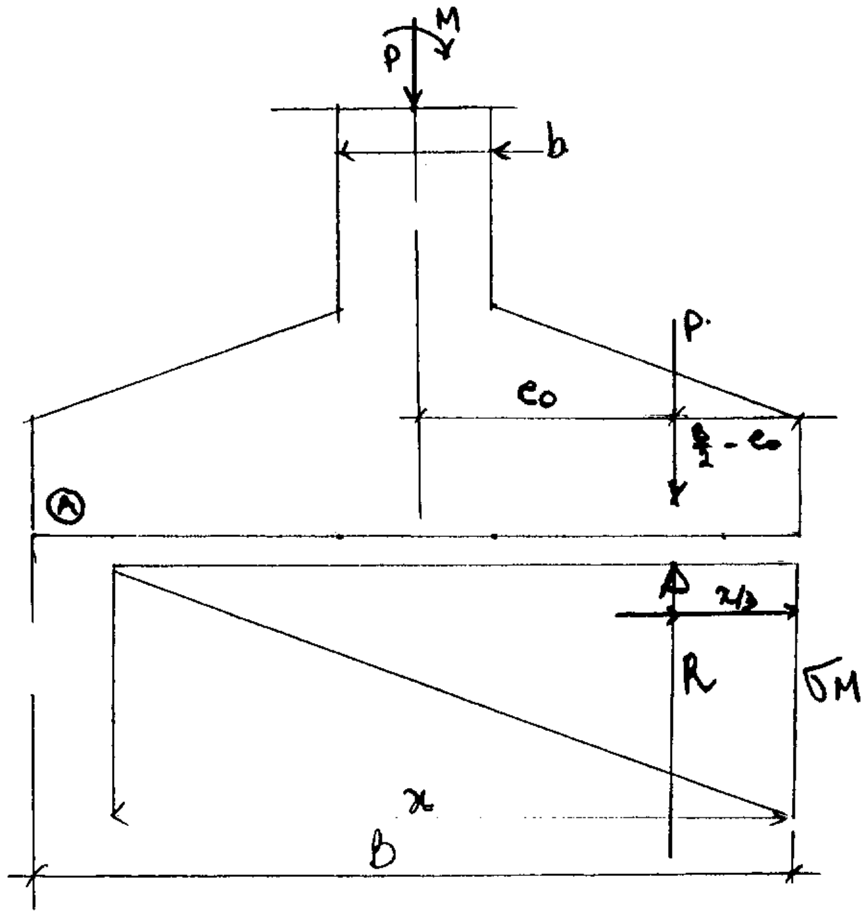
Considerons la contrainte σ correspondant au point situé au quart de la largeur de la semelle, distance mesurée à partir du point d'application de σ_M ; nous avons :

$$\sigma = \frac{3\sigma_M + \sigma_m}{4} = \frac{P}{A \times B}\left(1 + \frac{3 e_0}{B}\right)$$

On adment que l'on doit avoir $\sigma \leq \sigma_{sol}$; c'est à dire

$$\frac{P}{A \times B}\left(1 + \frac{3 e_0}{B}\right) \leq \sigma_{sol}$$

* le diagramme des contraintes sera triangulaire si P tombe à l'extérieur du noyau central de la semelle c'est à dire si $e_0 > \frac{B}{6}$



Dans ce cas la resultante R des contraintes du sol à pour valeur :

$$R = \sigma_M \times \frac{x}{2} \times A$$